

Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева

УДК 524.1; 524.8

На правах рукописи

МЫРЗАКУЛОВ ЕРЛАН МУРАТБАЕВИЧ

**Точные космологические решения некоторых моделей гравитации со
скалярными и фермионными полями**

6D060400 – Физика

Диссертация на соискание ученой степени
доктора философии PhD

Научные консультанты
к.ф.-м.н., PhD, доцент К.К. Ержанов;
к.ф.-м.н., доцент Г.Н. Нугманова
PhD, профессор Д. Синглетон

Республика Казахстан

Астана, 2013

СОДЕРЖАНИЕ

ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ	4
ВВЕДЕНИЕ	5
1 МОДИФИЦИРОВАННЫЕ ГРАВИТАЦИИ	19
1.1 Анизотропные модели $f(T)$ гравитации.....	20
1.1.1 Общий вид уравнения движения $f(T)$ гравитации.....	20
1.1.2 Уравнения полей для моделей типа Бьянки-I, типа Бьянки-III и Кантовски-Сакса.....	22
1.1.3 Решение в виде замкнутых кривых для метрики типа Бьянки-I.....	24
1.2 Вселенная с трилистными узлами в космологии типа Бьянки-I.....	27
1.2.1 Уравнения движения.....	27
1.2.2 Уравнения полей для моделей типа Бьянки-I, типа Бьянки-III и Кантовски-Сакса.....	28
1.2.3 Точное решение в виде узловой Вселенной типа трилистника.....	29
1.3 Темная энергия в $F(R, T)$ гравитации.....	31
1.3.1 Предварительные сведения из $F(R)$, $F(G)$ и $F(T)$ гравитации.....	34
1.3.2 Простейшая модель $F(R, T)$ гравитации.....	36
Выводы по 1 разделу	38
2 ТЕМНАЯ ЭНЕРГИЯ В НЕКОТОРЫХ ИНТЕГРИРУЕМЫХ И НЕИНТЕГРИРУЕМЫХ КОСМОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ФРИДМАНА-РОБЕРТСОНА-УОКЕРА	40
2.1 Космология ФРУ.....	40
2.2 Неинтегрируемые космологические модели ФРУ.....	42
2.2.1 Λ CDM космология.....	43
2.2.2 Космология Пиннея.....	43
2.2.3 Космология Шредингера.....	46
2.2.4 Гипергеометрическая космология.....	47
2.3 Интегрируемые космологические модели ФРУ. Космология Пенлеве.....	48
2.3.1 P_I – модель.....	49
2.3.2 P_{II} – модель.....	50
2.3.3 P_{III} – модель.....	51
2.3.4 P_{IV} – модель.....	52
2.3.5 P_V – модель.....	52
2.3.6 P_{VI} – модель.....	53
2.3.7 Структура гамильтониана.....	54
2.4 $F(R)$ -гравитационные модели, вызванные ОДУ второго порядка.....	55
2.4.1 Интегрируемые $F(R)$ -гравитационные модели.....	55
2.4.2 Неинтегрируемые $F(R)$ -гравитационные модели.....	60
2.5 $F(G)$ -гравитационные модели, вызванные ОДУ второго порядка.....	62
2.5.1 Интегрируемые $F(G)$ -гравитационные модели.....	62
2.5.2 Неинтегрируемые $f(G)$ -гравитационные модели.....	66
2.6 Описание в терминах скалярных полей.....	67
2.7 Двумерные обобщения.....	68
2.8 Реконструкция решений уравнения Эйнштейна с помощью.....	69

уравнений Рамануджана и Шези.....	69
2.8.1 Уравнение.....	72
2.8.2 Решения.....	74
Выводы по 2 разделу.....	77
3 МОДЕЛИ ТИПА ДИРАКА-БОРНА-ИНФЕЛЬДА И МОДЕЛИ ГАЗА ЧАПЛЫГИНА ДЛЯ ТЕМНОЙ ЭНЕРГИИ В f-ЭССЕНЦИИ.....	77
3.1 Основы f -эссенции.....	78
3.2 Решение.....	79
3.2.1 Космологические приложения некоторых моделей f -эссенции.....	80
3.3 Модели f -эссенции типа Дирака-Борна-Инфельда.....	82
3.3.1 Тахионные модели.....	83
3.3.2 Модели ТЭ.....	84
3.4 Интегрируемые модели f -эссенции.....	85
Выводы по 3 разделу.....	87
4 КОСМОЛОГИЯ g-ЭССЕНЦИИ СО СКАЛЯРНО- ФЕРМИОННЫМИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯМИ.....	88
4.1 Обобщенная модель с взаимодействием типа Юкавы.....	88
4.2 МГЧ и космология решаемых моделей f -эссенции.....	90
4.2.1 Основные элементы модели f -эссенции.....	92
4.2.2 Точно решаемые космологические модели f -эссенции.....	95
Выводы по 4 разделу.....	98
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	101
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	102
ПРИЛОЖЕНИЕ А – Список уравнений Шези.....	116
ПРИЛОЖЕНИЕ Б – Вывод уравнений движения g-эссенции, k-эссенции и f-эссенции.....	117

Түйіндеме

(PhD) философия докторы ғылыми дәрежесін ізденуші диссертациясы
6D060400 - Физика

МЫРЗАКУЛОВ ЕРЛАН МУРАТБАЕВИЧ

СКАЛЯР ЖӘНЕ ФЕРМИОНДЫҚ ӨРІСТЕРІ БАР ГРАВИТАЦИЯНЫҢ КЕЙБІР МОДЕЛДЕРІНІҢ ДӘЛ КОСМОЛОГИЯЛЫҚ ШЕШІМДЕРІ

Зерттеу тақырыбының өзектілігі. Хиггс бөлшектерінің ашылуымен байланысты, скалярлы өрістерінің жоғарғы энергия физикасында негізгі рөлді атқаратыны анық болды. Сонымен қатар, скалярлы өрістері космологияда да маңызды рөл атқаратыны белгілі.

Басқаша айтқанда, скалярлы өрістерін түрлі космологиялық модельдерде зерттеу қажет. Алайда, стандарттық модель тек скаляр өрістерінен ғана емес, сонымен қатар фермионды өрістерінен құралатыны белгілі. Бұл дегеніміз, біздің әлеміміздің космологиясын сипаттау үшін фермионды өрістерін қолдану қажет.

Скалярлы және фермионды өрістері бар гравитация модельдері, яғни Фридманның жалпылама теңдеуі, космологиямен және математикалық физиканың сызықтық емес теңдеу арасындағы дәнекер ретінде қызмет ете алады. Сондай-ақ, бұндай модельдер математикалық физиканың белгілі теңдеулері сияқты қабылдана алатындығы жөнінде зерттеу жұмысында көрсетілген. Сондықтан Навье-Стокстың, Пенлевенің, Рамануджананың теңдеулер шешімдері таңдалынған космологиялық модельдерінің қасиеттері жөнінде зерттеу үшін қолданыла алады.

Яғни, осындай космологиядағы скалярлы және фермионды өрістері бар модельдер типінің қолдану маңыздылығы, бұл модельдердің скалярлық потенциалдардағы, кинетикалық мүшелердің тривиалды емес функцияларындағы еркін параметрлер тізбегін қабылдай алумен байланысты. Сондықтан бұндай потенциалдарды, зерттеу мәліметтері бар модельдерді келістіру үшін қолдануға болады.

Басқаша айтқанда, біз зерттейтін модельдер аясында Әлем эволюцияларының түрлі кезеңдерін жеткілікті реалистік тұрғыда сипаттауға болады.

Зерттеу жұмысының мақсаты- скалярлы және фермионды өрістері бар болуын ескере отырып, ерте және кеш Әлемнің космологиялық модельдерінің қатарының нақты шешімдерін зерттеу.

Зерттеу жұмысының объектісі- Түрлі космологиялық модельдердегі Әлем құрылымының эволюциясы.

Зерттеу жұмысының пәні- Күңгірт энергия басым болу кезеңіндегі скалярлы және фермионды өрістері бар Әлем модельдері.

Зерттеу жұмысының методологиялық негізі- ЖСТ тәсілдері, қисайған кеңістіктегі скалярлы-фермионды өрістерін зерттеу тәсілдері, сызықтық емес дифференциалдық шешімдерін зерттеу тәсілдері.

Зерттеу жұмысының ғылыми жаңашылдығы және тәжірибелік құндылығы.

Зерттеу жұмысының ғылыми жаңашылдығы және тәжірибелік құндылығы Күңгірт энергия басым болу кезеңіндегі скалярлы және фермионды өрістері бар Әлемнің жаңа модельдерін жасауға негізделеді. Сонымен қатар:

– Эйнштейн теңдеулері және Рамануджа және Шеши теңдеулері арасындағы байланыс көрсетілген. Осының негізінде Эйнштейннің масштабты фактор үшін деңгейлік тәуелділігі бар теңдеулер шешімі құрастырылды;

– Фридман метрикасы үшін f -эссенциясы бар фермионды өрістерінің белгілі модельдерінің қозалыс теңдеулері табылды;

– f -эссенциясы бар Дирак-Борн-Инфельд типті космологиялық моделі ұсынылды. оның, Чаплыгин газы типі күйінің теңдеуі бар кейінгі Әлемді сипаттайтын шешімі табылды;

– түрлендірілген Чаплыгин газы сипатты немесе индукцияланған f -эссенция сипатты зат күйінің теңдеуі үшін Фридманның космологиялық модельдерін жалпыландырылды, және де оның дәл шешімдері табылды.

– скалярлы-фермионды қатынастары бар g -эссенцияның космологиясы үшін қозғалыс теңдеулері алынды және эскпонециалды және деңгейлік сипатты масштабтық факторлар үшін шешімдер табылды. Скалярлы және фермионды өрістерінің потенциалдары үшін айқын өрнектері табылды.

Зерттеу жұмысының апробациясы.Зерттеу жұмысы аясында алынған нәтижелер келесі орындарда баяндалды және талқыланды:

Студенттер, магистранттар және жас ғалымдар халықаралық ғылыми конференциясы "ЛОМОНОСОВ-2013". - Астана. 12-13 сәуір 2013 ж.;

Халықаралық конференция "Заманауи физиканың өзекті мәселелері" ҚР ҰҒА академигі Абдильдин М.М. 75-жылдығына арналған. Алматы. 15-16 наурыз 2013 ж.;

"Хаос және сызықтық емес жүйелердегі құрылымдар. Теория және эксперимент" халықаралық ғылыми конференция. Академик Е.А. Букетов атындағы ҚарМУ 40-жылдығына арналған сегізінші халықаралық ғылыми конференция- Қарағанды. - 18-20 маусым 2012ж.;

"X International Conference on Gravitation, Astrophysics and Cosmology", Vietnam, Quy Nhon, December 17, - December 22, 2011,

"III Italian-Pakistani Workshop on Relativistic Astrophysics", Italy, Lecce, June 22, 2011;

Қазақстанның Тәуелсіздігі 20-жылдығына арналған "Ғылым және білім - "Қазақстан – 2030" стратегиясының жетекші факторы" атты халықаралық ғылыми конференциясы - Қарағанды. -23-24 маусым 2011ж.;

Сонымен қатар, осы зерттеу жұмысының нәтижелері Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ "Жалпы және теориялық физика" және "Теориялық физиканың Еуразиялық халықаралық орталығы" кафедраларының ғылыми семинарларында баяндалды және талқыланды.

Зерттеу жұмысының нәтижелерінің жариялануы. Зерттеу жұмысының нәтижелері бойынша 16 жұмыс жарияланды, оның ішінде жоғары импакт-факторлы шетелдік журналдардағы 5 мақалалар; 1 мақала *Journal of Physics Conference Series: 3rd Italian–Pakistani Workshop on Relativistic Astrophysics шетелдік журналында жарияланды*; 3 мақала ҚР БҒМ білім және ғылым саласындағы бақылау және аттестациялау Комитеті ұсынылған Қазақстан Республикасының мерзімді басылымдарда; 3 тезис ТМД мемлекеттері қатыспайтын халықаралық конференциялар материалдарында, 4 мақала ТМД елдерінің халықаралық конференция материалдарында жарияланды.

Ізденушінің 2013 жылғы қазан айында Thomson Reuters мәліметі бойынша Хирша индексі (H-индекс): 3.

Ізденушінің 2013 жылғы қазан айында Thomson Reuters мәліметі бойынша сілтеме индексі: 46.

АННОТАЦИЯ

диссертации на соискание ученой степени доктора философии (PhD)
6D060400 - Физика

МЫРЗАКУЛОВ ЕРЛАН МУРАТБАЕВИЧ

ТОЧНЫЕ КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ МОДЕЛЕЙ ГРАВИТАЦИИ СО СКАЛЯРНЫМИ И ФЕРМИОННЫМИ ПОЛЯМИ

Актуальность темы диссертации. В связи с открытием частицы Хиггса стало очевидно, что скалярные поля играют фундаментальную роль в физике высоких энергий. Более того, скалярные поля должны играть важную роль также и в космологии.

Другими словами, необходимо исследование скалярных полей в рамках различных космологических моделей. С другой стороны известно, что стандартная модель включает в себя не только скалярные, но и фермионные поля. Это означает, что необходимо также использовать и фермионные поля в описании космологии нашей Вселенной.

Модели гравитации со скалярными и фермионными полями, точнее обобщенные уравнения Фридмана, могут служить мостом между космологией и нелинейными уравнениями математической физики. В частности, в диссертации показано, что такие модели могут быть записаны в виде известных уравнений математической физики. Поэтому имеющиеся решения уравнений Навье-Стокса, Пенлеве, Рамануджана могут быть использованы для исследования свойств выбранных космологических моделей.

Наконец, использование такого типа моделей со скалярными и фермионными полями в космологии может быть важным в связи с тем, что эти модели допускают ряд свободных параметров в скалярных потенциалах, в нетривиальных функциях кинетических членов. Поэтому такие потенциалы можно использовать для согласования моделей с наблюдательными данными.

Другими словами, ожидается, что в рамках разрабатываемых нами моделей можно достаточно реалистично описать различные этапы эволюции Вселенной.

Цель диссертационной работы - исследование точных решений ряда космологических моделей ранней и поздней Вселенной с учетом наличия в ней скалярных и фермионных полей.

Объект исследования - эволюция структуры Вселенной в разных космологических моделях.

Предмет исследования - модели Вселенной со скалярными и фермионными полями в эпоху доминирования темной энергии.

Методологическая база исследования – методы общей теории относительности, методы исследования скалярно-фермионных полей в искривленном пространстве, методы исследования нелинейных дифференциальных уравнений.

Научная новизна и практическая ценность диссертации

Научная новизна и теоретическая значимость исследования заключается в разработке новых моделей Вселенной со скалярными и фермионными полями в эпоху доминирования темной энергии. При этом:

– показана связь между уравнениями Эйнштейна и уравнениями Рамануджана и Шези. На этой основе построено решение уравнений Эйнштейна со степенной зависимостью для масштабного фактора;

– найдены уравнения движения ряда конкретных моделей фермионных полей с f -эссенцией для метрики Фридмана;

– предложена космологическая модель типа Дирака-Борна-Инфельда с f -эссенцией. Найдено ее решение, которое описывает позднюю Вселенную с уравнением состояния типа газа Чаплыгина;

– дано обобщение космологической модели Фридмана на случай уравнения состояния вещества, имеющего вид модифицированного газа Чаплыгина, либо индуцированной f -эссенцией, а также найдены ее точные решения;

– для космологии g -эссенции со скалярно-фермионными взаимодействиями получены уравнения движения и найдены решения для масштабного фактора с экспоненциальным и с степенным видом. Найдены явные выражения для потенциалов скалярных и фермионных полей.

Апробация результатов работы. Результаты, полученные в диссертационной работе, докладывались и обсуждались на:

Международной научной конференции студентов, магистрантов, и молодых ученых "ЛОМОНОСОВ-2013". - Астана.-12-13 апреля 2013;

Международная конференция "Актуальные проблемы современной физики" посвященная 75-летию академика НАН РК Абдильдина М.М. -Алматы. -15-16 марта 2013;

Международной научной конференции "Хаос и структуры в нелинейных системах. Теория и эксперимент". 8-я международная научная конференция посвященной 40-летию КарГУ имени академика Е.А. Букетова - Караганда. - 18-20 июня 2012;

"X International Conference on Gravitation, Astrophysics and Cosmology", Vietnam, Quy Nhon, December 17, - December 22, 2011,

"III Italian-Pakistani Workshop on Relativistic Astrophysics", Italy, Lecce, June 22, 2011;

Международной научной конференции "Наука и образование - ведущий фактор стратегии "Казахстан - 2030" посвященной 20 - летию Независимости Казахстана. - Караганда. -23-24 июня 2011;

Международной научной конференции посвященный 20 – летию Независимости Казахстана. Наука и образование – ведущий фактор стратегии «Казахстан – 2030», Сагиновские чтения - 3, 23-24 июня. Караганда, 2011.

Кроме того, полученные результаты докладывались и обсуждались на научных семинарах кафедры "Общая и теоретическая физика" ЕНУ им. Л.Н. Гумилева и на семинарах "Евразийский международный центр теоретической физики".

Опубликованность результатов. По результатам диссертационной работы опубликовано 16 работ, из них 5 статьи в зарубежных журналах с высоким импакт-фактором; 1 статья опубликована в зарубежном журнале *Journal of Physics Conference Series: 3rd Italian–Pakistani Workshop on Relativistic Astrophysics*; 3 статьи в периодических изданиях Республики Казахстан, рекомендованных Комитетом по контролю и аттестации в сфере образования и науки МОН РК; 3 тезиса в материалах международных конференций не стран СНГ, 4 статей в материалах международных конференций стран СНГ.

На октябрь 2013 года индекс Хирша или H-индекс соискателя Е. Мырзакулова по базе данных Thomson Reuters равен: H=3

На октябрь 2013 года индекс цитируемости соискателя Е. Мырзакулова по базе данных Thomson Reuters равен: 46

Abstract

Degree of Philosophy Doctor (PhD) thesis
6D060400 – Physics

Myrzakulov Yerlan Muratbaevich

EXACT COSMOLOGICAL SOLUTIONS OF SOME MODELS GRAVITY WITH SCALAR AND FERMION FIELDS

Dissertation rationale. Since the discovery of the Higgs particle, it was clear that the scalar fields play a fundamental role in the high energy physics. Moreover, scalar fields become important also at the cosmological level.

In other words, research of scalar fields within various cosmological models is necessary. On the other hand it is known that the standard model includes not only scalar, but also fermion fields. It means that it is necessary to use also fermion fields in the description of cosmology of our Universe.

Gravitation models with scalar and fermion fields, or more exactly Friedman's generalized equations, can serve as the bridge between cosmology and the nonlinear equations of mathematical physics. In particular, it is shown in this thesis that such models can be written down in the form of the known equations of mathematical physics. Therefore, available solutions of the equations of Navier-Stokes, Painleve, Ramanujan can be used for research of properties of the chosen cosmological models.

Finally, use of models of this kind with scalar and fermion fields in cosmology can be important due to the fact that these models allow to the presence of a large number of parameters in scalar potentials, in uncommon functions of kinetic elements. Therefore, such potentials can be used for coordination of models with observation data.

In other words, it is expected that within models developed by us it is possible to describe various stages of evolution of cosmological evolution of the Universe where we lieve rather realistic.

Purpose of of the thesis – We will study exact solutions of some cosmological models, taking into account the contribute of scalar and fermionic fields, for early and late-time cosmic acceleration.

Object of the study – We will study the evolution of the Universe in different cosmological models.

Subject of the study - models of the Universe with scalar and fermion fields during era of domination of dark energy.

Methodological base of of the research – methods of the general theory of a relativity, methods of research scalar-fermion fields in the curved space, methods of research of the nonlinear differential equations.

Scientific novelty and scientific relevance of the thesis

Scientific novelty and scientific relevance of the thesis consist in development of new models of the Universe with scalar and fermion fields during era of domination of dark energy. Therewith:

- connection between Einstein's equations and Ramanujan's equations and Shezi is shown. On this basis the solution of the equations of Einstein with power characteristic for large-scale factor is constructed;
- equations of movement of a number of concrete models of fermion fields with f -essence for Friedman's metrics are found;
- cosmological Dirac-Born-Infeld model with f -essence is offered. Its decision which describes the late Universe with the condition equation like Tchaplygin's gas is found;

– generalization of cosmological model of Friedman in case of the equation of a condition of the substance which is looking like modified gas of Tchaplygin, or induced f -essence is given, and also its exact decisions are found.

For cosmology of g -essence with scalar-fermion interactions received the equations of movement and decisions for a large-scale factor with exponential and power series are found. Obvious expressions for potentials of scalar and fermion fields are found.

Approbation of the results:

The results obtained in this thesis have been presented and discussed by:

International scientific conference of students, graduates and young scientists "LOMONOSOV-2013". Astana. 12-13 April 2013;

International conference "Actual problems of modern physics," dedicated to the 75th anniversary of academician MM RK Abdildin, Almaty. 15-16 March 2013;

International scientific conference "Chaos and structures in nonlinear systems. Theory and experiment." 8th International Scientific Conference dedicated to the 40th anniversary of the University named after Academician EA Buketov, Karaganda. 18-20 June 2012;

"X International Conference on Gravitation, Astrophysics and Cosmology", Vietnam, Quy Nhon, December 17th - December 22nd 2011

"III Italian-Pakistani Workshop on Relativistic Astrophysics", Lecce, 22 June 2011;

International scientific conference "Science and education - the leading factor in the strategy" Kazakhstan - 2030 "dedicated to the 20th anniversary of Independence of Kazakhstan. Karaganda. 23-24 June 2011;

International scientific conference dedicated to the 20th - anniversary of Kazakhstan's independence. Science and education as a leading factor in the strategy "Kazakhstan - 2030", June 23-24. Karaganda, 2011.

In addition, the results were presented and discussed at the seminars of the Department "General and Theoretical Physics" ENU. LN ENU and seminars "Eurasian International Center for Theoretical Physics."

Publication of the results. The results of this thesis have been presented in 16 published papers, five of which are articles in international journals with high impact factors; one article has been published in the foreign journal "Journal of Physics"; Conference Series: 3rd Italian-Pakistani Workshop on Relativistic Astrophysics; 3 articles have been published in periodicals of Republic of Kazakhstan, recommended by the Committee for the control and certification in the field of education and science of RK, three in the proceedings of international conferences are not CIS, and 4 articles in the proceedings of international conferences of the CIS countries.

H-index of the applicant according to Thomson Reuters on Oct. 2013: 3.

Citation index of the applicant according to Thomson Reuters on October 2013: 26.