

Казахский национальный университет имени аль-Фараби

УДК 519.62/.64

На правах рукописи

ТЕМИРБЕКОВА ЛАУРА НУРЛАНОВНА

Численные методы решения уравнения Гельфанда – Левитана

6D060100-Математика

Диссертация на соискание ученой степени

доктора философии (PhD)

Отечественные научные консультанты
доктор физ.- мат. наук, профессор
М.А. Бектемесов
канд. физ.- мат. наук, доцент
Г. Даирбаева
Зарубежный научный консультант
член-корреспондент РАН,
доктор физ.- мат. наук, профессор
С.И. Кабанихин

Республика Казахстан
Алматы, 2013

СОДЕРЖАНИЕ

ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ.....	3
ВВЕДЕНИЕ	4
1 ВЫВОД УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬФАНДА-ЛЕВИТАНА (СПЕКТРАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ И ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ)	13
1.1 Метод Гельфанда-Левитана для спектральной обратной задачи.....	13
1.1.1 Постановка задачи.....	13
1.1.2 Метод Гельфанда - Левитана.....	16
1.1.3 Численное решение обратной задачи Штурма-Лиувилля.....	18
1.1.4 Численные решения для тестовых примеров.....	23
1.2 Коэффициентная обратная задача для гиперболического уравнения.....	25
1.2.1 Постановка прямой и обратной задачи с сосредоточенным источником.....	25
1.2.2 Численное решение прямой задачи с сосредоточенным источником.....	29
1.2.3 Решение прямой задачи с сосредоточенным источником для уравнения гиперболического типа с заменой $\delta(x)$ - дельта функции Дирака, функцией удовлетворяющей некоторым ее свойствам.....	31
1.2.4 Построение примера для численного расчета.....	33
1.2.5 Сведение коэффициентной обратной задачи к уравнению Гельфанда-Левитана первого рода.....	35
1.2.6 Сведение коэффициентной обратной задачи к уравнению Гельфанда-Левитана второго рода.....	43
2 ПРЯМЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ.....	46
2.1 Метод квадратного корня.....	46
3 ИТЕРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ.....	48
3.1 Метод регуляризации М.М. Лаврентьева	48
3.2 Метод сопряженных градиентов.....	49
3.3 Сравнительный анализ численных результатов для одномерного уравнения Гельфанда-Левитана.....	51
4 ДВУМЕРНЫЙ АНАЛОГ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬФАНДА-ЛЕВИТАНА..	69
4.1 Постановка и решение двумерной коэффициентной обратной задачи.....	69
4.2 Дискретизация двумерного уравнения Гельфанда - Левитана.....	73
4.3 Сравнительный анализ численных результатов для двумерного уравнения Гельфанда-Левитана.....	75
5 ВЫДЕЛЕНИЕ АНОМАЛИЙ ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРОЯВЛЕННЫХ В РУДНОАЛТАЙСКОМ И КАЛБИНСКОМ РЕГИОНАХ ...	82
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	102
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	104