

Л. М. ЧЕЧИН¹, А. Т. ИБРАИМОВА²¹Астрофизический институт им. В. Г. Фесенкова, Алматы, Казахстан,²Казахский национальный педагогический университет им. Абая, Алматы, Казахстан)

ЭВОЛЮЦИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ ПЛОТНОСТИ БАРИОННОЙ МАТЕРИИ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ВСЕЛЕННОЙ

Аннотация. В работе дано обобщение уравнение Джинса на случай расширяющейся и вращающейся Вселенной. Получены обобщенные частоты возмущений колебаний барионного субстрата во вращающейся Вселенной. Рассмотрены два случая, когда обобщенный волновой вектор k может совпадать с волновым вектором Джинса $k_{Джк}$ и когда он стремится к нулю. Дана космологическая интерпретация полученным значениям угловых скоростей.

Ключевые слова: теория малых возмущений, барионный субстрат, ультра-малые колебания.

Тірек сөздер: болмашы ауытқулар теориясы, бариондық субстрат, ультра аз тербелістер.

Keywords: theory of small perturbations, baryonic substrate, ultra-small vibrations.

Впервые задачу об устойчивости однородного распределения вещества математически поставил и решил в рамках теории малых возмущений Джинс. Он учитывал два фактора: тяготения, стягивающее вещество в отдельные сгустки, и давления, выровняющее неоднородности.

Напомним уравнения гидродинамики и тяготения в ньютоновском приближении для идеального газа:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u) &= 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + (u \operatorname{grad})u + \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} P + \operatorname{grad} \varphi &= 0, \\ \Delta \varphi = \operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi &= 4\pi G \rho. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь ρ – плотность, u – скорость, φ – гравитационный потенциал. Предположим, что невозмущенным состоянием является покоящийся газом ($u = 0$), равномерно распределенным в пространстве ($\rho = \rho_0 = \text{const}$). Давление его везде постоянно ($P = P(\rho_0) = \text{const}$). Согласно Джинсу силы тяготения в безграничном равномерно распределенном газе исчезают, т.е. $\operatorname{grad} \varphi = 0$.

Для получения решения для возмущений, как известно, обычно применяют метод разложения произвольного возмущения по определенной системе ортогональных функций и затем ищут развитие во времени отдельных составляющих возмущения.

Следуя [1], возмущенное решение ищем в виде плоской волны с волновым вектором k

$$\left. \begin{aligned} \rho(x, t) &= \rho_0 [1 + \delta(t) e^{ikx}] \\ u(x, t) &= 0 + v(x, t) = \omega(t) e^{ikx}, \\ P &= P_0 + \frac{\partial P}{\partial \rho} (\rho - \rho_0) = P_0 + b^2 \rho_0 \delta e^{ikx}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $u_0 = 0$, b – адиабатическая скорость звука.

Подставим эти выражения в уравнения гидродинамики и будем учитывать только члены, линейные по δ , ω , f , σ . В результате получаем систему линейных однородных уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\delta}{dt} + ik\omega &= 0, \\ \frac{d\omega}{dt} + ikf + ikb^2\delta &= 0, \\ k^2 f &= -4\pi G\rho_0\delta. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

В монографии [1], на которую в дальнейшем мы будем широко опираться, показано, что система уравнений (3), обобщенная на случай расширяющейся Вселенной, сводится к дифференциальному уравнению второго порядка

$$\ddot{\delta} + 2H\dot{\delta} + (v^2k^2 - 4\pi G\rho_b)\delta = 0. \quad (4)$$

Здесь ρ_b – плотность барионной материи, v – скорость звука барионной материи, k – волновой вектор, H – постоянная Хаббла.

При $H = 0$ и $\rho, k, b = \text{const}$ уравнение (4) переходит в классическое уравнение Джинса

$$\ddot{\delta} - 4\pi G\rho_0\delta + b^2k^2\delta = 0. \quad (5)$$

Целью нашей работы является дальнейшее обобщение уравнения (4) на случай вращающейся Вселенной. Для этого необходимо знать, как вращение Вселенной влияет на «постоянную» Хаббла.

Этот вопрос был рассмотрен в нашей работе [2], где показано, что темп расширения Вселенной в перпендикулярном оси вращения направлении становится больше, чем в параллельном направлении. Поэтому значение «постоянной» Хаббла в направлении, перпендикулярном оси вращения, будет связано с обычной величиной H следующим соотношением

$$H_{\perp} = H \left(1 + \frac{\Omega^2}{H^2} \right). \quad (6)$$

В выражении (6) Ω представляет собой угловую скорость вращения Вселенной, которая в рамках ее вакуумной модели имеет вид [3] $\Omega_v \sim \sqrt{G\rho_v}$. Совершая в (4) замену $H \rightarrow H_{\perp}$ и учитывая (6), получаем уравнение Джинса, которое обобщает (4) на случай расширяющейся и вращающейся Вселенной

$$\ddot{\delta} + 2H \left(1 + \frac{\Omega^2}{H^2} \right) \dot{\delta} + (v^2k^2 - 4\pi G\rho_b)\delta = 0. \quad (7)$$

Для решения уравнения (7) введем следующее обозначение

$$\omega^2 = v^2k^2 - 4\pi G\rho_b, \quad (8)$$

для ω – частота колебаний барионного субстрата. Поскольку уравнение (7) с учетом (8) представляет собой обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами, то, согласно общим правилам, его общее решение таково

$$\delta_{1,2}(t) = \delta_0 \exp \varpi_{1,2} t, \quad (9)$$

в котором ϖ представляет собой обобщенную частоту колебаний барионного субстрата во вращающейся Вселенной. Ее явный вид дается следующей формулой

$$\varpi_{1,2} = H \left(1 + \frac{\Omega^2}{H^2} \right) \left[-1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{H^2} \frac{(v^2k^2 - 4\pi G\rho_b)}{\left(1 + \frac{\Omega^2}{H^2} \right)}} \right]. \quad (10)$$

Для исследования этих частот наложим общее условие

$$\frac{v^2k^2 - 4\pi G\rho_b}{H^2 + \Omega^2} \ll 1, \quad (11)$$

которое позволяет упростить выражение (10). Таким образом, обобщенные частоты возмущений колебаний барионного субстрата во вращающейся Вселенной будут иметь вид

$$\varpi_{1,2}(t) = H \left(1 + \frac{\Omega^2}{H^2} \right) \left[-1 \pm 1 - \frac{v^2 k^2 - 4\pi G \rho_b}{2(H^2 + \Omega^2)} \right]. \quad (12)$$

Из (12) видно, что первый корень равен

$$\varpi_1 = -\frac{1}{2H} (v^2 k^2 - 4\pi G \rho_b) \quad (13)$$

Отсюда находим обычное критическое значение волнового вектора, т.е. вектор Джинса

$$k_{\text{Джс}} = \frac{1}{v} \sqrt{4\pi G \rho_b}. \quad (14)$$

Второй корень (12) уравнения равен

$$\varpi_2 = H \left(1 + \frac{\Omega^2}{H^2} \right) \left[-2 - \frac{v^2 k^2 - 4\pi G \rho_b}{2H^2 \left(1 + \frac{\Omega^2}{H^2} \right)} \right]. \quad (15)$$

Обсудим теперь вопрос о величине обобщенной длины Джинса, опираясь на (15). Для этого, согласно [1], необходимо приравнять нулю частоту колебаний барионного субстрата. Тогда из (15) с учетом (14) получаем

$$k = k_{\text{Джс}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\left(H^2 + \frac{1}{2} \Omega^2 \right)}{\pi G \rho_b}}. \quad (16)$$

Проанализируем выражение (16). Из него видно, что обобщенный волновой вектор k может как совпадать с волновым вектором Джинса $k_{\text{Джс}}$, и стремиться к нулю.

Рассмотрим первый случай, когда обобщенный волновой вектор совпадает с волновым вектором Джинса $k = k_{\text{Джс}}$. Из (16) мы имеем

$$\sqrt{1 - \frac{\left(H^2 + \frac{1}{2} \Omega^2 \right)}{\pi G \rho_b}} = 1. \quad (17)$$

Отсюда с учетом величины постоянной Хаббла [4] находим угловую скорость вращения Вселенной Ω

$$\Omega = 2\sqrt{\pi G (\rho_b + 4\rho_v)}. \quad (18)$$

Теперь рассмотрим случай, когда обобщенный волновой вектор стремится к нулю, что также соответствует отсутствию волн возмущения плотности барионной материи

$$\sqrt{1 - \frac{\left(H^2 + \frac{1}{2} \Omega^2 \right)}{\pi G \rho_b}} \rightarrow 0. \quad (19)$$

Отсюда находим соответствующее значение угловой скорости вращения Вселенной Ω

$$\Omega_{cr} \approx \sqrt{2} \sqrt{\pi G (\rho_b - 8\rho_v)}. \quad (20)$$

Из сказанного выше можно сделать следующие выводы.

1. В рамках модели Большого Взрыва, как известно, на стадии инфляции Вселенной, выполняется важнейшее условие $\rho = \rho_v$, а $\rho_b = 0$. Следовательно, вращение Вселенной целиком обеспечивается наличием космического вакуума, что и было отмечено в нашей статье [3].

2. В случае пренебрежения космическим вакуумом ($\rho_V \rightarrow 0$) ее угловая скорость с точностью до коэффициента $\sqrt{2}$ совпадает с ранее полученными результатами [5]. Вместе с тем, для получения размеров фрагментов протогалактического облака, равных длине Джинса, как видно из (18), важен учет её вращения, при котором определяющую роль может играть космический вакуум.

Дело заключается в том, соотношение плотности барионной материи и космического вакуума различно на разных стадиях эволюции Вселенной. В период от начала рождения Вселенной до примерно семи миллиардов лет, как известно [6], доминирует плотность барионной материи, обеспечивая общее космологическое замедление расширения Вселенной. А в период от семи миллиардов лет до настоящего времени во Вселенной доминирует вакуум, обеспечивающий ее ускоренное расширение. Поэтому современные представления о первичных размерах протогалактик и скорости вращения Вселенной, действительно могут определяться как плотностью барионной материи, так и плотностью космического вакуума.

3. Вращение Вселенной, как это ясно из общих физических соображений, представляет собой внешний фактор, который может породить возникновение в протогалактическом субстрате волн плотности возмущений. Однако, физический смысл выражения (20), заключается в том, что в некоторых случаях даже наличие вращения не приводит к возникновению таких волн.

Действительно, обобщенная длина волны Джинса вытекает из условия равенства нулю частоты колебаний барионного субстрата, а сама угловая скорость (20) получена при дополнительном условии равенства нулю волнового вектора. Так что полученное нами выражение представляет собой такую (критическую) угловую скорость вращения Вселенной, при которой возмущения плотности барионного субстрата отсутствуют. При этом она возникает в период доминирования во Вселенной ее барионного компонента. В самом деле, условие $\Omega_{cr} > 0$ имеет место при соотношении $\rho_B > \rho_V$, т.е. в период от начала рождения Вселенной до семи миллиардов лет.

Авторы выражают благодарность АО «Национальный центр космических исследований и технологий» за поддержку данного исследования в рамках бюджетной программы 055, подпрограмма 101 «Грантовое финансирование научных исследований».

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. Строение и эволюция Вселенной. – М.: Наука, 1975.
- 2 Чечин Л.М., Ибраимова А.Т. Уравнения Фридмана во вращающейся системе отсчета // Вестник Национальной академии наук Республики Казахстан. – 2013. – № 4. С. 15.
- 3 Чечин Л.М. Космический вакуум и вращение галактик // Астрономический журнал. – 2010. – Т. 87, № 8. – С. 784.
- 4 Долгов А.Д., Зельдович Я.Б., Сажин М.В. Космология ранней Вселенной. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1988. – 99 с.
- 5 Чандрасекхар С. Эллипсоидальные фигуры равновесия. – М.: Мир, 1973. – 289 с.
- 6 Byrd G.G., Chernin A.D., Valtonen M.J. Cosmology: foundations and frontiers. – М., URSS, 2007.

REFERENCES

- 1 Zel'dovich Ja.B., Novikov I.D. Stroenie i jevoljucija Vselennoj. M.: Nauka, 1975.
- 2 Chechin L.M., Ibraimova A.T. Uravnenija Fridmana vo vrashhajushhejsja sisteme otscheta. Vestnik Nacional'noj akademii nauk Respubliki Kazahstan. 2013. № 4. S. 15.
- 3 Chechin L.M. Kosmicheskij vakuum i vrashhenie galaktik. Astronomicheskij zhurnal. 2010. T. 87, № 8. S. 784.
- 4 Dolgov A.D., Zel'dovich Ja.B., Sazhin M.V. Kosmologija rannej Vselennoj. M.: Izd-vo Mosk. un-ta, 1988. 99 s.
- 5 Chandrasekhar C. Jellipsoidal'nye figury ravnovesija. M.: Mir, 1973. 289 s.
- 6 Byrd G.G., Chernin A.D., Valtonen M.J. Cosmology: foundations and frontiers. M., URSS, 2007.

Резюме

Л. М. Чечин¹, А. Т. Ибраимова²

¹В. Г. Фесенков атындағы Астрофизика институты, Алматы, Қазақстан,

²Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан)

АЙНАЛМАЛЫ ӘЛЕМДЕГІ БАРИОНДЫҚ МАТЕРИЯ ТЫҒЫЗДЫҒЫНЫҢ АУЫТҚУ ЭВОЛЮЦИЯСЫ

Жұмыста Джинс теңдеуінің ұлғайған және айналатын Әлемге арналған жалпыланған теңдеуі берілген. Айналымды Әлемдегі бариондық субстраттың тербеліс ауытқуының жалпыланған жиіліктері алынды. Екі

жағдай қарастырылды: біріншісі – жалпыланған толқын векторы k Джинстың толқын векторына $k_{Дж}$ сәйкес келгенде және екінші жағдай – нөлге ұмтылған кезі. Алынған бұрыштық жылдамдықтардың мәндеріне сәйкес космологиялық талдау жасалды.

Тірек сөздер: болмашы ауытқулар теориясы, бариондық субстрат, ультра аз тербелістер.

Summary

L. M. Chechin¹, A. T. Ibraimova²

¹Fesenkov Astrophysical institute, Almaty, Kazakhstan,

²Kazakh national pedagogical university named after Abai, Almaty, Kazakhstan)

EVOLUTION OF THE BARYONIC MATTER'S DENSITY PERTURBATIONS IN THE ROTATING UNIVERSE

In article the generalization of Jeans equation in expanding and rotating Universe is given. We found the generalized frequency of baryonic substrate oscillations in the rotating Universe. In doing this two cases were considered: the generalized wave vector may coincide with the Jeans wave vector, and the generalized wave vector tends to zero.

As the result we made the following conclusions.

1. In the framework of Big Bang model the inflationary stage of the Universe evolution was performed by condition $\rho = \rho_V$ and $\rho_B = 0$. Consequently, rotation of the Universe as whole is determined by the presence of the cosmic vacuum also.

2. In the case of cosmic vacuum ($\rho_V \rightarrow 0$) neglecting its angular velocity coincides with the factor $\sqrt{2}$ accuracy with previous Liapunov result. However, to obtain sizes of protogalactic cloud fragments, equal to Jeans length, it is important to consider its rotation when cosmic vacuum can play a main role.

3. Rotation of the Universe, as is clear from general physical considerations, is an external factor that can produce in protogalactic substrate's density wave disturbances. However, in some cases the presence of rotation gives rise to no such waves.

Really, we obtained expression is a (critical) angular velocity of the Universe in which the baryon density perturbations substrate available. It occurs in the period of baryonic component dominance. In fact, the condition $\Omega_{cr} > 0$ occurs when a ratio $\rho_B > \rho_V$, i.e. in the period from the beginning of Universe birth billions of years to seven.

Keywords: theory of small perturbations, baryonic substrate, ultra-small vibrations.