УДК 510.67

Б. Ш. КУЛПЕШОВ, А. Б. АЛТАЕВА

(Международный университет информационных технологий, Алматы, Казахстан)

ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ-ГЕНЕРИРУЮЩИЕ ФОРМУЛЫ В СЛАБО ЦИКЛИЧЕСКИ МИНИМАЛЬНЫХ СТРУКТУРАХ

Аннотация. Доказано что любая p-стабильная выпуклая вправо формула, где p – неалгебраический 1-тип, является эквивалентность-генерирующей в счетно-категоричной не 1-транзитивной слабо циклически минимальной структуре.

Ключевые слова: слабая циклическая минимальность, счетная категоричность, p-стабильная выпуклая вправо формула.

Тірек сөздер: босаң циклдік минималдық, есептік категориялық, p-тұрақты оң жаққа дөңесті формула.

Keywords: weak circular minimality, countable categoricity, p-stable convex-to-right formula.

Пусть $M = \langle M, =, <\rangle$ – линейный порядок. Если мы соединим два конца линейно упорядоченного множества M (возможно, это $-\infty$ и $+\infty$), то получим циклический порядок.

Циклический порядок на M – это тернарное отношение K, определенное на M следующим образом: $K(x, y, z) :\Leftrightarrow (x \le y \le z) \vee (z \le x \le y) \vee (y \le z \le x)$.

Ясно, что $K(x, y, z) \Leftrightarrow K(y, z, x) \Leftrightarrow K(z, x, y)$, и когда x, y и z различны, то $K(x, y, z) \Leftrightarrow \neg K(y, x, z)$.

Определение 1. *Циклический порядок* описывается тернарным отношением K, которое удовлетворяет следующим условиям:

(co1) $\forall x\ \forall y\ \forall z\ (K(x, y, z) \to K(y, z, x))$;

(co2) $\forall x\ \forall y\ \forall z\ (K(x, y, z) \wedge K(y, x, z) \Leftrightarrow x = y \vee y = z \vee z = x)$;

(co3) $\forall x\ \forall y\ \forall z\ (K(x, y, z) \to \forall t\ [K(x, y, t) \vee K(t, y, z)])$;

(co4) $\forall x\ \forall y\ \forall z\ (K(x, y, z) \vee K(y, x, z))$.

Следующая теорема связывает линейные и циклические порядки.

Теорема 2. ([1], Теорема 11.9) *Если $\langle M, \le\rangle$ – линейный порядок, K – тернарное отношение, получаемое из $\le$ по правилу $K(x, y, z) :\Leftrightarrow (x \le y \le z) \vee (z \le x \le y) \vee (y \le z \le x)$, то K – отношение циклического порядка на M.*

Обратно, если $\langle N, K\rangle$ – циклический порядок, $\alpha \in N$, то отношение $\le$ определяемое на $M := N \setminus \{\alpha\}$ по правилу $y \le z :\Leftrightarrow K(\alpha, y, z)$, является линейным порядком.

Более того, если мы расширим это отношение порядка на N по правилу $\beta < \alpha$ для всех $\beta \in M$, то получаемое отношение циклического порядка является исходным циклическим порядком K.

Обозначение 3. (1) Пусть $M = \langle M, =, <, \ldots\rangle$ – линейно упорядоченная структура. Через $c(M)$ будем обозначать структуру $M^* = \langle M, =, K^3, \ldots\rangle$, в которой линейный порядок $<$ заменяется тернарным отношением K^3 следующим образом: для любых элементов $a, b, c \in M$ $K(a, b, c) \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow a \le b \le c \vee b \le c \le a \vee c \le a \le b$

(2) $K_0(x, y, z) := K(x, y, z) \wedge y \ne x \wedge y \ne z \wedge x \ne z$.

(3) $K(u_1, \ldots, u_n)$ обозначает формулу, говорящую, что все подкортежи кортежа $\langle u_1, \ldots, u_n\rangle$ (в возрастающем порядке) удовлетворяют K; аналогичные обозначения для K_0.

(4) Пусть A, B, C – попарно непересекающиеся выпуклые подмножества циклически упорядоченной структуры M. Будем писать $K(A, B, C)$, если для любых $a, b, c \in M$ всякий раз, когда $a \in A$, $b \in B$, $c \in C$ мы имеем $K(a, b, c)$. Мы расширяем данное обозначение естественным образом, например, употребляя следующую запись $K_0(A, b, C, D)$.

Определение 4. Пусть $I \subseteq M$, где M – циклически упорядоченная структура. Множество I называется *открытым интервалом*, если $I = \{c \in M: M \models K_0(a, c, b)\}$ для некоторых $a, b \in M$.

Если I – открытый интервал, то иногда мы будем писать $I = (a, b)$ если желаем указать концевые точки I. Аналогично мы можем определить *замкнутые, полуоткрытые-полузамкнутые* и т.п. *интервалы* в M. Под *интервалом* в M мы будем понимать любой из вышеназванных типов интервалов в M.

Следующее понятие было впервые введено Д. Макферсоном и Ч. Стейнхорном в [2]. Они описали циклически упорядоченные группы, которые являются циклически минимальными.

Определение 5. [2] Циклически упорядоченная структура $M = \langle M, =, K^3, \ldots \rangle$ называется *циклически минимальной*, если любое определимое (с параметрами) подмножество структуры M является объединением конечного числа интервалов и точек в M.

Пример 6. Пусть $G = \{z \in C \mid |z| = 1\}$, где C – множество комплексных чисел. Рассмотрим структуру $G = \langle G, =, *, K^3 \rangle$, где * – бинарная операция, являющаяся умножением на комплексных числах.

Очевидно, что $\langle G, * \rangle$ – группа. Нетрудно доказать что G является циклически минимальной.

Определение 7. Пусть $A \subseteq M$, где M – циклически упорядоченная структура. Множество A называется *выпуклым*, если для любых $a, b \in A$ имеет место следующее: для любого $c \in M$ такого что $K(a, c, b)$ мы имеем что $c \in A$ или для любого $c \in M$ такого что K(b, c, a) мы имеем $c \in A$.

Очевидно, что как интервал, так и точка являются выпуклыми множествами.

По аналогии с линейным случаем ранее введено следующее понятие:

Определение 8. [3] Циклически упорядоченная структура $M = \langle M, =, K^3, \ldots \rangle$ называется *слабо циклически минимальной*, если любое определимое (с параметрами) подмножество структуры M является объединением конечного числа выпуклых множеств.

Пример 9. Пусть $M = \langle c(\omega + \omega^* + Q + \omega + \omega^* + Q), K \rangle$, где ω – упорядочение натуральных чисел, ω^* – обратный порядок на натуральных числах и Q – упорядочение рациональных чисел. Тогда M является слабо циклически минимальной структурой. Обозначим первые элементы копий $\omega + \omega^*$ через a и c, а последние элементы – через b и d. Рассмотрим следующую формулу:

$$\phi(x) := \forall y \ \forall z \ [K_0(y, x, z) \to \exists t_1 \exists t_2 (K_0(y, t_1, x) \wedge K_0(x, t_2, z))]$$

Тогда $\phi(M) = \{x \in M \mid M \models K_0(b, x, c) \vee K_0(d, x, a)\}$, причем $\phi(M)$ является множеством реализаций полного типа, но оно не является выпуклым; это невозможно в о-минимальных (или слабо о-минимальных) структурах.

Определение 10. [3] Пусть M – циклически упорядоченная структура.

(i) Пусть $p \in S_1(\emptyset)$. Будем говорить, что p является *n-выпуклым*, если для любого элементарного расширения N структуры M $p(N)$ является непересекающимся объединением n максимальных выпуклых множеств (которые называются *выпуклыми компонентами* множества $p(N)$). Будем говорить, что p является *выпуклым*, если p является 1-выпуклым. В противном случае, будем говорить, что *p – невыпуклый.*

(ii) Будем говорить, что M является *n-выпуклой*, если каждый тип $p \in S_1(\emptyset)$ является n-выпуклым, и мы говорим что $Th(M)$ является *n-выпуклой*, если это имеет место для всех $N \equiv M$.

(iii) Пусть $\phi(x)$ – $\emptyset$-определимая формула. Будем говорить, что $\phi(x)$ является *выпуклой*, если $\phi(M)$ выпукло. Будем говорить, что невыпуклая формула $\phi(x)$ является *n-выпуклой* (где $n \geq 2$), если n – наименьшее число такое, что $\phi(M)$ является непересекающимся объединением n выпуклых подмножеств структуры M.

Ранее была доказана следующая теорема:

Теорема 11. [3] *Пусть M – слабо циклически минимальная структура. Тогда существует $n < \omega$ такой, что M – n-выпуклая.*

В качестве следствия мы получаем в частности, что если M – слабо циклическая минимальная структура и $p \in S_1(\emptyset)$, то $p(M)$ является объединением конечного числа выпуклых множеств.

В работах [3-5] были исследованы счетно-категоричные слабо циклически минимальные структуры, являющиеся 1-транзитивными. В настоящем докладе мы исследуем поведение 2-формул в счетно-категоричных слабо циклически минимальных структурах, не являющихся 1-транзитивными.

Пусть $p \in S_1(\varnothing)$ и $F(x, y)$ – $\varnothing$-определимая формула такая, что для каждого $b \in p(M)$ $F(M, b)$ – выпуклое бесконечное кобесконечное множество, $F(M, b) \subset p(M)$. Пусть $F^1(y)$ – формула, говорящая, что y является левой концевой точкой множества $F(M, y)$:

$$\exists z_1 \exists z_2 [K_0(z_1, y, z_2) \wedge \forall t_1(K(z_1, t_1, y) \wedge t_1 \neq y \rightarrow \neg F(t_1, y)) \wedge$$
$$\forall t_2 (K(y, t_2, z_2) \wedge t_2 \neq y \rightarrow F(t_2, y))].$$

Мы говорим, что $F(x, y)$ является *p-стабильной выпуклой вправо*, если для любого элемента $b \in p(M)$ $M \models \forall x [F(x, b) \rightarrow F^1(b) \wedge \forall z (K(b, z, x) \rightarrow F(z, b))]$

Пусть $F_1(x, y)$, $F_2(x, y)$ – произвольные выпуклые вправо формулы. Будем говорить, что F_2 *больше чем* F_1, если существует $a \in p(M)$ такой, что $F_1(M, a) \subset F_2(M, a)$. Это дает тотальное упорядочение на (конечном) множестве всех p-стабильных выпуклых вправо формул $F(x, y)$ (рассматриваемых по модулю эквивалентности $Th(M)$). Будем писать $f(y) :=$ rend $F(M, y)$, подразумевая что $f(y)$ является правой концевой точкой множества $F(M, y)$, которая лежит в определимом пополнении $\overline{M}$ структуры M. Тогда f является функцией, которая отображает $p(M)$ в $\overline{M}$.

Пусть $F(x,y)$ – p-стабильная выпуклая вправо формула. Слегка адаптируя определение из [6], будем говорить, что $F(x,y)$ является *эквивалентность–генерирующей*, если для любых $\alpha, \beta \in p(M)$ таких, что $M \models F(\beta, \alpha)$, имеет место следующее: $M \models \forall x(K(\beta, x, \alpha) \wedge x \neq \alpha \rightarrow [F(x, \alpha) \leftrightarrow F(x, \beta)])$.

Нами доказана следующая теорема:

Теорема 12. *Пусть M – счетно-категоричная слабо циклически минимальная структура, не являющаяся 1-транзитивной, $p \in S_1(\varnothing)$ – неалгебраический. Тогда любая p-стабильная выпуклая вправо формула является эквивалентность-генерирующей.*

Доказательство Теоремы 12. Согласно Теореме 11 M является n-выпуклой для некоторого $n \in \omega$. Если $n = 1$, тогда M является слабо о-минимальной структурой относительно имеющегося $\varnothing$-определимого линейного порядка, совместимого с циклическим порядком. Тогда заключение теоремы следует из ранее полученных результатов для счетно-категоричных слабо о-минимальных структур [7]. Поэтому предположим, что $n > 1$. В этом случае существуют выпуклые множества U_i^p, где $1 \le i \le n$, такие что $p(M) = \bigcup_{i=1}^{n} U_i^p$ и $K_0(U_1^p, U_2^p, \ldots, U_n^p)$. Эти множества называются выпуклыми компонентами типа p. Пусть $F(x, y)$ – p-стабильная выпуклая вправо формула и $f(y):=$ rend $F(M, y)$. Исследуем поведение функции f на $p(M)$.

Случай 1. f – константа на $p(M)$. Возьмем произвольный $\alpha \in p(M)$ и рассмотрим $F(M, \alpha)$. В силу бесконечности $F(M, \alpha)$ существует $\gamma \in p(M)$ такой, что $\gamma \neq \alpha$ и $\gamma \in F(M, \alpha)$. Следовательно, существует $i \le n$ такой, что $F(M, \alpha) \subset U_i^p$ и существует $\beta \in U_i^p$ с условием $\neg F(\beta, \alpha) \wedge K_0(\alpha, \gamma, \beta)$. Так как f – константа на $p(M)$, то $f(\alpha) = f(\beta)$, откуда $F(M, \beta) \not\subset p(M)$. Противоречие.

Случай 2. f – кусочно константа на $p(M)$. Тогда каждое U_i^p разбивается на конечное число выпуклых E-классов. Рассмотрим следующую формулу:

$$\phi(x) := U(x) \wedge \exists y[\neg U(y) \wedge \forall z(K(y,z,x) \wedge \neg U(z) \rightarrow \forall t(K(y,t,z) \rightarrow \neg U(t)) \wedge$$
$$\forall u(K(y,u,x) \wedge U(u) \rightarrow \forall r(K(u,r,x) \rightarrow U(r) \wedge E(r,x)))]$$

Имеем: $\varnothing \neq \phi(M) \subset p(M)$, т.е. $p(M)$ не является 1-неразличимым над $\varnothing$. Противоречие.

Случай 3. f – монотонная вправо на $p(M)$. Тогда рассмотрим следующие формулы:

$$F^1(x,y) := F(x,y);\ \ F^2(x,y) := \exists t[F^1(t,y) \wedge F(x,t)]; \ldots;\ \ F^n(x,y) := \exists t[F^{n-1}(t,y) \wedge F(x,t)]; \ldots$$

Очевидно что $F(M,\alpha) \subset F^2(M,\alpha) \subset \ldots \subset F^n(M,\alpha) \subset \ldots$., противореча счетной категоричности T.

Случай 4. f – монотонная влево на $p(M)$. Поймем что

$$M \models \exists x[F(x,\alpha) \wedge \forall y(F(y,x) \rightarrow F(y,\alpha))] \qquad (*)$$

Допустим противное: $M \models \forall x[F(x,\alpha) \rightarrow \exists y(F(y,x) \wedge \neg F(y,\alpha))]$. Тогда рассмотрим произвольный $\beta \in F(M, \alpha)$ такой, что $\beta \neq \alpha$ и найдем $\gamma \in F(M, \beta)$ такой, что $\gamma \notin \neg F(M, \alpha)$. Имеем:

$M \models K_0(\alpha,\beta,\gamma) \wedge K_0(f(\alpha), f(\beta), f(\gamma))$, противореча монотонности влево функции *f*. Следовательно, выполняется (*). Поймем теперь, что

$$M \models \exists x[F(x,\alpha) \wedge \exists y(F(y,x) \wedge \neg F(y,\alpha))] \qquad (**)$$

Допустим противное: $M \models \forall x[F(x,\alpha) \to \forall y(F(y,x) \to F(y,\alpha))]$. Тогда рассмотрим произвольный $\beta \in F(M,\alpha)$ такой, что $\beta \neq \alpha$. Тогда существует $\gamma \in F(M,\alpha)$ такой, что $K_0(f(\beta),\gamma,f(\alpha))$. Имеем: $M \models K_0(\alpha,\beta,\gamma) \wedge K_0(f(\beta), f(\gamma), f(\alpha))$, откуда $K_0(f(\alpha), f(\beta), f(\gamma))$. Противоречие. Следовательно, выполняется (**).

Тогда рассмотрим следующие формулы:

$$F^1(x,y) := F(x,y);\quad F^2(x,y) := \exists t[F^1(t,y) \wedge F(x,t)];\ldots;\quad F^n(x,y) := \exists t[F^{n-1}(t,y) \wedge F(x,t)];\ldots$$

Опять получаем, что $F(M,\alpha) \subset F^2(M,\alpha) \subset \ldots \subset F^n(M,\alpha) \subset \ldots$, противореча счетной категоричности *T*.

Случай 5. *f* – локально монотонная на *p(M)*. Тогда существуют $\varnothing$-определимые отношения эквивалентности $E_1, E_2, \ldots, E_s$, разбивающие *p(M)* на бесконечное число бесконечных выпуклых классов, так что E_i утончает E_{i+1} для каждого $1 \le i \le s-1$, *f* – монотонная вправо (влево) на $E_1(M,\alpha)$ для каждого $\alpha \in p(M)$, *f* – монотонная влево (вправо) на $E_2(M,\alpha)/E_1$, ..., *f* – строго монотонная на $E_s(M,\alpha)/E_{s-1}$ и *f* – строго монотонная на $p(M)/E_s$. Возьмем произвольный $\alpha \in p(M)$. Поймем, что существуют элементы $\beta \in E_s(M,\alpha)$ и $\gamma \in p(M)$ такие, что $M \models K_0(\beta,\gamma,f(\beta)) \wedge \neg E_s(\gamma,\alpha)$. *f* может быть либо монотонной вправо на $E_1(M,\alpha)$, либо монотонной влево на $E_1(M,\alpha)$. Не умаляя общности, предположим первое.

Шаг 1. Поймем, что существуют элементы $\beta \in E_1(M,\alpha)$ и $\gamma \in p(M)$ такие, что $M \models K_0(\beta,\gamma,f(\beta)) \wedge \neg E_1(\gamma,\alpha)$. Допустим противное:

$$M \models \forall x[E_1(x,\alpha) \to \forall y(U(y) \wedge K_0(x,y,f(x)) \to E_1(y,\alpha))]$$

Так как f – монотонная вправо на $E_1(M,\alpha)$, то утверждаем, что для любого $\beta \in F(M,\alpha)\setminus\{\alpha\}$ существует $\gamma \in E_1(M,\alpha)$ такой, что $M \models K_0(\beta,\gamma,f(\beta)) \wedge \neg F(\gamma,\alpha)$. Если это не так, тогда рассмотрим такой элемент β что $F(M,\beta) \subset F(M,\alpha)$ и существует $\lambda \in F(M,\alpha)$ с условием $F(M,\beta) < \lambda$. Тогда рассмотрим $\gamma \in E_1(M,\alpha)$ такой, что $K_0(\alpha,\beta,\gamma)$ и $\neg F(\gamma,\alpha)$. Тогда очевидно мы имеем $K_0(f(\alpha), f(\beta), f(\gamma))$, противореча монотонности вправо функции *f*. Следовательно, для любого $\beta \in F(M,\alpha)\setminus\{\alpha\}$ существует $\gamma \in E_1(M,\alpha)$ такой, что $M \models K_0(\beta,\gamma,f(\beta)) \wedge \neg F(\gamma,\alpha)$. Тогда рассмотрим следующие формулы:

$$F^1(x,y) := F(x,y);\quad F^2(x,y) := \exists t[F^1(t,y) \wedge F(x,t)];\ldots;\quad F^n(x,y) := \exists t[F^{n-1}(t,y) \wedge F(x,t)];\ldots$$

Очевидно, что $F(M,\alpha) \subset F^2(M,\alpha) \subset \ldots \subset F^n(M,\alpha) \subset \ldots$, противореча счетной категоричности *T*. Таким образом, на шаге 1 мы доказали, что существуют элементы $\beta \in E_1(M,\alpha)$ и $\gamma \in p(M)$ такие, что $M \models K_0(\beta,\gamma,f(\beta)) \wedge \neg E_1(\gamma,\alpha)$.

Шаг 2. *f* – монотонная влево на $E_2(M,\alpha)/E_1$. Поймем, что существуют элементы $\beta \in E_2(M,\alpha)$ и $\gamma \in p(M)$ такие, что $M \models K_0(\beta,\gamma,f(\beta)) \wedge \neg E_2(\gamma,\alpha)$. Допустим противное:

$$M \models \forall x[E_2(x,\alpha) \to \forall y(U(y) \wedge K_0(x,y,f(x)) \to E_2(y,\alpha))]$$

Тогда рассмотрим следующие формулы:

$$F^1(x,y) := \exists t[E_1(t,y) \wedge F(x,t)];\quad F^2(x,y) := \exists t \exists u[F^1(t,y) \wedge E_1(t,u) \wedge F(x,u)];\ldots;$$

$$F^n(x,y) := \exists t \exists u[F^{n-1}(t,y) \wedge E_1(t,u) \wedge F(x,u)];\ldots$$

Получаем, что $F(M,\alpha) \subset F^2(M,\alpha) \subset \ldots \subset F^n(M,\alpha) \subset \ldots$, противореча счетной категоричности *T*. Остальные шаги доказываются аналогично. Таким образом, мы имеем, что существуют элементы $\beta \in E_s(M,\alpha)$ и $\gamma \in p(M)$ такие, что $M \models K_0(\beta,\gamma,f(\beta)) \wedge \neg E_s(\gamma,\alpha)$.

Случай А. *f* – монотонная вправо на $p(M)/E_s$. Тогда рассмотрим следующие формулы:

$$F^1(x,y) := F(x,t);\quad F^2(x,y) := \exists t\exists u[F^1(t,y)\wedge E_s(t,u)\wedge F^1(x,u)];\ldots;$$

$$F^n(x,y) := \exists t\exists u[F^{n-1}(t,y)\wedge E_s(t,u)\wedge F^1(x,u)];\ldots$$

Мы имеем: $F^1(M,\alpha)\subset F^2(M,\alpha)\subset\ldots\subset F^n(M,\alpha)\subset\ldots$., противореча счетной категоричности T.

Случай В. f – монотонная влево на $p(M)/E_s$.

Поймем, что $M \models \exists x[F(x,\beta)\wedge\neg E_s(x,\beta)\wedge\forall y(F(y,x)\rightarrow F(y,\beta))]$.

Допустим противное: $M \models \forall x[F(x,\beta)\wedge\neg E_s(x,\beta)\rightarrow\exists y(F(y,x)\wedge\neg F(y,\beta))]$. Тогда возьмем такой y. Имеем: $M \models K_0(\beta,x,y)\wedge K_0(f(\beta),f(x),f(y))$, противореча монотонности влево функции f.

Следовательно, $M \models \exists x[F(x,\beta)\wedge\neg E_s(x,\beta)\wedge\forall y(F(y,x)\rightarrow F(y,\beta))]$.

Поймем теперь, что $M \models \exists x[F(x,\beta)\wedge\neg E_s(x,\beta)\wedge\exists y(F(y,x)\wedge\neg F(y,\beta))]$. Допустим противное: $M \models \forall x[F(x,\beta)\wedge\neg E_s(x,\beta)\rightarrow\forall y(F(y,x)\rightarrow F(y,\beta))]$. Тогда возьмем такой y. Получаем: $M \models K_0(\beta,x,y)\wedge K_0(f(x),f(y),f(\beta))$, противореча монотонности влево функции f. Тогда рассматривая $F^i(x,y)$ как в Случае А мы имеем:

$F^1(M,\alpha)\subset F^2(M,\alpha)\subset\ldots\subset F^n(M,\alpha)\subset\ldots$., противореча счетной категоричности T.

Случай 5 рассмотрен полностью.

Возьмем произвольный $\alpha\in p(M)$. Если $f(\alpha)\in p(M)$, т.е. в нашей ситуации получаем что $\alpha, f(\alpha)\in U_i^p$ для некоторого $i\le n$. Тогда по Лемме 5.2 [3] $f = id$. Таким образом, единственная возможность для функции f является то, чтобы f была локально константой на $p(M)$, причем $f(\alpha)\notin p(M)$. Это возможно только в случае, когда формула $F(x, y)$ является эквивалентность-генерирующей, т.е. порождает отношение эквивалентности с бесконечным числом бесконечных выпуклых классов. Теорема доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1 Bhattacharjee M., Macpherson H.D., Moller RG., Neumann P.M. Notes on Infinite Permutation Groups, (Lecture Notes in Mathematics 1698), Springer, 1998. – 202 p.

2 Macpherson H.D., Steinhorn Ch. On variants of o-minimality // Annals of Pure and Applied Logic. –79 (1996). – P. 165-209.

3 Kulpeshov B.Sh., Macpherson H.D. Minimality conditions on circularly ordered structures // Mathematical Logic Quarterly. – 51 (2005). – P. 377-399.

4 Kulpeshov B.Sh. On $\aleph_0$-categorical weakly circularly minimal structures // Mathematical Logic Quarterly. – 2006. – Vol. 52, issue 6. – P. 555-574.

5 Кулпешов Б.Ш. Определимые функции в $\aleph_0$-категоричных слабо циклически минимальных структурах // Сибирский математический журнал. – 2009. – Т. 50, № 2. – С. 356-379.

6 Baizhanov B.S., Kulpeshov B.Sh. On behaviour of 2-formulas in weakly o-minimal theories // Mathematical Logic in Asia: Proceedings of the 9th Asian Logic Conference. – Singapore: World Scientific, 2006. – P. 31-40.

7 Kulpeshov B.Sh. Criterion for binarity of $\aleph_0$-categorical weakly o-minimal theories // Annals of Pure and Applied Logic. – 2007. – Vol. 45, issue 2. – P. 354-367.

REFERENCES

1 Bhattacharjee M., Macpherson H.D., Moller RG., Neumann P.M. Notes on Infinite Permutation Groups, (Lecture Notes in Mathematics 1698), Springer, 1998. 202 p.

2 Macpherson H.D., Steinhorn Ch. On variants of o-minimality. Annals of Pure and Applied Logic. 79 (1996). P. 165-209.

3 Kulpeshov B.Sh., Macpherson H.D. Minimality conditions on circularly ordered structures. Mathematical Logic Quarterly. 51 (2005). P. 377-399.

4 Kulpeshov B.Sh. On $\aleph_0$-categorical weakly circularly minimal structures. Mathematical Logic Quarterly. 2006. Vol. 52, issue 6. P. 555-574.

5 Kulpeshov B.Sh. Opredelimye funkcii v $\aleph_0$-kategorichnyh slabo ciklicheski minimal'nyh strukturah. Sibirskij matematicheskij zhurnal. 2009. T. 50, № 2. S. 356-379.

6 Baizhanov B.S., Kulpeshov B.Sh. On behaviour of 2-formulas in weakly o-minimal theories. Mathematical Logic in Asia: Proceedings of the 9th Asian Logic Conference. Singapore: World Scientific, 2006. P. 31-40.

7 Kulpeshov B.Sh. Criterion for binarity of $\aleph_0$-categorical weakly o-minimal theories. Annals of Pure and Applied Logic. 2007. Vol. 45, issue 2. P. 354-367.

Резюме

Б. Ш. Кулпешов, А. Б. Алтаева

(Ақпараттық технологиялар халықаралық университеті, Алматы, Қазақстан)

БОСАҢ ЦИКЛДІК МИНИМАЛДЫ ҚҰРЫЛЫМДАРЫНДА
ЭКВИВАЛЕНТТІЛІК ТУДЫРАТЫН ФОРМУЛАЛАР

Осы мақалада 1-транзитивтік емес есептік-категориялық босаң циклдік минималды құрылымда егер *p* алгебрасыз 1-тип болса, онда кез келген *p*-тұрақты оң жаққа дөңесті формуласы эквиваленттілік тудыратын болуы дәлелденеді.

Тірек сөздер: босаң циклдік минималдық, есептік категориялық, *p*-тұрақты оң жаққа дөңесті формула.

Summary

B. S. Kulpeshov, A. B. Altayeva

(International university of information technologies, Almaty, Kazakhstan)

EQUIVALENCE-GENERATING FORMULAS
IN WEAKLY CIRCULARLY MINIMAL STRUCTURES

Here we prove that every p-stable convex-to-right formula, where p is a non-algebraic 1-type, is equivalence-generating in a countably categorical non-1-transtive weakly circularly minimal structure.

Keywords: weak circular minimality, countable categoricity, *p*-stable convex-to-right formula.

Поступила 04.03.2014г.