УДК 622.775

Л. Б. САБИРОВА

(*Представлена академиком НАН РК Е. И. Роговым*)

(Институт Горного дела им. Д. А. Кунаева, Алматы, Казахстан)

РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ ФИЛЬТРАЦИИ РАСТВОРОВ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Аннотация. В статье рассмотрены конкретные аналитические модели для определения средней фиктивной и действительной скорости фильтрации раствора в пористой среде, а также составляющая скорости потока раствора с учетом сил гравитации. Из приведенного примера видно, что при анализе конкретных объектов необходимо тщательно производить гидродинамический расчет всей сети эксплуатационного участка, принимая во внимание гравитационную составляющую – V_z вектора скорости фильтрации потока.

Ключевые слова: геотехнология, пластовые воды, подземное скважинное выщелачивание, восстановление, уран, естественная среда.

Тірек сөздер: геотехнология, тақталы сулар, жерасты ұңғылап сілтілеу, қалпына келтіру, уран, табиғи орта.

Keywords: geotechnology, reservoir waters, drillhole ISL, restoration, uranium, natural environment.

Рассмотрим разрабатываемое месторождение урана способом подземного выщелачивания (ПВ) через скважины с поверхности. Пусть одновременно в работе находится N технологических скважин из них $N_{зс}$ – закачных и $N_{ос}$ – откачных. Для крупных добычных предприятий $N_{ос}$ и $N_{зс}$ исчисляются сотнями. Так, например, для рудоуправления Северный Карамурун на конец 1999 года одновременно в работе находилось 496 скважин, из них 172 – откачные и 324 – закачные.

Сеть скважин вместе с рудовмещающим проницаемым пластом с поверхностными трубопроводами, насосами, эрлифтами образуют единую гидродинамическую систему.

Совершенно ясно, что здесь мы имеем дело с весьма сложными искусственными системами (скважины, фильтры, трубопроводы, насосы, эрлифты), взаимодействующими с еще более сложной естественной системой – массивом горных пород, вмещающим рудоносный пласт, помещенный в некоторые слабопроницаемые покрышки с наполненным поровым пространством водой под высоким гидростатическим давлением.

Особенности залегания рудных тел ураносодержащих горных пород подробно рассмотрены в монографии [2] и здесь не обсуждаются. Ясно только то, что массив горных пород неоднороден, обладает значительным разнообразием качественных характеристик и стохастических параметров, речь о которых конкретно пойдет ниже.

В работе [1] рассмотрены различные аналитические модели для определения средней фиктивной и действительной скорости фильтрации раствора в пористой среде, а также составляющая скорости потока раствора с учетом сил гравитации. Теоретические положения иллюстрированы конкретными примерами.

Рассмотрим скорость фильтрации раствора по радиусу контура питания для плоскорадиального неограниченного потока [1]:

$$V_ф = \frac{k \cdot \gamma}{\mu} \cdot \frac{H_к - H_c}{\left(\ell n \dfrac{R_к}{R_c} + S_к\right)} \cdot \frac{1}{R_к}, \tag{1}$$

где $H_к$ – абсолютное давление на кровлю пласта по контуру питания, МПа; $H_с$ – абсолютное давление на кровлю пласта по стенке скважины, МПа; $S_к$ – скин-эффект для фильтров скважин – безразмерная величина; $R_с$ – радиус скважины, м; $R_к$ – радиус плоского потока, текущая координата, м.

Используя данные, приведенные в [1, 2] для проницаемости пород – k и вязкости воды μ, запишем при ее плотности – γ.

$$\frac{k\gamma}{\mu} = 1{,}157 K_ф \cdot 10^{-2} \tag{2}$$

$$H_к - H_с = (S_н + S_о),$$

где $S_н$ – повышение (компрессия) уровня воды над статическим в нагнетательных – закачных скважинах, м; $S_о$ – понижение (депрессия) уровня воды над статическим в откачных скважинах, м; $K_ф$ – коэффициент фильтрации рудовмещающего пласта, м/сут.

Подставляя в (1) значения параметров, получается для любой ячейки:

$$V_ф = \frac{1{,}157 \cdot n \cdot K_ф}{10^2} \cdot \frac{(S_н + S_о)}{\ell n \frac{R_к}{R_с} + S_к} \cdot \frac{1}{R_к}. \tag{3}$$

Пусть вблизи от стенки скважины $\frac{R_к}{R_с} = 2{,}72$ при $R_к = 2{,}72 \cdot R_с$, например, при $R_с$ = 0,15 м; $R_к$ = 0,4 м имеем скорость фильтрации при $S_к$ = 0:

$$V_ф = 1{,}157 \cdot n \cdot K_ф \frac{S_н + S_о}{0{,}4 \cdot 10^2} = \frac{2{,}9 \cdot n \cdot K_ф (S_н + S_о)}{10^2}, \text{ м/сутки,} \tag{4}$$

где 2,9 размерный коэффициент, 1/м.

Для контура радиуса питания имеем:

$$R_к = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}, \tag{5}$$

где x_i, x_j, y_i, y_j – координаты закачных и откачных скважин соответственно, $i \neq j$.

$$V_ф(R) = \frac{1{,}157 \cdot n \cdot K_ф}{10^2} \frac{(S_н + S_о)}{\ell n \frac{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}}{R_с} + S_к} \cdot \frac{1}{R}. \tag{6}$$

Изобразим графически эту ситуацию в виде рисунка 1.

Координаты точек 1 и 2 выразятся:

$$\left.\begin{array}{l} 1 - (V_{ф.1};\ R_о = 0{,}4\text{ м}), \\ 2 - \left(V_ф\left(\hat{R}_к\right);\ R_к\right) \end{array}\right\}. \tag{7}$$

Закономерность изменения – уменьшения скорости фильтрации в пределах $R_с < R \le \hat{R}_к$ описывается уравнением (3).

Определим среднее значение скорости фильтрации $\overline{V}_ф$ по радиусу R в виде:

$$\overline{V}_ф = \frac{1}{10^2 \cdot \hat{R}_к} \int_{R_с}^{\hat{R}_к} 1{,}157 \cdot n \cdot K_ф \frac{(S_н + S_о)}{\ell n \frac{R}{R_с}} \cdot \frac{1}{R} dR \tag{8}$$

или

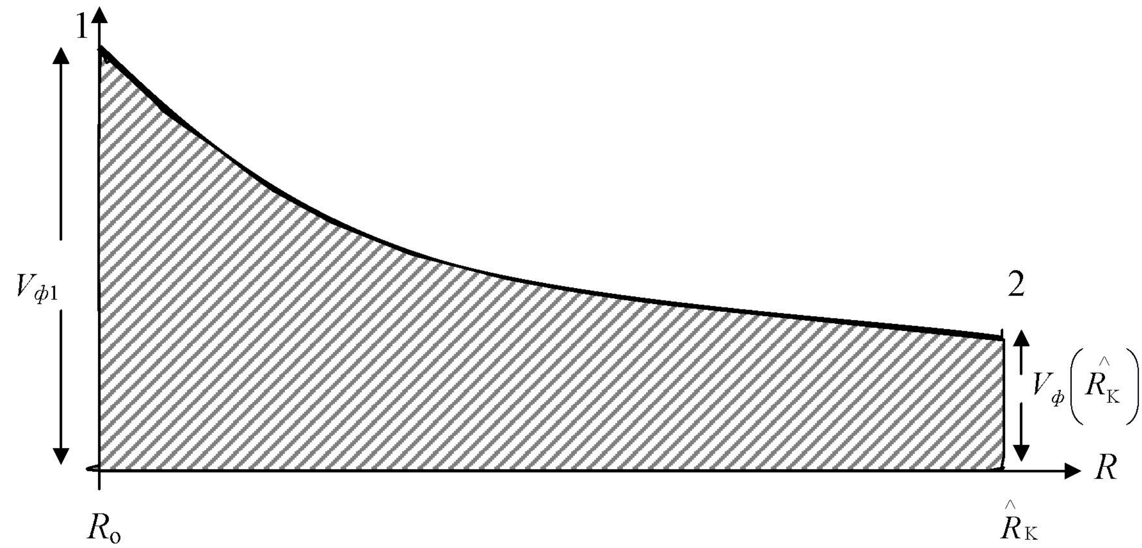

Рисунок 1 – Зависимость скорости фильтрации $V_ф$ от радиуса питания R

$$\overline{V}_\phi = \frac{1}{10^2 \cdot R_о} 1{,}157 \cdot n \cdot K_\phi \left(S_н + S_o\right) \cdot \ell n\left(\ell n \frac{R_o}{R_c}\right), \tag{9}$$

где

$$R_о = \sqrt{\left(x_i - x_j\right)^2 + \left(y_i - y_j\right)^2}, \quad R_о \geq 0{,}4 \text{ м}. \tag{10}$$

Уравнение (9) позволяет решить любые задачи кинетики урана по радиусу R до контура питания в явном виде.

Ясно, что скорость $\overline{V}_\phi$ является некоторой фиктивной величиной, так как движение раствора происходит по сообщающимся порам. В этой связи действительная скорость потока будет [1]:

$$\overline{V}_\partial = \frac{1{,}157 \cdot n}{10^2 \cdot \overline{K}_п \cdot \hat{R}_к} K_ф \cdot \left(S_н + S_о\right) \cdot \ell n\left(\ell n \frac{\hat{R}_к}{R_с}\right). \tag{11}$$

Например, при эффективной пористости $K_п = 0{,}2$, имеем:

$$\overline{V}_\partial = 5\overline{V}_\phi. \tag{12}$$

Из (12) следует, что действительная скорость потока в 5 раз больше средней скорости фильтрации.

Вектор скорости $\overline{V}_\phi$ всегда направлен по радиусу от любой ЗС к любой ОС. Ясно также, что такое представление есть некоторая идеализация процесса фильтрации раствора в плоскорадиальном, неограниченном потоке с плотными водоупорами.

Кроме $\overline{V}_\phi$ следует учитывать и вертикальную составляющую скорости $V_г$ – возникающую за счет разности плотности раствора – $\gamma_р$ и воды – γ. По данным [2]:

$$V_z = \frac{\Delta\gamma}{\gamma} \frac{K_\phi}{K_п}, \text{ м/сут}, \tag{13}$$

где $\Delta\gamma = \gamma_р - \gamma$; $K_п$ – эффективная пористость массива рудовмещающего горизонта, доли единицы.

Например, для наиболее характерных условий выщелачивания будем иметь:

$$V_z = \frac{1{,}02 - 1{,}0}{1{,}0} \cdot \frac{K_\phi}{0{,}2} = \frac{K_\phi}{10}, \text{ м/сут} \tag{14}$$

или при $K_п = 0{,}3$;

$$V_z = \frac{K_\phi}{15}, \text{ м/сут}. \tag{15}$$

Учитывая одновременно скорости $\overline{V}_{\phi}$, $\overline{V}_{\partial}$ и V_z очевидно получим модуль суммарной скорости потока:

$$\overline{V} = \sqrt{\overline{V}_{\phi}^{2} + V_{\text{г}}^{2}} \tag{16}$$

и направление вектора $\overline{V}$:

$$\alpha = arctg\frac{V_{\text{г}}}{\overline{V}_{\phi}}. \tag{17}$$

Подставляя в (16) и (17) значения из (9) и (14), получим:

$$\overline{V} = \sqrt{\frac{n^2 \cdot K_{\phi}^2 \cdot (S_{\text{н}} + S_o)^2 \cdot \left[\ell n\left(\ell n\frac{\hat{R}_{\text{к}}}{R_c}\right)\right]^2 1{,}34}{10^4} + \frac{K_{\phi}^2}{10^2}}$$

или

$$\overline{V} = \frac{K_{\phi}}{10}\sqrt{\frac{1{,}34 \cdot n^2 \cdot (S_{\text{н}} + S_o)^2 \cdot \left[\ell n\left(\ell n\frac{\hat{R}_{\text{к}}}{R_c}\right)\right]^2}{10^2} + 1}, \tag{18}$$

$$\alpha = arctg\frac{10\hat{R}_{\text{к}}}{1{,}157 \cdot n \cdot (S_o + S_{\text{н}}) \cdot \ell n\left(\ell n\frac{\hat{R}_{\text{к}}}{R_c}\right)}. \tag{19}$$

Если подходить более строго к фильтрации раствора в продуктивном горизонте, то его необходимо рассматривать трехмерным по трем осям x, y, z.

Рассмотрим теперь векторное поле $\vec{V}(x, y, z)$ скоростей фильтрации раствора в пористой среде рудовмещающего пласта. В соответствии с работой [1] запишем скорости фильтрации раствора в плоскорадиальном потоке в виде:

$$\left.\begin{aligned} V_x &= \frac{1}{2\pi \cdot M \cdot K_{\text{п}}}\sum_{j=1}^{N}\frac{Q_j(x - x_j)}{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2} + V_x^{\phi} \\ V_y &= \frac{1}{2\pi \cdot M \cdot K_{\text{п}}}\sum_{j=1}^{N}\frac{Q_j(y - y_j)}{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2} + V_y^{\phi} \end{aligned}\right\}, \tag{20}$$

$$V_z = \frac{\Delta\gamma}{\gamma}\cdot\frac{K_{\phi}}{K_{\text{п}}},$$

где Q_j, x_j, y_j – дебиты и координаты технологических скважин соответственно в м^3/сут, м; M – средняя мощность пород рудовмещающего горизонта, м; $K_{\text{п}}$ – эффективная пористость пласта, доли ед.; V_x^{ϕ}, V_y^{ϕ} – фоновая скорость течения воды в пласте, м/сутки.

В каждой точке n (x_o, y_o, z_o) области пласта имеют модуль скорости потока раствора:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} \tag{21}$$

и его направление

$$\alpha = arctg\frac{V_y}{V_x},\ \beta = arctg\frac{V_z}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}}. \tag{22}$$

Векторное поле скоростей потока (22) характеризуется функциями:

$$\left.\begin{array}{l} div\vec{V} \\ rot\vec{V} \\ F(x, y) = C \end{array}\right\}, \tag{23}$$

где $div\vec{V}$ – дивергенция векторного поля $\vec{V}$; $rot\vec{V}$ – ротация векторного поля $\vec{V}$; $F(x, y) = C$ – линии тока векторного поля $\vec{V}$.

Известно, что $div\vec{V}$ является трехмерным скалярным полем:

$$div\vec{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}. \tag{24}$$

Дифференцируя уравнения (20), получим:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial V_x}{\partial x} = \dfrac{1}{2\pi \cdot M \cdot K_{п}} \displaystyle\sum_{j=1}^{N} Q_j \dfrac{(y - y_j)^2 - (x - x_j)^2}{\left[(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2\right]^2} \\ \dfrac{\partial V_y}{\partial y} = \dfrac{1}{2\pi \cdot M \cdot K_{п}} \displaystyle\sum_{j=1}^{N} Q_j \dfrac{(x - x_j)^2 - (y - y_j)^2}{\left[(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2\right]^2} \end{array}\right\}. \tag{25}$$

Откуда следует, что $div\vec{V}$ есть плоское поле, так как $\dfrac{\partial V_z}{\partial z} = 0$.

Физический смысл дивергенции поля скоростей заключается в том, что если:

$$div\vec{V} > 0, \tag{26}$$

то это есть интенсивность источников (ЗС) и наоборот, если

$$div\vec{V} < 0, \tag{27}$$

то это есть интенсивность стоков (ОС).

Вихрь плоского векторного поля $\vec{V}$ определится в виде:

$$rot\vec{V} = \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y}\right)\vec{k}, \tag{28}$$

где

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial V_y}{\partial x} = \dfrac{1}{\pi \cdot M \cdot K_{п}} \displaystyle\sum_{j=1}^{N} Q_j (x - x_j) \cdot (y - y_j) \\ \dfrac{\partial V_x}{\partial y} = \dfrac{1}{\pi \cdot M \cdot K_{п}} \displaystyle\sum_{j=1}^{N} Q_j (y - y_j) \cdot (x - x_j) \end{array}\right\}. \tag{29}$$

Так как $\dfrac{\partial V_y}{\partial x} = \dfrac{\partial V_x}{\partial y}$ и $\dfrac{\partial V_z}{\partial z} = 0$, то

$$rot\vec{V} = 0. \tag{30}$$

Следовательно, движение жидкости – раствора в пласте безвихревое, т.е. отсутствует компонента вращательного движения потока. Это очень важное свойство поля фильтрации раствора.

Векторное поле скоростей характеризуется также линиями тока, которые определяются векторами скорости $\vec{V}$, касательными в каждой точке плоскости к некоторой мнимой линии.

Классическое уравнение линий тока выражается в трехмерном пространстве в виде:

$$\frac{dx}{V_x} = \frac{dy}{V_y} = \frac{dz}{V_z} \tag{31}$$

Для иллюстрации достоверности полученных формул, характеризующих трехмерное векторное поле скоростей $\vec{V}(x, y, z)$, рассмотрим усредненные условия для месторождения Акдала. Имеем следующие данные: $K_ф$ = 6,2 м/сутки; $K_п$ = 0,25; $n \cdot (S_н + S_о)$ = 120 м. Для одной гексагональной ячейки $R_к$ = 40 м; $R_с$ = 0,1 м.

Определим средние скорости:

– горизонтальная

$$\overline{V}_x = \overline{X}_y = \overline{V}_ф = \frac{1}{10^2 \cdot 40} \cdot 1{,}157 \cdot 6{,}2 \cdot 120 \cdot \ell n\left(\ell n \frac{40}{0{,}1}\right) = 0{,}39 \text{ м/сут},$$

– вертикальная по известной приближенной формуле:

$$V_г = \frac{K_{фг}}{10 \cdot 10} = \frac{6{,}2}{100} = 0{,}062 \text{ м/сут}, \; K_{фг} = \frac{K_ф}{10}.$$

Действительная горизонтальная скорость:

$$\overline{V}_д = \frac{\overline{V}_ф}{K_п} = 4 \cdot \overline{V}_ф = 1{,}56 \text{ м/сут}.$$

Следует отметить, что действительная скорость по радиусу фильтрации, примерно, в 25 раз больше, чем гравитационная составляющая. Из этого следует, что при радиусе ячейки R = 40 м, элементарный объем раствора проходит его за 102 суток, отклоняясь от горизонтальной плоскости всего на 6,3 м. Следовательно, при мощности продуктивного горизонта M = 60 м и при отсутствии нижнего водоупора объем его не будет потерян и попадет в откачную скважину.

Из приведенного примера видно, что при анализе конкретных объектов необходимо тщательно производить гидродинамический расчет всей сети эксплуатационного участка, принимая во внимание гравитационную составляющую – V_z вектора скорости фильтрации потока.

ЛИТЕРАТУРА

1 Рогов А.Е., Рыспанов Н.Б. Математические основы геотехнологий. – Алматы: FORTRESS, 2007. – 368 с.
2 Рогов Е.И., Язиков В.Г., Забазнов В.Л., Рогов А.Е. Геотехнология металлов. – Алматы: FORTRESS, 2005. – 391 с.

REFERENCES

1 Rogov E.A., Ryspanov. N.B. Matematicheskie osnovy geotekhnologii. Almaty: FORTRESS, 2007. 368 s.
2 Rogov E.I., Yazikov V. G., Zabaznov V. L. Rogov A.E. The metals geotechnology. Alma-Ata: FORTRESS, 2005. 391 p.

Резюме

Л. Б. Сабирова

(Д. А. Қонаев атындағы Тау-кен институты, Алматы, Қазақстан)

КЕУЕКТІ ОРТАДА ЕРІТІНДІЛЕРДІ СҮЗГІЛЕУ
ВЕКТОРЛЫҚ ӨРІСІНІҢ ЕСЕПТІК ҮЛГІСІ

Мақалада кеуекті ортада ерітіндінің жалған және ақиқат орташа жылдамдықтарын анықтау үшін нақты аналитикалық үлгілер, сонымен қатар гравитациялық күштерді ескеріп ерітінді ағындары жылдамдығын құраушы күштер қарастырылған. Келтірілген мысалдан қандай да бір нысанды талдау кезінде гравитациялық құраушыны – V_z ауаны сүзгілеу жылдамдығын ескеріп тұтыну учаскесінің барлық торабына гидродинами-калық есептеу жүргізудің қажеттілігін көруге болады.

Тірек сөздер: геотехнология, тақталы сулар, жерасты ұңғылап сілтілеу, қалпына келтіру, уран, табиғи орта.

Summary

L. B. Sabirova

(Mining institute after D. A. Kunaev, Almaty, Kazakhstan)

VECTOR FIELD ESTIMATED MODEL OF SOLUTIONS FILTERING IN THE POROUS ENVIRONMENT

In this article specific analytical models for determination of average dummy and actual speed of solution filtering in the porous environment, and also solution flow rates component taking into account gravitation forces are considered. From the given example it is visible that in the specific objects analysis it is necessary to make carefully hydrodynamic calculation of all operational section network, in view of a gravitational component – V_z of a flow filtering velocity vector.

Network of wells together with ore-hosting permeable layer with superficial pipelines, pumps, air lifts form uniform hydrodynamic system.

It is absolutely clear that here we deal with very difficult artificial systems (wells, filters, pipelines, pumps, air lifts), interacting with even more difficult natural system – the solid rocks containing ore-bearing layer, placed in some low permeable caps with the pore space filled with water under high hydrostatic pressure.

Features of a uranium bearing ore bodies bedding are in detail considered by us earlier in Rogov E.I., Yazikov V.G., Zabaznov V.L., Rogov A.E. «Geotechnology of metals» monograph and here aren't discussed. It is clear only that the solid rocks is non-uniform, possesses a considerable variety of qualitative characteristics and stochastic parameters the speech about which specifically will go below.

In Rogov A.E., Ryspanov N.B. «Mathematical basics of geotechnologies» work are covered various analytical models for determination of average fictitious and valid speed of a solution filtration in the porous environment, and also making speeds of a stream of solution taking into account gravitation forces. Theoretical provisions are illustrated by concrete examples.

In article the speed of a solution filtration on the boundary drainage radius for a plane radial unlimited stream is considered

It should be noted that the valid speed on filtration radius, approximately, in 25 times more, than a gravitational component. It follows from this that at the radius of a cell of R = 40 m, the elementary volume of solution passes it in 102 days, deviating the horizontal plane on only 6,3 m. Therefore, at the power of the productive horizon of M = 60 m and in the absence of the bottom aquaclude its volume won't be lost and will get to an extraction well.

Keywords: geotechnology, reservoir waters, drillhole ISL, restoration, uranium, natural environment.

Поступила 10.03.2014г.