

М. Е. ЕСКАЛИЕВ

(Казахский государственный женский педагогический университет, Алматы, Казахстан)

К РАСЧЕТУ ЗОН ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ СЛОИСТОГО ГОРНОГО МАССИВА ВБЛИЗИ ВЫРАБОТКИ

Аннотация. Рассматривается приближенное решение упругопластической задачи вблизи полости заложенной в траструпном (слоистом) массиве в допущениях, что в упругой зоне массив анизотропен и подчиняется обобщенному закону Гука, а неупругая зона моделируется как изотропной средой. Задача решается приближенно полуобратным методом П. И. Перлина с привлечением итерационной схемы. Составлена система алгебраических уравнений для нахождения неизвестных коэффициентов комплексного потенциала. Для одних и тех же упругих параметров анизотропии приведены сравнение размеры зоны неупругих деформаций для различных условий пластичности вблизи выработки заложенных для одной и той же глубины. Численно показаны влияния внутреннего давления на контуре выработки на размеры и конфигурации пластических зон вблизи выработки. Составлен алгоритм для численной реализации указанной задачи на ПЭВМ, результаты представлены в виде графиков.

Ключевые слова: упругость, пластичность, параметр, зона, потенциал, выработка, алгоритм, система, итерация.

Тірек сөздер: серпімділік, пластикалық, параметр, аймақ, әлеует, қазба, алгоритм, жүйе, итерация.

Keywords: upruhost, plasticity, parameter, bulding, cavity, algorithm, iterations, system.

При достаточно высоком уровне статических и динамических нагрузок горные породы вокруг выработок могут переходить в предельное состояние, а величины статических и сейсмических напряжений, превосходить пределы прочности горных пород, приводя к образованию зон неупругих деформаций. Задача решается полуобратным методом П. Н. Перлина [1, 2] и алгоритмом работ [4-6].

Справедливыми являются следующие допущения:

а) область неупругой деформации полностью охватывает незакрепленный контур выработки радиуса R ;

б) изотропный несжимаемый материал в зоне неупругой деформации подчиняется критерию текучести Хюэка-Брауна без смягчения;

в) упругая область находится в условиях плоской деформации и его поведение описывается уравнением обобщенного закона Гука для однородного трансформного массива с наклонной плоскостью изотропии.

Вокруг круговой выработки удобно представить компоненты напряжений в полярных координатах. Снабдим их индексом "p" сверху, указывающим принадлежность к пластической зоне. Компоненты напряжений $\sigma_r^p, \sigma_\theta^p, \tau_{r\theta}^p$ в пластической зоне удовлетворяют дифференциальным уравнениям равновесия.

$$\frac{\partial \sigma_r^p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}^p}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r^p - \sigma_\theta^p}{r} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}^p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta^p}{\partial \theta} + \frac{2\tau_{r\theta}^p}{r} = 0$$

граничным условиям на контуре полости (при $r = 1$)

$$\sigma_r^p = p_0 = const, \tau_{r\theta}^p = 0. \quad (2)$$

и условию пластичности Хюэка-Брауна [3]

$$(\sigma_r^p - \sigma_\theta^p) - \sqrt{-m\sigma_r^p\sigma_c + s\sigma_c^2} = 0, \quad (3)$$

где $\sigma_c > 0$, сопротивление при простом сжатии неповрежденного камня (породы), значения берутся из эксперимента; s – параметр (величина) определяющий уровень потрескивания (1 для случая неповреждения и 0 (ноль) в случае когда материал полностью раздроблен).

Считаем, что критерий пластичности достигается по всей предельной зоне, что позволяет записать σ_θ через σ_r и решить уравнение равновесие. Полученное дифференциальное уравнение:

$$\frac{\sigma_r^p}{r} = - \frac{\sqrt{-m\sigma_c\sigma_r - s\sigma_c^2}}{r} \quad (4)$$

при граничных условиях $r=R, \sigma_r^p = -P_i$,

где P_i – внутреннее давление, m – параметр связанный со свойствами горной породы (обычно от 5 до 30), где через буквы «p» сверху снабжены компоненты пластических напряжений.

Преобразование дифференциального корня сложной функции:

$$\frac{d\sigma_r^p}{\sqrt{-m\sigma_c\sigma_r + s\sigma_c^2}} = - \frac{dr}{r}. \quad (5)$$

Итак, компоненты пластических напряжений в полярной системе координат таковы :

$$\sigma_r^p = \frac{s\sigma_c}{m} - \frac{1}{m\sigma_c} \left(\sqrt{s\sigma_c^2 - m\sigma_c P_i} + \frac{m\sigma_c}{2} \ln \frac{r}{R} \right)^2 \quad (6)$$

$$\sigma_\theta^p = \sigma_r^p - \sqrt{s\sigma_c^2 - m\sigma_c\sigma_r^p}.$$

В силу статической определенности задачи в пластической зоне компоненты напряжений в прямоугольных координатах находятся независимо от напряжений на «бесконечности» и в случае,

когда со стороны внутреннего контура выработки действует давление P_i ($P_i > 0, S \neq 1$) то компоненты напряжений в пластической зоне определяется так:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_x^p}{\sigma_c} &= -\eta^* \frac{(z + \bar{z})^2}{4|z\bar{z}|} - (\eta^* + N) \frac{(z - \bar{z})^2}{4|z\bar{z}|} + \frac{P_i}{\sigma_c}; \\ \frac{\sigma_y^p}{\sigma_c} &= -\eta^* \frac{(z + \bar{z})^2}{4|z\bar{z}|} - (\eta^* + N) \frac{(z - \bar{z})^2}{4|z\bar{z}|} + \frac{P_i}{\sigma_c}; \\ \frac{\tau_{xy}^p}{\sigma_c} &= N \frac{z^2 - \bar{z}^2}{4i|z\bar{z}|}. \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\eta^* = \ln \sqrt{\frac{|z\bar{z}|}{R^2}} \left(\sqrt{s - m \frac{P_i}{\sigma_c}} \right) - \frac{m}{4} \ln \sqrt{\frac{|z - \bar{z}|}{R}}, N = \sqrt{s + m \eta^* - m \frac{P_i}{\sigma_c}}, z = x + iy, \bar{z} = x - iy.$$

Согласно [4-6] зададим на осях Ox и Oy точки A и B как известные точки упругопластической границы. Предположим, что между этими точками искомая граница в первом приближении представляет собой эллипс с полуосями Oa и Ob . Отклонение истинной границы от эллипса уточняется в процессе решения задачи.

Напряжения в упругой зоне представляются через две аналитические функции С. Г. Лехницкого [7] $\varphi_k(z_k)$, усложненного комплексного аргумента $z_k = x + \mu_k y$, ($k = 1, 2$):

$$\begin{aligned} \sigma_x^e &= 2 \operatorname{Re} [\mu_1^2 \varphi_1'(z_1) + \mu_2^2 \varphi_2'(z_2)] \\ \sigma_y^e &= 2 \operatorname{Re} [\mu_1'(z_1) + \varphi_2'(z_2)] \\ \tau_{xy}^e &= -2 \operatorname{Re} [\mu_1 \varphi_1'(z_1) + \mu_2 \varphi_2'(z_2)] \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь μ_k находится как корни характеристического уравнения четвертой степени [8].

$$\mu^4 + a_1 \mu^2 + a_2 = 0, \quad (9)$$

где

$$a_1 = \frac{2b_{12} + b_{66}}{b_{11}}, a_2 = \frac{b_{22}}{b_{11}}$$

Для многих анизотропных тел μ_k являются чисто мнимыми величинами, т.е. $\mu_k = i\beta_k$.

Величины β_k , определяющие степень анизотропности тела, называются упругими параметрами анизотропии; для изотропного тела $\beta_k = 1$, ($k = 1, 2$). Эти параметры согласно работ [] определяются через пяти упругих постоянных E_k, V_k, G_2 , ($k = 1, 2$).

Рассмотрим теперь задачу теории упругости анизотропного тела для бесконечной плоскости с эллиптическим отверстием, на контуре которого приложены нормальные и касательные напряжения, симметричные относительно осей координат, а на бесконечности действуют напряжения:

$$\sigma_x^{(\infty)} = -p, \quad \sigma_y^{(\infty)} = -q, \quad \tau_{xy}^{(\infty)} = 0 \quad (10)$$

Для нахождения функций дополнительных напряжений $\varphi_k^{(00)}(z_k)$, ($k=1,2$), связанных с проведением выработки, отобразим внешность эллиптического контура с полуосями $OA=a, OB=b$ на внешность единичного круга рациональной функцией $\omega(\zeta)$ вида Конформное отображения внешности эллипса на внешность единичного круга осуществляется функцией

$$z = \omega(\zeta) = m_1(\zeta + m_2 \zeta^{-1}), \quad (11)$$

где $m_1 = 0.5(a + b)$, $m_2 = (a - b)(a + b)^{-1}$, $z = x + iy$, $\zeta = \rho_s \exp(i\theta)$, a и b полуоси эллипса,

ρ_s, θ – полярные координаты точки.

Аналогично алгоритму [] $\varphi_k^{(00)}(z_k)$ представляется в таком виде:

$$\varphi_k^{(00)}(z_k) = \sum_{n=1}^{\infty} A_{kn} \left[\frac{a + \beta_k b}{z_k + \sqrt{z_k^2 - a^2 + \beta_k^2 b^2}} \right]^{2n-1} \quad (12)$$

где коэффициенты A_{kn} , ($k = 1, 2, \dots$), неизвестные действительные величины.

Таким образом, полные функции напряжений $\varphi_k(z_k)$ записываются так

$$\varphi_k(z_k) = A_{k0} z_k + \sum_{n=1}^{\infty} A_{kn} \left[\frac{a + \beta_k b}{z_k + \sqrt{z_k^2 - a^2 + \beta_k^2 b^2}} \right]^{2n-1} \quad (13)$$

Производные от этих функций $\varphi'_k(z_k)$ равны:

$$\varphi'_k(z_k) = A_{k0} - \frac{1}{\sqrt{z_k^2 - a^2 + \beta_k^2 b^2}} \sum_{n=1}^{\infty} A_{kn} \left[\frac{(2n-1)(a + \beta_k b)}{z_k + \sqrt{z_k^2 - a^2 + \beta_k^2 b^2}} \right]^{2n-1} \quad (14)$$

Используя непрерывность компонентов напряжений на границе области предельных деформаций:

$$\sigma_x^e = \sigma_x^p, \quad \sigma_y^e = \sigma_y^p, \quad \tau_{xy}^e = \tau_{xy}^p. \quad (15)$$

Выберем m промежуточных направлений (лучей) в отображенной плоскости ζ , наклоненные к горизонтальной оси под углами θ_n ($n=1, 2, \dots, m$) и $\theta_0 = 0$, $\theta_{m+1} = \pi$. Условия (15) должны быть выполнены для всех точек границы. Тогда из условия равенства числа неизвестных и числа уравнений находим, что верхний предел суммирования (14) (обозначим его через N) связан числом выбранных лучей m через соотношение $N=(m+2)/2$, m – число промежуточных направлений (лучей). Записывая условия (15) для каждой из выбранных точек границы, имеем $4N+3$ алгебраических уравнений для определения коэффициентов A_{kn} и уточнения положения предельной границы упругопластических зон.

Учитывая условие (15) и согласно методике работ [4-6] составим разрешающую систему алгебраических уравнений для определения неизвестных коэффициентов A_{k0} и A_{kn} комплексного потенциала (14) и уточнения границы предельных зон.

$$\begin{cases} \operatorname{Re} \sum_{k=1}^2 \mu_k^2 \left[A_{k0} + \sum_{n=1}^N A_{kn} \gamma_{kn,j}(z_{kj,n}) \right] = 0,5 \sigma_{xj}^p, \\ \operatorname{Re} \sum_{k=1}^2 \left[A_{k0} + \sum_{n=1}^N A_{kn} \gamma_{kn,j}(z_{kj,n}) \right] = 0,5 \sigma_{yj}^p, \\ \operatorname{Re} \sum_{k=1}^2 \mu_k \left[A_{k0} + \sum_{n=1}^N A_{kn} \gamma_{kn,j}(z_{kj,n}) \right] = 0,5 \tau_{xy}^p, \end{cases} \quad (16)$$

где $\gamma_{kn,j}(z_{kj,n}) = -(2n-1)_{\zeta_{kj}}^{-(2n-1)} \cdot (\sqrt{z_k^2 - a^2 - \mu_k^2 b^2})^{-1}$, ($k = 1, 2$; $n = 1, 2, \dots, N$; $j = 1, 2, \dots, m+2$).

Третья система из (16), т.е. система контрольных уравнений служат для уточнения положения упругопластической границы, а остальные (первые и вторые) используются для определения неизвестных коэффициентов ряда (9).

Решая систему (11) находим $A_{kn}^{(0)}$ (для $\beta_1 = \beta_2 \approx 1.0$ – изотропный случай). Затем, подставляя эти величины в контрольную систему (в третье уравнение) из системы (11), получим разности между правыми и левыми их частями:

$\delta_i = \tau_{x y_i}^e - \tau_{x y_i}^e$. В зависимости от знака величины δ_i изменяется ρ_i (радиус единичного круга) на выбранный шаг $\pm \Delta\rho$ и процесс решения повторяется. Каждый раз составляется величина

$\Delta = \left(\sum_{i=1}^m \delta_i^2 \right)^{1/2}$. Если же $\Delta \leq \varepsilon$, где ε определяет заданную точность, то итерационный процесс

заканчивается. Если же $\Delta > \varepsilon$, то следует заменять ρ_i на $\Delta\rho$ в зависимости от знака δ_i . Процесс повторяется до тех пор, пока не достигается желаемая точность либо последующие приближения не приведут к уменьшению величины Δ .

Напряжения на «бесконечности» p и q выражаются через коэффициенты A_{10} и A_{20} зависимостями

$$\begin{aligned} \sigma_x^\infty = p &= 2 \operatorname{Re}(\mu_1^2 A_{10} + \mu_2^2 A_{20}), \\ \sigma_y^\infty = q &= 2 \operatorname{Re}(A_{10} + A_{20}), \end{aligned} \quad (17)$$

После выполнения наперед поставленной точности решения задачи определяются координаты упругопластической границы формулами

$$\begin{aligned} x_j &= \frac{a+b}{2} \left(\rho_{\zeta j} + \frac{a-b}{a+b} \right) \cos \theta_{\zeta j}, \\ y_j &= \frac{a+b}{2} \left(\rho_{\zeta j} + \frac{a-b}{a+b} \right) \sin \theta_{\zeta j}, \end{aligned} \quad (13)$$

где $\rho_{\zeta j}$ – радиусы единичного круга, $\theta_{\zeta j}$ – направление лучей.

Расчеты (Рис.1) показывают, что качественные картины конфигурации упругопластических границ в обоих условиях текучести совпадают. Однако, почти для одних и тех же областей пластичности глубины заложения (H) выработки разные. В качестве примера для условий текучести Кулона-Мора из решения системы (30) при коэффициентах $A_{10} = 2,7174$ и $A_{20} = -9,4680$ напряжения на бесконечности таковы: $-P_k = -p/k_0 = 9,620$ и $-Q_k = -q/k_0 = 13,50$. Если считать, что $\gamma = 2,5 \frac{T}{M^2}$ (средняя плотность толщи породы) и $k_0 \approx \sigma_c = 200 \frac{Tc}{M^2}$, тогда из соотношении $\gamma H_k = q/k_0 = 13,50$ можно определить глубину заложения выработки, для условий Кулона-Мора, т.е. $H_k = 1080$ м. Аналогично из решения системы (30) при коэффициентах $A_{10} = 2,2134$ и $A_{20} = -8,0285$, напряжения на бесконечности $-P_x = -p/\sigma_c = 7,43$, $-Q_x = -q/\sigma_c = 11,63$.

Для сравнение глубины заложения выработки в условиях текучести Кулона-Мора и Хоека-Брауна допускаем, что $\gamma = const$, тогда $\gamma H_x = q/\sigma_c = 11,63$, следовательно глубину заложения выработки, для условий Хоека-Брауна $H_x = 930,4$ м. Разница между глубинами ($H_k - H_x$) составляет $\Delta H = 149,6$ м.

Если добиваться, чтобы придерживать все прочие равные условия, для обоих условий пластичности, т.е. глубину заложение полости оставить на 1080 м., то для указанных условий текучести размеры области неупругой деформации будут разными.

Это явление осуществляется при помощи итерационного процесса с поправками $+\Delta a$ и $+\Delta b$ при достижении точности $\left| P_k - P_x \right| \leq \varepsilon$, $\left| Q_k - Q_x \right| \leq \varepsilon$ и $\Delta \leq \varepsilon$. ($\varepsilon = 0.01$).

Как видно из рисунка 1 (кривая 2) зона пластичности при условий Хоека-Брауна при прочих равных условиях ($H_k = 1080$ м = constant) по сравнению с зоной пластичности относительно текучести Кулона-Мора имеет тенденцию к увеличению.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Перлин П.П. Приближенный метод решения упругопластических задач // Инженерный журнал. – 1960. – Вып. 28. – С.145-150.
- 2 Перлин П.П. Упругопластическое распределение напряжений вокруг отверстия // Труды МФТИ. – 1960. – № 5. – С. 30-40.
- 3 Brown E.T. et Hoek Underground excavations in rock, Intuition of mining and metallurgy. – 1980.
- 4 Айтиалиев Ш.М., Ескалиев М.Е., Масанов Ж.К. Об упругопластическом распределений напряжений и перемещений в анизотропном массиве с отверстием // Прикладные проблемы прочности и пластичности. – Горький: изд. Горьк. унив., 1981. – С. 129-136.
- 5 Ескалиев М.Е., Масанов Ж.К. К упругопластическому состоянию анизотропного тела с отверстием // Механика тектонических процессов. – Алма-Ата: Наука, 1983. – С. 152-166.
- 6 Ескалиев М.Е. Влияние дилатансии пород на упругопластическое состояние выработки в транструпном массиве // Известия МН – АН РК. Серия физ.-мат. – 1996. – № 3. – С. 72-78.
- 7 Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. – М., 1977. – 415 с.
- 8 Ержанов Ж.С., Айтиалиев Ш.М., Масанов Ж.К. Устойчивость горизонтальных выработок в наклонно-слоистом массив. – Алма-Ата: Наука КазССР, 1971. – 160 с.

REFERENCES

- 1 Perlin P.P. Priblizhennyj metod reshenija uprugoplasticheskikh zadacha. Inzhenernyj zhurnal. 1960. Vyp. 28. S.145-150.
- 2 Perlin P.P. Uprugoplasticheskoe raspredelenie naprjazhenij vokrug otverstija. Trudy MFTI. 1960. № 5. S. 30-40.
- 3 Brown E.T. et Hoek Underground excavations in rock, Intuition of mining and metallurgy. 1980.
- 4 Ajtaliev Sh.M., Eskaliev M.E., Masanov Zh.K. Ob uprugoplasticheskom raspredelenij naprjazhenij i peremeshhenij v anizotropnom massive s otverstiem. Prikladnye problemy prochnosti i plastichnosti. Gor'kij: izd. Gor'k. univ., 1981. P. 129-136.
- 5 Eskaliev M.E., Masanov Zh.K. K uprugoplasticheskomu sostojaniju anizotropnogo tela s otverstiem. Mehanika tektonicheskikh processov. Alma-Ata: Nauka, 1983. S. 152-166.
- 6 Eskaliev M.E. Vlijanie dilatansii porod na uprugoplasticheskoe sostojanie vyrabotki v transtropnom massive. Izvestija MN – AN RK. Serija fiz.-mat. 1996. № 3. S. 72-78.
- 7 Lehnickij S.G. Teorija uprugosti anizotropnogo tela. M., 1977. 415 s.
- 8 Erzhanov Zh.S., Ajtaliev Sh.M., Masanov Zh.K. Ustojchivost' gorizontal'nyh vyrabotok v naklonno-sloistom massiv. Alma-Ata: Nauka KazSSR, 1971. 160 s.

Резюме

М. Е. Ескалиев

(Қазақ мемлекеттік қыздар педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан)

ҚАЗБА МАҢАЙЫНДАҒЫ ҚАТПАРЛЫ ТАУ СІЛЕМІНІҢ
ШЕКТІ АЙМАҚ ЖАҒДАЙЫНЫҢ ЕСЕБІНЕ

Статикалық деформация жағдайындағы еркін формадағы меридианды айналу қабыршағының есебіндегі сияқты сәйкес түрлендірулерді жасап, айналу қабыршағының шағын еркін тербелістерінің теңдеулер жүйесін алу жолы қарастырылған. Схема түрінде қабыршақтың орталық бетіндегі еркін нүктенің радиалдық, өстік, реттелген ығысу әсерлері және меридиональдық бүгілу моменттері көрсетілген. Айналу қабыршағының шағын еркін тербелістерінің теңдеулер жүйесін шешуде сандық әдістер пайдаланылған. Айналу қабыршағының серпімді элементтерінің еркін және еріксіз тербелістерінің дифференциалдық теңдеулері өлшемсіз параметрлерді енгізу арқылы өлшемсіздікке келтірілген. ПЭВМ-де сандық есептеулер жүргізу үшін жоғарыда көрсетілген есептің алгоритмі және блок-схемасы құрылып, нәтижелері графиктер түрінде берілген.

Тірек сөздер: серпімділік, пластикалық, параметр, аймақ, әлеует, қазба, алгоритм, жүйе, итерация.

Summary*M. E. Yeskaliyev*

(Kazakh state women's pedagogical university, Almaty, Kazakhstan)

**BY THE CALCULATION ZONE OF THE LIMITING STATE
OF THE LAYERED ROCK MASS NEAR CAVITY**

The article reviews approximate solution of elasticplastic themes near cavity deposit in massif layer in assumption which on elastic zone massif anizotrophen submission on common law of Guk but non-elastic zone models as a izotrophen surroundings. Solution solves like as P. I. Perlin half-turn method with attract iteration scheme. Mathematic equation system was worked out in order to find unknown coefficient of complex potential. For the same elastic parameters anizotrophen reduce the comparison sizes of the non-elastic deformation for different conditions of elastics near output deposits for the same depth. Numerally shown influence internal pressure on the deposit contour on the size and configuration elastic zone near output. Algorithm was worked out for numeral realization pointed solutions on PECM. All the results are shown on scheme.

Keywords: upruhost, plasticity, parometer, bulding, cavity, algorithm, iterations, system.

Поступила 10.03.2014г.