

А. А. САДЫҚОВ, Е. Б. ЖАЙЛАУБАЕВ, К. Н. ТАЙСАРИЕВА

(Л. Н. Гумилев атындағы Еуразиялық ұлттық университеті, Астана, Қазақстан)

БЛОКТЫҚ КОДТАРДЫ АЛГЕБРАЛЫҚ ЖӘНЕ АЛГЕБРАЛЫҚ ЕМЕС ӘДІСТЕРІМЕН САЛЫСТЫРУ

Аннотация. Қазіргі күнде кодтау теориясында бір бірінен құрылымымен, қызметтік тағайындалуымен, энергетикалық тиімділігімен, қайта кодтау алгоритмімен және басқа да көптеген параметрлерімен ерекшеленетін кедергіге тұрақты кодтардың көптеген түрлі сыныптары белгілі. Олардың арасында ең көп тәжірибеде қолданылғаны сызықты блоктық және оралған (сверточный) кодтар. Сонымен қатар блоктық және оралған (сверточный) кодтарда құрастырылған каскадтық, яғни құрамдас кодтар кең көлемде қолданылады. Бұл мақалада блоктық кодтардың алгебралық және алгебралық емес әдістерімен салыстыру және оларды қайта кодтау алгоритмдері келтірілген.

Тірек сөздер: блоктық код, көпдеңгейлі декодер.

Ключевые слова: блоковой код, многопороговый декодер.

Keywords: block code, decoder multithreshold.

1. Кіріспе. Өткен мың жылдықтың соңында басталған сандық үлгідегі ақпаратты өңдеу және беру жүйелеріне қарқынды ауысу қазіргі күнде аса ауқымды болып табылуда және сандық деректердің дұрыстығына деген талаптардың өте жылдам әрі едәуір жоғарылағанын сипаттауда.

Әлбетте дискретті ақпаратты беру сенімділігінің және сапасының жоғары деңгейін қамтамасыз етудегі маңызды рөлді кедергіге тұрақты кодтаудың заманауи әдістері атқарады.

2. Зерттеу. Каскадтық емес кодтарды кодтаудың әдістерін және оларды қайта кодтау үшін пайдаланылатын алгоритмдерді жан-жақты қарастырайық.

Блоктық кодтарды қайта кодтаудың негізгі алгоритмдерін атап өтейік.

Блоктық кодтарды және оларды қайта кодтау алгоритмдерін қарастырайық. Бұл кодтарды қайта кодтау әдістерін үлкен екі топқа бөлуге болады: алгебралық және алгебралық емес. Алгебралық әдістердің негізінде [4], дискреттік өрістерде қатенің орналасуы мен мағынасын беретін теңдеулер жүйесін шешу жатыр. Бұл топқа Хэмминг кодтары, Боуз-Чоудхури-Хоквингем кодтары және Боуз-Чоудхури-Хоквингем кодтарының төменгі тармағы болып табылатын Рид-Соломон кодтары жатады.

Ең қарапайымдардың бірі, алғашқы рет 1950 ж. жазылған Хэмминг кодтары [1] болып табылады. Бұл кодтар, $p=n-k$ – кодты тексеру символдарының саны болатын $(2^p - 1, 2^p - 1 - p)$ түріндегі (n, k) параметрлі блоктық сызықты кодтардың топтамасын сипаттайды (бұл жердегі k – хабарламаның ақпараттық бөлігінің ұзындығы, n – кодталған хабарламаның ұзындығы).

Хэмминг кодтары $d = 3$ ең аз кодтық арақашықтыққа ие. Қарапайым Хэмминг кодтарынан басқа қысқартылған және кеңейтілген деп аталатын Хэмминг кодтары бар. Қысқартылған Хэмминг кодтары қандай да бір тексеруді шығару барысында (яғни, тексеру матрицасының бір қатарын өшіруден) алынады. Кеңейтілген Хэмминг кодтары кодты сөздің барлық символдарының жұптылығына қосымша тексеру жүргізу жолымен алынады [6]. Соңғы жағдайда ең аз кодтық арақашықтық $d = 4$ дейін артады. Бұл кодтардың топтамасы өте әлсіз түзету мүмкіндігіне ие және тәжірибе жүзінде жеке қолданылмайды. Бірақ каскадтық кодтау сызбасының құрамында Хэмминг кодтарын пайдалану (мысалы, Turbo Product Codes) жақсы нәтижелер алуға мүмкіндік береді.

Боуз-Чоудхури-Хоквингем кодтары [2] өзімен бірге жинақталған Хэмминг кодтарын ұсынады. Бұл еселенген қателерді түзетуге мүмкіндік беретін кодтардың сыныбы. Боуз-Чоудхури-Хоквингем кодтары Хэмминг кодтарымен салыстырғанда айтарлықтай жақсы тиімділікке ие, бірақ олардың сипаттамалары тиімділіктің соңғы мағыналарынан әлі күнге алыс. Одан басқа, n блоктың ұзындығының мағынасы үлкен болған жағдайда және кодтық жылдамдықтың бірқалыпты мағынасында бұл кодтарды қайта кодтау күрделілігі өте жоғары, сондықтан ұзындығы үлкен емес Боуз-Чоудхури-Хоквингем кодтары, Хэмминг кодтары сияқты, негізінде аса тиімді каскадты кодтардың құрамдас элементтері ретінде қолданылады.

Боуз-Чоудхури-Хоквингем кодтарының маңызды сыныбын Рид-Соломон кодтары деп аталатын кодтар құрайды. Бұл кодтардың құндылығы, t қатені түзету үшін тек қана $2t$ тексеру символдарының қажет болуы болып табылады. Бұл ерекшелік каскадты кодтау әдістерінде аталған кодтарға айтарлықтай кең көлемде қолдануға мүмкіндік берді. Одан басқа, Рид-Соломон кодтарын қайта кодтау үшін қайта кодтаудың жеткілікті тиімді алгоритмдері бар, ол көптеген тәжірибелік қосымшаларда [3], әсіресе q -лік модуляциялық жүйелерде біршама ұзын кодтарды пайдалануға мүмкіндік береді. Рид-Соломон кодтары екілік емес кодтар болып табылады.

Алгебралық әдістердің маңызды кемшіліктерінің бірі, олар тікелей жиынтықтарды жеңіл шешімдерге өткізбейтіндігінде болып табылады және бұдан басқа $d/2$ көп қателерді түзетуге мүмкіндік бермейді, бұл оларды көп деңгейлі шу болған жағдайда пайдалануға мүмкіндік бермейді.

Блоктық кодтарды қайта кодтау алгоритмінің екінші тобын қарастырайық. Алгебралық емес әдістерде қатенің орналасуын және мағынасын табудағы мақсатта, аса тура жолмен қателердің әрекеттерін табуға мүмкіндік беретін кодтау теориясының қарапайым құрылымдық ұғымдарының көмегімен қол жеткізіледі. Алгебралық емес алгоритмдердің мысалы – қателердің топтамасын түзетуге арналған Меггитт декодері, деңгейлі декодер, ұсынылған Месси және оның түрлендіруі – көпдеңгейлі декодер.

Меггиттің қайта кодтау алгоритмі 1961 ж. ұсынылды [6]. Бұл әдіс жүйелік кезеңдік кодтарды қайта кодтаудың қарапайым алгебралық емес алгоритмі болып табылады. Осы декодер ең көп шындыққа жақын декодер болып табылады. Тәжірибеде оның күрделілігі қателерді түзету санының артуымен экспоненциалды түрде өсуде. Сондықтан Меггитт декодері әдетте Хэмминг кодтары, Боуз-Чоудхури-Хоквингем кодтары сияқты үлкен емес ең аз d кодтық арақашықтықпен кодтарды қайта кодтау үшін пайдаланылады. Аталған әдістің тағы бір кемшілігі, оны алгебралық

әдістер секілді жеңіл шешімдерді қолданған жағдайда жинақтау өте қиын болып табылатындығында.

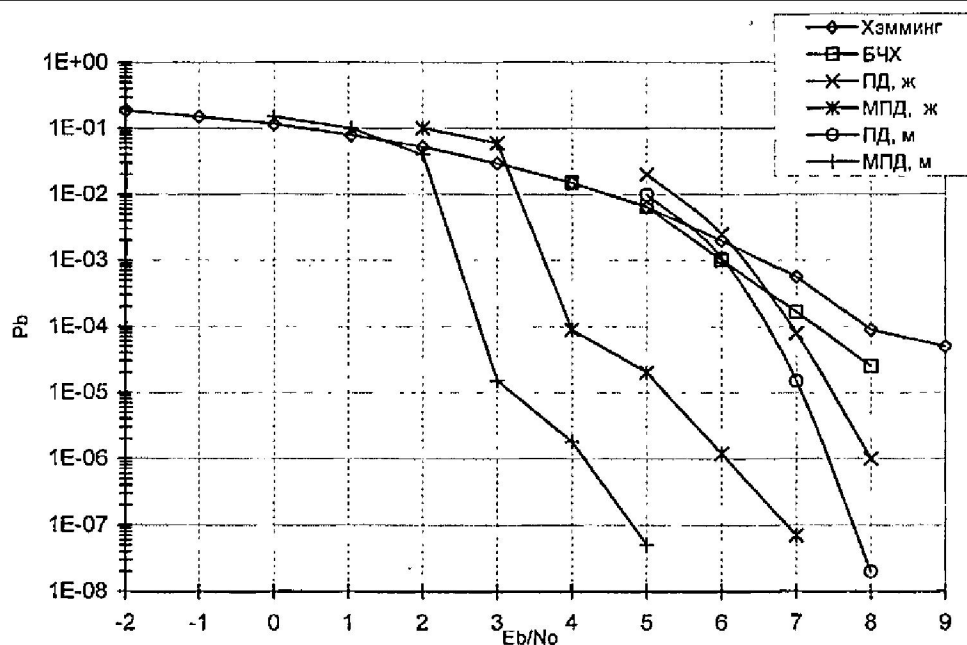
Месси деңгейлік қайта кодтау алгоритмі [7] әрбір ақпараттық символ туралы мажоритарлық шешім шығару, яғни «көпшілік бойынша дауыс беру» қағидасын пайдалануға негізделген. Бұл декодер қолайлы декодер, яғни қабылданған реттілікпен қайта кодтау қатесінің пайда болу ықтималдығын азайтатын, сол арқылы тапсыру ықтималдығы ең жоғарғы кодтық сөзді таңдаумен, ең жоғарғы шындыққа жақын декодер болып табылмайды. Оның негізгі құндылығы жүзеге асыру қарапайымдылығында болып табылады. Бұған дейін қарастырылған қайта кодтау әдістерінен айырмашылығы, деңгейлік қайта кодтау демодулятордың жеңіл шешімдерімен жұмыс жасау үшін оңай жинақтауға болады. Бұл алгоритм жоғары емес сипаттамаларға ие. Алайда түзетулерді қалыптастыруға өте қарапайым амалда және «дауыс беру» негізінде қателердің мағынасы туралы кейінгі қабылданған шешімдерде бұл әдіс орта есеппен d ең аз кодтық арақашықтықтың жартысына қарағанда қателердің көп мөлшерін айтарлықтай түзетуге мүмкіндік береді. Бұл қасиет көпдеңгейлі декодердің құрамында деңгейлік қайта кодтау сипаттамасын едәуір жақсартуға мүмкіндік береді.

Көпдеңгейлі декодер қарапайым Месси деңгейлі декодерін [3] дамыту болып табылады және кодтың ұзындығынан жүзеге асырудың сызықтық күрделілігімен өте ұзын кодтарды қайта кодтауға мүмкіндік береді. Көпдеңгейлі декодер жұмысының негізінде кең диапазонда кодтық жылдамдықтың және арнада шу деңгейінің қолайлы декодерінің шешіміне жақындауға мүмкіндік беретін қайталама қайта кодтау жатыр. Сонымен бірге қайта кодтаудың бұл алгоритмі әдеттегі деңгейлі декодердің қарапайымдылығын және жылдам әрекет етуін сақтайды, ол өз кезегінде қолданыстағы және қайта құрылатын байланыс жүйелерінде қолдану барысында талассыз артықшылық болып табылады. Одан басқа көпдеңгейлі декодер, кәдімгі деңгейлік қайта кодтау сияқты жеңіл шешімдермен жұмыс жасау үшін оңай өзгертіледі. Көпдеңгейлі декодердің маңызды ерекшеліктері ретінде бұл алгоритмнің жұмыс жасау процесінде қолайлы декодердің шешіміне жетпестен ақпараттық символдарды өзгертуді тоқтатуы мүмкін екендігін көрсетуге болады. Бұның негізгі себептерінің бірі қателердің көбею әсеріне көпдеңгейлі декодер құрамдас бөлігі болып табылатын деңгейлі декодердің маңызды зақымдануы болып табылады. Нәтижесінде қайта кодтаудың екінші және кейінгі қайталамалары негізінен бұған дейінгі қайталама декодерлерінен болған қателер топтамасының ағынымен жұмыс жасауға мәжбүр, ол барлық декодердің тиімділігін елеулі түрде төмендетеді. Бұдан шығатыны, қателердің көбею әсерінің төмендеуі көпдеңгейлі декодер жұмысын жақсартудың негізгі әдісі, яғни қайта кодтау қатесі ықтималдығының қолайлы декодердің қайта кодтау қатесінің ықтималдығына жақындауы болып табылады.

Көрсетілген ерекшелікті жою үшін әртүрлі ақпараттық символдарға қатысты тексеруге кіретін көптеген қателерді аз деңгейде қиып өтуді сипаттайтын кодтарды мұқият таңдау, сондай-ақ декодердің параметрлерін (мысалы, түрлі қайталаудағы деңгейлердің көлемі және тексеру салмағы сияқты) қалыпқа келтіру қажет.

3. Нәтижелерді талқылау. Суретте байланыс арнасында E_b/N_0 сигнал/шу қатынасынан $R \approx 1/2$ кодтық жылдамдықпен блокты кодтарды қайта кодтауға арналған аса қарапайым әдістердің P_b битке қатенің ықтималдық байланыстары ұсынылған.

Екілік симметриялық канал жұмыс жасағаннан кейін $m = 3$ -ті Хэмминг коды Меггитт декодерімен қайта кодталды. Боуз-Чоудхури-Хоквингем кодтары Хэмминг кодтарына қарағанда жақсы сипаттамаларға ие. Қарастырып отырған суретте Боуз-Чоудхури-Хоквингем коды көрсетілген. 1-ші суретте Рид-Соломон кодтары ұсынылмаған, өйткені олар екілік болып табылмайды. Қатты және жұмсақ деңгейлік декодер үшін $R = 1/2$, $d = 13$ код алынды. Жұмсақ деңгейлі декодердің нәтижесі кіріс сигналын 16 деңгейге кванттау барысында арнада Аддитивтік ақ гаустық шуммен жұмыс жасау кезінде алынды. Екілік симметриялық каналда және аддитивтік ақ гаустық шуда көпдеңгейлі декодермен жұмыс жасау кестесі $R=1/2$, $d=9$ ұзын ортогональдық код үшін келтірілген.



Блоктық кодтарды қайта кодтау сипаттамалары, $R = 1/2$

Қорытынды. Суреттен және жоғарыда келтірілген алгебралық және алгебралық емес әдістерді салыстырудан шығатыны, барлық келтірілген кодтардан және оларды қайта кодтау алгоритмдерінен блоктық кодтарды қайта кодтауға ең жақсы сипаттамаларға көпдеңгейлі декодер ие екендігі. Оның күмәнсіз құндылықтары келесілер болып табылады: ол кодтық ұзындығынан сызықты тәуелді болатын қайта кодтауды жүзеге асырудың азғантай қиындығына ие. Одан басқа, алгоритм жеңіл шешімдермен жұмыс жасау үшін оңай өзгертіледі. Бұл әдістің қажетсіз ерекшелігін, яғни қателердің көбею әсеріне зақымдануын қолданылатын кодтарды және декодердің өзінің параметрлерін қалпына келтіру арқылы жоюға болады.

ӘДЕБИЕТ

- 1 Hamming R.W. Error detecting and error correcting codes // Bell Syst. Tech. J. 29, April 1960.
- 2 Боуз Р.К., Рой-Чоудхури Д.К. Об одном классе двоичных групповых кодов с исправлением ошибок // Кибернетический сборник. – 1961. – Вып. 2.
- 3 Золотарев В.В., Овечкин Г.В. Многопороговые декодеры для каналов с предельно высоким уровнем шума // Телекоммуникации. – М., 2005. – № 9.
- 4 Форми Д. Каскадные коды / Пер. с англ. В. В. Зяблова и О. В. Попова; под ред. С. И. Самойленко. – М.: Мир, 1970.
- 5 Шеннон К.Э. Математическая теория связи // В сб. «Работы по теории информации и кибернетике». – М.: Иностранная литература, 1963.
- 6 Meggitt J.E. Error correcting codes and their implementation for data transmission systems // IRE Trans. Inf. Theory IT-7, 234-244, October 1961.
- 7 Мессис Дж. Пороговое декодирование / Пер. с англ. Ю. Л. Сагаловича, под ред. Э. Л. Блоха. – М.: Мир, 1966.
- 8 Самойленко С.И., Давыдов А.А., Золотарев В.В., Третьякова Е.И. Вычислительные сети. – М.: Наука, 1981. – 277 с.

REFERENCES

- 1 Hamming R.W. Error detecting and error correcting codes. Bell Syst. Tech. J. 29, April 1960.
- 2 Bouz R.K., Roj-Choudhuri D.K. Ob odnom klasse dvoichnyh gruppovykh kodov s ispravleniem oshibok. Kiberneticheskij sbornik. 1961. Vyp. 2.
- 3 Zolotarjev V.V., Ovechkin G.V. Mnogoporogovye dekodery dlja kanalov s predel'no vysokim urovnem shuma. Telekomunikacii. M., 2005. № 9.
- 4 Forni D. Kaskadnye kody. Per. s angl. V. V. Zjablova i O. V. Popova; pod red. S. I. Samojlenko. M.: Mir, 1970.
- 5 Shannon K.E. Matematicheskaja teorija svjazi. V sb. «Raboty po teorii informacii i kibernetike». M.: Inostrannaja literatura, 1963.
- 6 Meggitt J.E. Error correcting codes and their implementation for data transmission systems. IRE Trans. Inf. Theory IT-7, 234-244, October 1961.
- 7 Messi Dzh. Porogovoe dekodirovanie. Per. s angl. Ju. L. Sagalovicha, pod red. Je. L. Bloha. M.: Mir, 1966.
- 8 Samojlenko S.I., Davydov A.A., Zolotarev V.V., Tret'jakova E.I. Vychislitel'nye seti. M.: Nauka, 1981. 277 s.

Резюме

А. А. Садыков, Е. Б. Жайлаубаев, К. Н. Тайсариева

(Евразийский национальный университет им. Л. Н. Гумилева, Астана, Казахстан)

СРАВНЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ И НЕАЛГЕБРАИЧЕСКИХ МЕТОДОВ БЛОКОВЫХ КОДОВ

На сегодняшний день в теории кодирования известно много различных классов помехоустойчивых кодов, отличающихся друг от друга структурой, функциональным назначением, энергетической эффективностью, алгоритмами декодирования и многими другими параметрами. Среди них наибольшее практическое применение нашли линейные блочные и сверточные коды. Также широко применяются каскадные, то есть составные коды, построенные на блочных и/или сверточных кодах. В данной статье приведены сравнение алгебраических и неалгебраических методов блочных кодов и алгоритмы их декодирования.

Ключевые слова: блочной код, многопороговый декодер.

Summary

A. A. Sadykov, E. B. Zhajlaubaev, K. N. Tajsarieva

(Eurasian national university named after L. N. Gumilev, Astana, Kazakhstan)

COMPARISON OF METHODS ALGEBRAIC AND NON-ALGEBRAIC BLOCK CODES

Today in coding theory known many different classes of error-correcting codes, which differ from other structure, functionality, energy efficiency decoding algorithms and many other parameters. Among them, the most practical application found linear block and convolutional codes. Also widely used cascade, composite codes, built on the block and convolutional codes. In this paper presents a comparison of algebraic and nonalgebraic methods of block codes and their decoding algorithms.

Keywords: block code, decoder multithreshold.