УДК 917.928

Д. Н. НУРГАБЫЛ

(Жетысуский государственный университет им. И. Жансугурова, Талдыкорган, Казахстан)

ПОСТРОЕНИЯ РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С МАЛЫМ ПАРАМЕТРОМ ПРИ СТАРШИХ ПРОИЗВОДНЫХ

Аннотация. Рассматривается краевая задача для обыкновенных линейных дифференциальных уравнений высшего порядка с малым параметром при старших производных. Определены граничные и начальные функции, доказаны их существования и единственность. На основе построенных граничных и начальных функций найдено аналитическое представление решения краевой задачи.

Ключевые слова: асимптотика, начальная функция, граничные функции, краевая задача, дополнительное характеристическое уравнение, возмущенные и невозмущенные задачи.

Тірек сөздер: асимптотика, бастапқы функция, шекаралық функция, шекаралық есеп, қосымша характеристикалық теңдеу, ауытқыған және ауытқымаған есептер.

Keywords: asymptotic, initial function, boundary function, boundary value problem, additional characteristic equation, perturbed and no perturbed problems.

1. Постановка задачи. Вопрос о структуре фундаментальной системы решений однородного уравнения, отвечающего неоднородному уравнению с малым параметром при старшей производной, при малых ε, были рассмотрены Биркгофом [1] и Нуайоном в работе [2]. Отсюда возникает вопрос: можно ли, пользуясь результатами работ [1, 2], построить решение сингулярно возмущенной начальной или краевой задачи. Наиболее общие результаты в этом направлении, для обыкновенных дифференциальных уравнений с малым параметром при старшей производной были получены М. И. Вишиком, Л. А. Люстерником в [3], К. А. Касымовым и Д. Н. Нургабыл в [4-7]. Применительно к сингулярно возмущенным интегро-дифференциальным уравнениям алгоритм построения решения изложен в работах К. А. Касымова, М. К. Дауылбаева в [8, 9]. Однако вопросы построения решений сингулярно возмущенных краевых задач для дифференциальных уравнений высшего порядка с малым параметром при производных были малы исследованы.

В [10] было исследовано асимптотическое поведение решения сингулярно возмущенной краевой задачи с начальными скачками в случае, когда дополнительное характеристическое уравнение имели корни с отрицательными вещественными частями. Этот случай называется устойчивым. Случай, когда дополнительное характеристическое уравнение наряду с μ = 0 имеет корни Re μ < 0, Re μ > 0, называется условно устойчивым [11].

В статье предложен алгоритм построения решения краевой задачи для дифференциальных уравнений условно устойчивого типа с малым параметром при старших производных. Такое исследование не было проведено.

Рассмотрим краевую задачу для обыкновенного линейного дифференциального уравнения высшего порядка с малым параметром при производных

$$L_\varepsilon y_\varepsilon \equiv \sum_{r=1}^{m} \varepsilon^r A_{n+r}(t)\frac{d^{n+r}y}{dt^{n+r}} + \sum_{k=0}^{n} A_k(t)\frac{d^k y}{dt^k} = h(t), \quad 0 \le t \le 1, \tag{1}$$

$$\frac{d^i y}{dt^i}\Big|_{t=0} = \alpha_i, \; i = 0,1,\ldots,\; l-1, \quad \frac{d^i y}{dt^i}\Big|_{t=1} = \beta_i, \; i = 0,1,\ldots,\; p-1, \tag{2}$$

где ε < 0 – малый параметр, α_i, β_i – известные постоянные, $A_{n+m}(t) = 1$, $m + n = l + p$.

Потребуем выполнения следующих условий:

1^0. Коэффициенты $A_i(t), i = 0,1,\ldots,n+m$ и правая часть $h(t)$ уравнения (1) достаточное число раз дифференцируемы на отрезке $0 \le t \le 1$.

2^0. $A_n(t) \ne 0$ при $0 \le t \le 1$.

3^0. Дополнительное характеристическое уравнение

$$\mu^m + A_{n+m-1}(t)\cdot\mu^{m-1} + \ldots + A_{n+1}(t)\cdot\mu + A_n(t) = 0$$

имеет m корней, различных между собой на отрезке $0 \le t \le 1$. Пусть среди этих корней имеется m_1 корней $\mu_1,\ldots,\mu_{m_1}$ с отрицательными вещественными частями, и $m_2 = m - m_1$ корней $\mu_{m_1+1},\ldots,\mu_{m_1+m_2}$ с положительными вещественными частями, причем $m_1 < l, m_2 < p$. Пусть: $l - m_1 = n_1;\ p - m_2 = n_2$.

4^0. Справедливо $\bar{J}_0 = \det\|\sigma_{ij}\| \neq 0$, где элементы $\sigma_{ij} = u_{i0}^{(j-1)}(0),\ j = \overline{1,n_1},\ i = \overline{1,n}$, $\sigma_{l+i,j} = u_{i0}^{(j-1)}(1),\ j = \overline{1,n_2},\ i = \overline{1,n}$ составлены на основе фундаментальной системы решений $u_{10}(t), u_{20}(t), \ldots, u_{n0}(t)$ уравнения

$$L_0\bar{y} = \sum_{k=0}^{n} A_k(t)\frac{d^k\bar{y}}{dt^k} = 0. \tag{3}$$

Пусть $\overline{W}(t)$ – вронскиан фундаментальной системы решений $u_{10}(t), u_{20}(t), \ldots, u_{n0}(t)$ уравнения (3), тогда

$$\overline{W}(t) \neq 0,\quad t \in [0,1]. \tag{4}$$

Для построения аналитического представление решения задачи (1), (2) предварительно построим вспомогательные функции: начальные и граничные функции.

2. Функция Коши, начальные функции. Наряду с уравнением (1) рассмотрим соответствующее однородное уравнение

$$L_\varepsilon y = 0. \tag{5}$$

Лемма 1. *Пусть выполнены условия* 1^0 – 3^0. *Тогда для фундаментальной системы решений* $\tilde{y}_i(t,\varepsilon), i = \overline{1, n+m}$ *возмущенного однородного уравнения (5) справедливы следующие асимптотические при* $\varepsilon \to 0$ *представления:*

$$\tilde{y}_i^{(q)}(t,\varepsilon) = u_{i0}^{(q)}(t) + O(\varepsilon),\ r = \overline{1,n},\ q = \overline{0, n+m-1}, \tag{6}$$

$$\tilde{y}_{n+r}^{(q)}(t,s) = \frac{1}{\varepsilon^q}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \mu_r(x)dx\right)\left(u_{n+r}(t)\mu_r^q(t) + O(\varepsilon)\right),\ r = \overline{1,m},\ q = \overline{0, n+m-1},$$

где $u_{n+r}(t) \neq 0,\ t \in [0,1]$, $u_{10}(t), u_{20}(t), \ldots, u_{n0}(t)$ – *фундаментальная система решений уравнения* (3).

Доказательство леммы непосредственно следует из известной теоремы Шлезингера–Биркгофа–Нуайона (см., напр., [6, 12, 12: с. 29-34]).

Теперь в качестве фундаментальной системы решений однородного дифференциального уравнения (5) возьмем

$$y_i(t,\varepsilon) = \tilde{y}_i(t,\varepsilon),\ i = \overline{1,n};\quad y_{n+r}(t,\varepsilon) = \varepsilon^{n_1}\tilde{y}_{n+r}(t,\varepsilon),\ r = \overline{1,m_1}, \tag{7}$$

$$y_{n+m_1+j}(t,\varepsilon) = \varepsilon^{n_2}\exp\left(-\frac{1}{\varepsilon}\int_0^1 \mu_{m_1+j}(x)dx\right)\tilde{y}_{n+m_1+j}(t,\varepsilon),\ j = \overline{1,m_2},$$

где $n_1 = l - m_1,\quad n_2 = p - m_2,\ n_1 + n_2 = n,\quad m_1 + m_2 = m$. Составим определитель Вронского $W(t,\varepsilon)$ и, используя (6), (7) вынесем функции $\varepsilon^{n_1}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \mu_i(x)dx\right), i = 1,\ldots,m_1$, $\varepsilon^{n_2}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_1^t \mu_{m_1+i}(x)dx\right), i = 1,\ldots,m_2$ за знак определителя $W(t,\varepsilon)$. Тогда получим

$$W(t,\varepsilon)=\varepsilon^{\chi}\cdot\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_0^t\overline{\mu}(x)dx+\frac{1}{\varepsilon}\int_1^t\overline{\overline{\mu}}(x)dx\right)\cdot\rho(t,\varepsilon), \tag{8}$$

где $\chi=n_1m_1+n_2m_2$, $\overline{\mu}=\mu_1+...+\mu_{m_1}$, $\overline{\overline{\mu}}=\mu_{m_1+1}+...+\mu_{m_2}$, $\rho(t,\varepsilon)=\det\left\|\rho_{ij}(t,\varepsilon)\right\|$ – определитель $n+m$-го порядка, элементы которого представимы в виде

$$\rho_{ij}(t,\varepsilon)=\begin{cases}u_j^{(i-1)}(t)+O(\varepsilon), & j=1,...,n,\\ \frac{1}{\varepsilon^{i-1}}\cdot\left(u_j(t)\cdot\mu_{j-n}^{i-1}+O)(\varepsilon)\right), & j=\overline{n+1,n+m}, \quad i=1,...,n+m.\end{cases}$$

Алгебраическое дополнение главного минора n-го порядка $w_\varepsilon(t)$, расположенного в левом верхнем углу определителя $\rho(t,\varepsilon)$, имеет наименьший порядок по ε. Поэтому доминирующий член определителя $\rho(t,\varepsilon)$ получается от перемножения минора $w_\varepsilon(t)$ на его алгебраическое дополнение $D(t,\varepsilon)$.

Определитель $w_\varepsilon(t)$ и алгебраическое дополнение $D(t,\varepsilon)$ в первом приближений, при достаточно малых ε, представимы в виде

$$w_\varepsilon(t)=\overline{W}(t)+O(\varepsilon),\ D(t,\varepsilon)=(-1)^{n(n+1)}\frac{1}{\varepsilon^{\lambda}}\pi(t)\cdot\omega(t)\cdot\left(1+O(\varepsilon)\right), \tag{9}$$

где $u_{n+r}(t)\neq 0,\ r=\overline{1,m},\quad t\in[0,1]$, $\pi(t)=\prod_{k=1}^{m}u_{n+k}(t)\mu_k^n(t)$, – четное число, $\lambda=\frac{(2n+m-1)m}{2}$, $\omega(t)$ – определитель Вандермонда для корней $\mu_1,...,\mu_m$, который отличен от нуля на $0\le t\le 1$, так как эти корни попарно различны и отличны от нуля.

Тогда, пользуясь выше сказанным и представлениями (9) и (4), для $\rho(t,\varepsilon)$ получим

$$\rho(t,\varepsilon)=\frac{1}{\varepsilon^{\lambda}}\overline{W}(t)\,\pi(t)\,\omega(t)\left(1+O(\varepsilon)\right)\neq 0. \tag{10}$$

Тогда используя (10) из (8) при достаточно малых ε получаем

$$W(t,\varepsilon)=\frac{\varepsilon^{\chi}}{\varepsilon^{\lambda}}\overline{W}(t)\pi(t)\omega(t)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_0^t\overline{\mu}(x)dx+\frac{1}{\varepsilon}\int_1^t\overline{\overline{\mu}}(x)dx\right)\left(1+O(\varepsilon)\right)\neq 0. \tag{11}$$

Теперь, следуя работам [5,6], введем функцию Коши.

Теорема 1. *Пусть выполнены условия 1^0-3^0. Тогда при достаточно малых ε функция Коши $K(t,s,\varepsilon)$ при $0\le t,s\le 1$ существует, единственно и выражается формулой*

$$K(t,s,\varepsilon)=W(t,s,\varepsilon)/W(s,\varepsilon), \tag{12}$$

где $W(t,s,\varepsilon)$ – определитель $n+m$-го порядка, получаемый из вронскиана $W(s,\varepsilon)$ заменой $n+m$-ой строки фундаментальной системой решений $y_1(t,\varepsilon)$, $y_2(t,\varepsilon)$, ..., $y_{n+m}(t,\varepsilon)$ уравнения (5).

Заметим, что функция $K(t,s,\varepsilon)$ не зависит от выбора фундаментальной системы решений $y_1(t,\varepsilon),...,y_{n+m}(t,\varepsilon)$ уравнения (5).

Разложим определитель $W(t,s,\varepsilon)$ в виде суммы

$$W(t,s,\varepsilon)=W_0(t,s,\varepsilon)+W_1(t,s,\varepsilon),$$

где $W_0(t,s,\varepsilon)$ и $W_1(t,s,\varepsilon)$ – определители $n+m$-го порядка, которые получаются из $W(s,\varepsilon)$ заменой $n+m$-ой строки соответственно строками

$$y_1(t,\varepsilon),..., y_{n_1}(t,\varepsilon), \underbrace{0,\dots,0}_{n_2}, y_{n+1}(t,\varepsilon),..., y_{n+m_1}(t,\varepsilon), \underbrace{0,\dots,0}_{m_2},$$

$$\underbrace{0,\dots,0}_{n_1}, y_{n_1+1}(t,\varepsilon),..., y_{n_1+n_2}(t,\varepsilon), \underbrace{0,\dots,0}_{m_1}, y_{n+m_1+1}(t,\varepsilon),\dots, y_{n+m}(t,\varepsilon).$$

Теперь введем функции:

$$K_0(t,s,\varepsilon)=\frac{W_0(t,s,\varepsilon)}{W(s,\varepsilon)}, \quad K_1(t,s,\varepsilon)=\frac{W_1(t,s,\varepsilon)}{W(s,\varepsilon)}. \tag{13}$$

Тогда из (12), (13) получаем $K(t,s,\varepsilon)=K_0(t,s,\varepsilon)+K_1(t,s,\varepsilon)$. Очевидно, что $K_0(t,s,\varepsilon)$, $K_1(t,s,\varepsilon)$ являются непрерывными функциями t и s вместе с производными до $n+m$-го порядка включительно, и как функция переменной t удовлетворяют однородному уравнению (5):

$$L_\varepsilon K_0=0, \quad L_\varepsilon K_1=0 \text{ при } t\neq s,$$

а при $t=s$ удовлетворяют условиям

$$K_{0t}^{(j)}(s,s,\varepsilon)+K_{1t}^{(j)}(s,s,\varepsilon)=0,\ j=\overline{0,n+m-2},\ K_{0t}^{(n+m-1)}(s,s,\varepsilon)+K_{1t}^{(n+m-1)}(s,s,\varepsilon)=1.$$

Функции $K_0(t,s,\varepsilon)$, $K_1(t,s,\varepsilon)$ назовем *начальными функциями* уравнения (5).

3. Построение граничных функций. Введем в рассмотрение граничные функции. Функции $\Phi_i(t,\varepsilon)$, $i=\overline{1,n+m}$ называются *граничными функциями* краевой задачи (1), (2), если они удовлетворяют однородному уравнению (5) и граничным условиям

$$\begin{gathered}\Phi_i^{(j)}(0,\varepsilon)=1,\ j=i-1, i=1,...,l,\ \Phi_{l+i}^{(j)}(1,\varepsilon)=1, \quad j=i-1, \quad i=1,...,p,\\ \Phi_i^{(j)}(0,\varepsilon)=0, \quad j\neq i-1, \quad i=1,...,l+p, \quad j=0,1,...,l-1,\\ \Phi_i^{(j)}(1,\varepsilon)=0, \quad j\neq i-1, \quad i=1,...,l+p, \quad j=0,1,...,p-1.\end{gathered} \tag{14}$$

Введем в рассмотрение определитель $J(\varepsilon)=\det\|\delta_{ij}\|$, $i,j=\overline{1,n+m}$, элементы которого составлены на основе фундаментальной системы решений (7) и имеют вид

$$\delta_{ij}=\begin{cases} y_j^{(i-1)}(0,\varepsilon), & j=1,...,n+m; \quad i=1,...,l,\\ y_j^{(i-l-1)}(1,\varepsilon), & j=1,...,n+m; \quad i=l+1,...,l+p.\end{cases}$$

В силу (6) и (7) нетрудно убедиться, что для определителя $J(\varepsilon)$ при достаточно малых ε на отрезке $0\le t\le 1$ справедливо следующее представление

$$J(\varepsilon)=(-1)^{m_1 n_2}\frac{\overline{J}_0}{\varepsilon^{\overline{\lambda}}}\cdot\pi_0\cdot\pi_1\cdot\omega^0\cdot\omega^1\cdot(1+O(\varepsilon))\neq 0. \tag{15}$$

где $\overline{\lambda}=\lambda_1+\lambda_2$, $\quad \lambda_1=\frac{m_1(m_1-1)}{2}$, $\quad \lambda_2=\frac{m_2(m_2-1)}{2}$, $\quad \pi_0=\prod_{s=1}^{m_1}u_{n+s}(0)\mu_s^{n_1}(0)$,

$\pi_1=\prod_{s=1}^{m_2}u_{n+m_1+s}(1)\mu_{m_1+s}^{n_2}(1)$, $\quad \omega^0=\omega(\mu_1(0),...,\mu_{m_1}(0))$, $\omega^1=\omega(\mu_{m_1+1}(1),...,\mu_{m_1+m_2}(1))$ – определители Вандермонда.

Справедлива следующая теорема.

Теорема 2. *Пусть выполнены условия 1^0 – 4^0. Тогда при достаточно малых $\varepsilon>0$ граничные функции $\Phi_i(t,\varepsilon)$, $i=\overline{1,n+m}$ на отрезке [0,1] существуют, единственны и выражаются формулой*

$$\Phi_i(t,\varepsilon)=J_i(t,\varepsilon)/J(\varepsilon),\ i=\overline{1,n+m}, \tag{16}$$

где $J_i(t,\varepsilon)$ *– определитель, полученный из J(ε) заменой i строки фундаментальной системы решений* $y_k(t,\varepsilon)$, $k=\overline{1,n+m}$ *уравнения* (5).

Отметим, что граничные функции $\Phi_i(t,\varepsilon)$, $i=\overline{1,n+m}$ не зависят от выбора фундаментальной системы решений уравнения (5).

4. Построение и оценка решения сингулярно возмущенной краевой задачи.

Теорема 3. *Пусть выполнены условия 1^0-4^0. Тогда неоднородная краевая задача (1), (2) имеет единственное решение, задаваемое формулой*

$$y(t,\varepsilon)=\sum_{i=1}^{l}\alpha_{i-1}\Phi_i(t,\varepsilon)+\sum_{i=1}^{p}\beta_{i-1}\Phi_{l+i}(t,\varepsilon)+$$

$$+\sum_{j=1}^{l}\Phi_j(t.\varepsilon)\frac{1}{\varepsilon^m}\int_0^1 K_1^{(j-1)}(0,s,\varepsilon)h(s)ds-\sum_{j=1}^{p}\Phi_{l+j}(t.\varepsilon)\frac{1}{\varepsilon^m}\int_0^1 K_0^{(j-1)}(1,s.\varepsilon)h(s)ds+ \quad (17)$$

$$+\frac{1}{\varepsilon^m}\int_0^t K_0(t,s,\varepsilon)h(s)ds-\frac{1}{\varepsilon^m}\int_t^1 K_1(t,s,\varepsilon)h(s)ds\,.$$

Доказательство. Решение $y(t,\varepsilon)$ краевой задачи (1), (2) будем искать в виде

$$y(t,\varepsilon)=\sum_{i=1}^{n+m}c_i\Phi_i(t,\varepsilon)+\frac{1}{\varepsilon^m}\int_0^t K_0(t,s,\varepsilon)h(s)ds-\frac{1}{\varepsilon^m}\int_t^1 K_1(t,s,\varepsilon)h(s)ds\,, \quad (18)$$

где c_i – неизвестные постоянные. Непосредственной проверкой можно убедиться, что функция $y(t,\ \varepsilon)$, заданная по формуле (17) является решением уравнения (1). Для определения c_i подставим (18) в краевые условия (2). Тогда с учетом краевых условий (14) однозначно получим

$$c_j=\alpha_{j-1}+\frac{1}{\varepsilon^m}\int_0^1 K_1^{(j-1)}(0,s,\varepsilon)h(s)ds,\ j=\overline{1,l},\ ,$$

$$c_{l+j}=\beta_{j-1}-\frac{1}{\varepsilon^m}\int_0^1 K_0^{(j-1)}(1,s,\varepsilon)h(s)ds,\ j=\overline{1,p}\,.$$

Подставляя их в (18), получим (17). Теорема доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1 Schlesinger L. Über asymptotische Darstellungen der Losungen linearer Differential systemeabe Funktionen eines Parameters // Math. Ann. – N 63 (1907). – P. 207-300.

2 Birkhoff G.D. On the asymptotic character of the solutions of certain linear differential equations containing a parameter // Trans. Amer. Math. Soc. – 1908. – **9**. – 219-231.

3 Вишик М.И., Люстерник Л.А. О начальном скачке для нелинейных дифференциальных уравнений, содержащих малый параметр // ДАН СССР. – 1960. – Т. 132, № 6. – С. 1242-1245.

4 Касымов К.А. Об асимптотике решения задачи Коши с большими начальными условиями для нелиненых обыкновенных дифференциальных уравнений, содержащих малый параметр // УМН. – 1962. – Т. 17, № 5. – С. 187-188.

5 Kasymov K.A., Nurgabyl D.N. Asymptotic Behavior of Solutions of Linear Singularly Perturbed General Separated Boundary-Value Problems with Initial Jump // Ukrainian Mathematical Journal. – 2003. – Vol. 55, N 11. – P. 1777-1792.

6 Kasymov K.A., Nurgabyl D.N. Asymptotic estimates of the solution of a singularly perturbed boundary value problem with initial jump for linear differential equations // Differential equations. – 2004. – Vol. 40, N 4. P. 597-607.

7 Нургабыл Д.Н. Построение решения сингулярно возмущенной краевой задачи имеющего начальный скачок // Вестник Кыргызского государственного национального университета. – 2001. – Т. 3, № 6. – С. 173-177.

8 Дауылбаев М.К. Асимптотические оценки решений интегро-дифференциальных уравнений с малым параметром // Математический журнал. Институт математики МОН РК. – 2008. – Т. 8, № 4(30).

9 Касымов К.А., Дауылбаев М.К., Атахан Н. Асимптотическая сходимость решения краевых задач для сингулярно возмущенных интегро-дифференциальных уравнений // Вестник КазНУ им. аль-Фараби. Серия математика, механика, информатика. – 2012. – № 3(74). – С. 28-34.

10 Kasymov K.A., Nurgabyl D.N., Uaisov A.B. Asymptotic estimates for the solutions of boundary-value problems with initial jump for linear differential equations with small parameter in the coefficients of derivatives // Ukrainian Mathematical Journal. – 2013. – Vol. 65, N 5. P. 694-708.

11 Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений. – М.: Наука, 1973.

12 Ломов С.А. Введение в общую теорию сингулярных возмущений. – М., 1981.

REFERENCES

1 Schlesinger L. Uber asymptotische Darstellungen der Losungen linearer Differential systemeabe Funktionen eines Parametere. Math. Ann. 1907. **63**. S. 207-300.

2 Birkhoff G.D. On the asymptotic character of the solutions of certain linear differential equations containing a parameter. Trans. Amer. Math. Soc. 1908. **9**. 219-231.

3 Vishik M.I., Lyusternik L.A. On initial jump for non-linear differential equations containing a small parameter. RCS USSR. Vol. 132, N 6 (1960). P. 1242-1245.

4 Kasymov K.A. On asymptotic of the solutions of Cauchy problem with boundary conditions for non-linear ordinary differential equations containing a small parameter. UMN. 1962. Vol. 17, N 5. P. 187-188.

5 Kasymov K.A., Nurgabyl D.N. Asymptotic Behavior of Solutions of Linear Singularly Perturbed General Separated Boundary-Value Problems with Initial Jump. Ukrainian Mathematical Journal. 2003. Vol. 55, N 11. P. 1777-1792.

6 Kasymov K.A., Nurgabyl D.N. Asymptotic estimates of the solution of a singularly perturbed boundary value problem with initial jump for linear differential equations. Differential equations. 2004. Vol. 40, N 4. P. 597-607.

7 Nurgabyl D. N. Construction of solution of the singularly perturbed boundary problem with initial jump. Vestnik of Kirghiz state national university. 2001. Vol. 3, N 6. C. 173-177

8 Dauylbaev M.K. Asymptotic estimates of solutions of the integro-differential equations with small parameter. Mathematical Journal. 2008. Vol. 8, N 4.

9 Kasymov K.A., Dauylbaev M.K., Atahan N. Asymptotic convergence of the solution of a singularly perturbed boundary value problem integro-differential equations. Vestnik KazNU. Ser. math., mech. 2012. N 3. P. 28-34.

10 Kasymov K.A., Nurgabyl D.N., Uaisov A.B. Asymptotic estimates for the solutions of boundary-value problems with initial jump for linear differential equations with small parameter in the coefficients of derivatives. Ukrainian Mathematical Journal. 2013. Vol. 65, N 5. P. 694-708.

11 Vasilyeva A.B., Butuzov V.F. Asymptotic decomposition of Solutions it is Singularly Perturbed equations. M.: Nauka, 1973. P. 272.

12 Lomov S.A. Introduction the general theory of singular perturbations. M.: Nauka, 1981. P. 399.

Резюме

Д. Н. Нұрғабыл

(І. Жансүгіров атындағы Жетісу мемлекеттік университеті, Талдықорған, Қазақстан)

ЖОҒАРҒЫ ТУЫНДЫЛАРЫНЫҢ ЖАНЫНДА КІШКЕНЕ ПАРАМЕТРІ БАР
ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУ ҮШІН ШЕКАРАЛЫҚ ЕСЕП ШЕШІМІН ҚҰРУ

Жұмыста жоғарғы ретті туындыларының жанында кішкене параметрі бар жай дифференциалдық теңдеу үшін шекаралық есеп қарастырылған. Шекаралық және бастапқы функциялар енгізілген, олардың бар болуы және жалғыздығы дәлелденген. Құрастырылған шекаралық және бастапқы функциялар арқылы шекаралық есеп шешімінің аналитикалық формуласы анықталды.

Тірек сөздер: асимптотика, бастапқы функция, шекаралық функция, шекаралық есеп, қосымша характеристикалық теңдеу, ауытқыған және ауытқымаған есептер.

Summary

Duisebek Nurgabyl

(Zhetysu state university named after I. Zhansugurov, Taldykorgan, Kazakhstan)

A CONSTRUCTION SOLUTION OF BOUNDARY VALUE PROBLEM
FOR LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH SMALL PARAMETER AT HIGHER DERIVATIVES

In this article considered boundary value problem for linear differential equations with small parameter at higher derivatives. Are defined the initial function and boundary functions, their existence and uniqueness are proved. On the basis of the constructed boundary and initial functions analytical representation of the solution of boundary value problem task is found.

Keywords: asymptotic, initial function, boundary function, boundary value problem, additional characteristic equation, perturbed and no perturbed problems.

Поступила 05.05.2014 г.