

*К. Н. ДЖУМАГУЛОВА, Р. У. МАШЕЕВА, Р. АХАНОВ*

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан)

## **ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНОЙ ФУНКЦИЙ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ**

**Аннотация.** В работе показаны результаты теоретических исследований спектра колебаний пылевых частиц с помощью Фурье анализа автокорреляционных функций скоростей. В работе был использован метод Ланжевеновой динамики для решения уравнения движения пылевых частиц. В качестве потенциала взаимодействия был использован потенциал Юкава. Показано, что действительные и мнимые части спектральной функций имеют максимум вблизи плазменной частоты пылевых частиц при больших значениях параметра связи и малых значениях коэффициента трения.

**Ключевые слова:** пылевая плазма, автокорреляционная функция скоростей, спектральная функция.

**Тірек сөздер:** тозаңды плазма, жылдамдықтардың автокорреляциялық функциясы, спектрлік функция.

**Keywords:** dusty plasma, velocity autocorrelation functions, spectral function.

**Введение.** Пылевая плазма представляет собой ионизованный газ, содержащий микроскопические частицы конденсированного вещества. Такая плазма часто встречается в природе, особенно в астрофизических объектах, таких как планетные кольца, кометные хвосты и т.д. Также в земных условиях пылевая плазма может формироваться во многих установках, использующих плазменные технологии.

Физические свойства пылевой плазмы являются важными для развития разных направлений современной физики и новой техники, к примеру, лазерная техника, термоядерная энергетика, астрофизика, физика верхней атмосферы, нанотехнологии и т.д.

При изучении свойств такой системы возникают проблемы связанные с отсутствием малой связи в системе, ввиду чего традиционные методы теоретической физики малоэффективны. Данная проблема решается с помощью применения современных методов компьютерного моделирования неидеальных физических систем (Монте-Карло, молекулярной динамики, броуновой (ланжевеновой) динамики, квазичастиц и т.п.).

В работе используется метод компьютерного моделирования Ланжевеновой динамики, который дает возможность изучить микроскопические и динамические свойства пылевых частиц. С помощью этого метода были исследованы частоты колебаний пылевых частиц, взаимодействующих с помощью потенциала Юкава.

Краткое описание метода Ланжевеновой динамики и результаты по спектральной функции пылевых частиц на основе Фурье-преобразования автокорреляционных функции скоростей представлены во второй части работы.

Выводы и заключения приведены в разделе «Заключение». Списки используемой литературы даны в конце статьи.

**Метод моделирования и Фурье-преобразование автокорреляционных функции скоростей.** В изучении свойств пылевой плазмы широко применяется метод Ланжевеновой динамики [1, 2]. Моделирование движения пылевых частиц было выполнено на основе следующего уравнения:

$$m_d \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = \sum_j F_{\text{int}}(r) \bigg|_{r=|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} \frac{\vec{r}_i - \vec{r}_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} - m_d \nu_{fr} \frac{d\vec{r}_i}{dt} + \vec{F}_{br}(t), \quad (1)$$

где  $F_{\text{int}}(r) = -\partial\Phi(r)/\partial r$  – сила, действующая на выбранную  $i$ -частицу в результате взаимодействия с  $j$ -частицей,  $r = |\vec{r}_i - \vec{r}_j|$  – расстояние между двумя пылинками,  $F_{br}(t)$  – случайная сила, которая учитывает случайные толчки окружающих плазменных частиц или другие стохастические процессы,  $\nu_{fr}$  – коэффициент трения пылевых частиц, который зависит от давления буферной плазмы и определяет частоту их столкновений с нейтральными частицами окружающей плазмы,  $m_d$  – масса пылевой частицы,  $\Phi(r)$  – парный потенциал взаимодействия макрочастиц.

В качестве межчастичного потенциала взаимодействия пылинок взят потенциал Юкава, в безразмерном виде он записывается так:

$$\Phi(R) = \frac{\Gamma}{R} e^{-\kappa R}, \quad (2)$$

где  $\kappa = a/r_D$  – коэффициент экранирования поля заряда пылинок,  $r_D$  – Дебаевский радиус экранирования поля заряда пылинок,  $\Gamma = (Z_d e)^2 / (ak_B T_d)$  – параметр связи пылевой компоненты,  $a = (3/4\pi n_d)^{1/3}$  – среднее расстояние между пылинками,  $Z_d$  и  $n_d$  – заряд и концентрация пылевых частиц соответственно,  $T_d$  – температура пылевой компоненты. Набор из 1024 пылевых частиц произвольно распределен в трехмерной кубической решетке, расширенной периодическими граничными условиями. Время берется в единицах, обратных плазменной частоте пылевой компоненты  $\omega_d = \left( \frac{4\pi n_d Z_d^2 e^2}{m_d} \right)^{1/2}$ . Количество временных шагов  $N_t = 30\,000$ . Безразмерный параметр

трения  $\theta = \frac{\nu_{fr}}{\omega_d}$ . Моделирование для системы пылевых частиц было выполнено согласно схеме [3-7].

На основе данных, полученных с помощью компьютерного моделирования, можно исследовать автокорреляционные функции скоростей [8, 9] пылевых частиц с помощью следующего уравнения:

$$A_{vv}(t) = \langle \vec{v}(t) \vec{v}(0) \rangle, \quad (3)$$

где скобки означают усреднение по ансамблю и по различным начальным моментам времени. Автокорреляционная функция скоростей демонстрирует затухание, что характеризуется временем затухания  $\tau$ , время за которое автокорреляционная функция уменьшается в  $e$  раз. Результаты вычисления автокорреляционных функции скоростей в широком диапазоне изменения параметров системы представлены в работе [9].

Получив данные вычисления автокорреляционных функции скоростей частиц можно исследовать спектральную функцию пылевых частиц на основе Фурье-преобразования автокорреляторов скоростей. Согласно работе [10], спектральная функция  $f(\omega)$  полностью определяет поведение системы под действием заданного возмущения:

$$f(\omega) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt, \quad (4)$$

здесь  $f(t)$  – некоторая функция, зависящая от микроскопических свойств системы. В данном случае, АФС, вычисленная на основе компьютерного моделирования, может быть рассмотрена как величина, которая характеризует микроскопическое состояние системы, и спектральная функция может быть вычислена следующим образом [10]:

$$f(\omega) = 1/2\pi \int_0^{\infty} A(t)e^{-i\omega t} dt, \quad (5)$$

Реальная часть спектральной функции автокорреляционных функций скоростей, как, динамический структурный фактор дает возможность определить частоты колебания частиц присутствием пиков на их кривых. Как было отмечено в работе [11], есть связь между этими функциями, автокорреляционная функция скоростей связана с автокорреляционной частью динамического структурного фактора. характеристиками частиц, таких как прямая корреляционная функция. На основе автокорреляционных функции скоростей можно вычислить коэффициент диффузии среднеквадратичным смещением или на основе соотношения Грина-Кубо:

$$D = \frac{1}{3} \int_0^{\infty} A(t) dt. \quad (6)$$

из этого выражения можно заметить, что  $\lim_{\omega \rightarrow 0} \text{Re}(f(\omega))$  равно коэффициенту диффузии с точностью в пределах численного коэффициента.

Мнимая часть спектральной функции характеризует потери энергии в системе.

Действительные и мнимые части спектральной функции при  $\Gamma = 2$  показаны на рисунках 1, 2. Показано, что при малых значениях параметра связи действительная часть спектральной функции ведет себя монотонно и не наблюдаются осцилляции в системе. Из рисунка 2 видно, что величина  $\lim_{\omega \rightarrow 0} \text{Re}(f(\omega))$  сокращается с увеличением коэффициента трения. В работе [3] показано уменьшение коэффициента диффузии с увеличением коэффициента трения. Действительные части спектральной функции при больших параметрах связи показаны на рисунках 3, 4. Рисунок 3 показывает сокращение коэффициента диффузии при увеличении параметра связи, теоретически до нуля (кристаллическое состояние). На этом рисунке видно также, что с увеличением параметра связи максимум кривой спектральной функции увеличивается. Данный максимум приблизительно расположен при частоте, близкой к плазменной частоте пылевой компоненты  $\omega_d$ . Но на рисунке 4 показано, с увеличением коэффициента трения максимум исчезает.

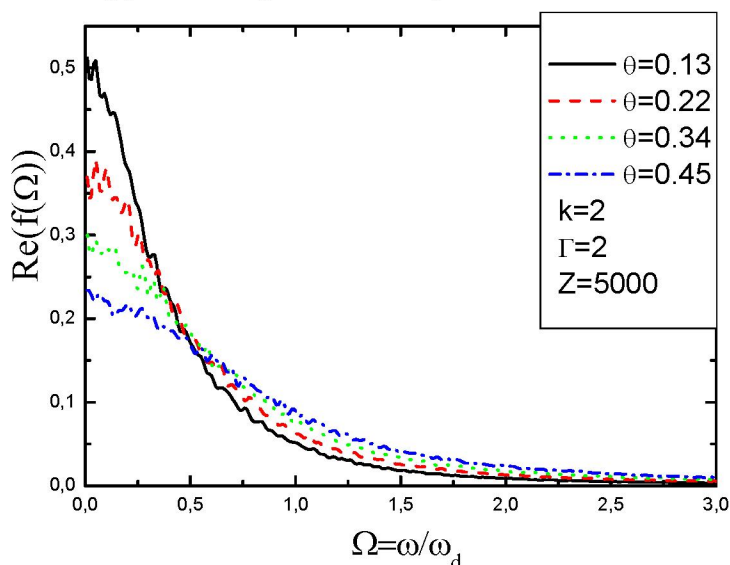


Рисунок 1 – Реальная часть спектральной функции при разных значениях параметра трения

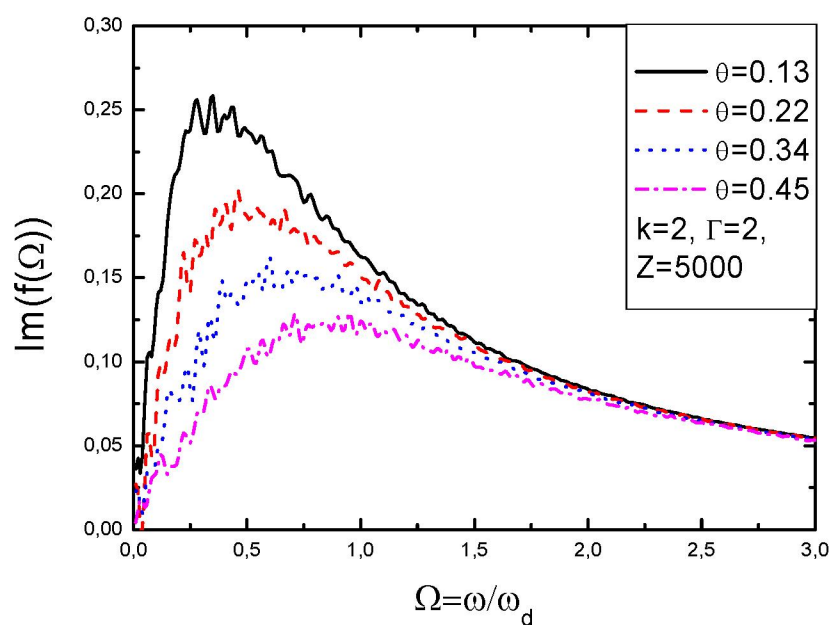


Рисунок 2 – Мнимая часть спектральной функции при разных значениях параметра трения

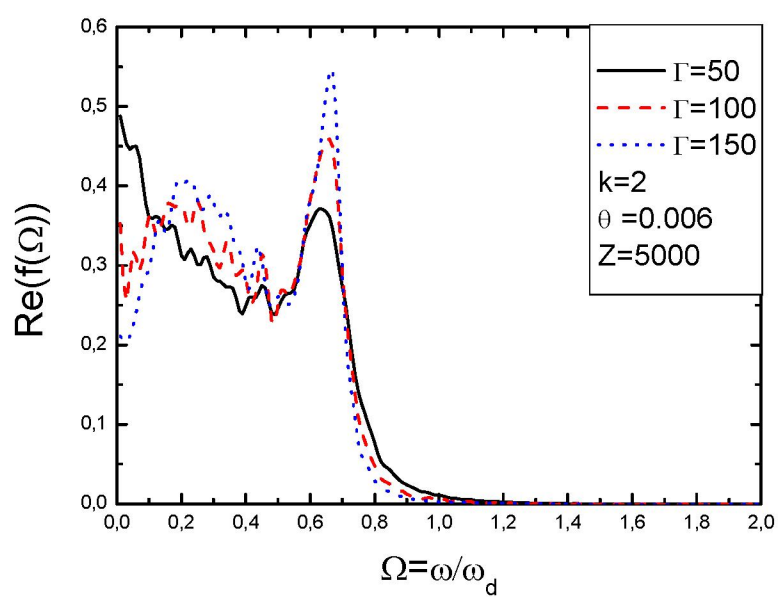


Рисунок 3 – Реальная часть спектральной функции при разных значениях параметра связи

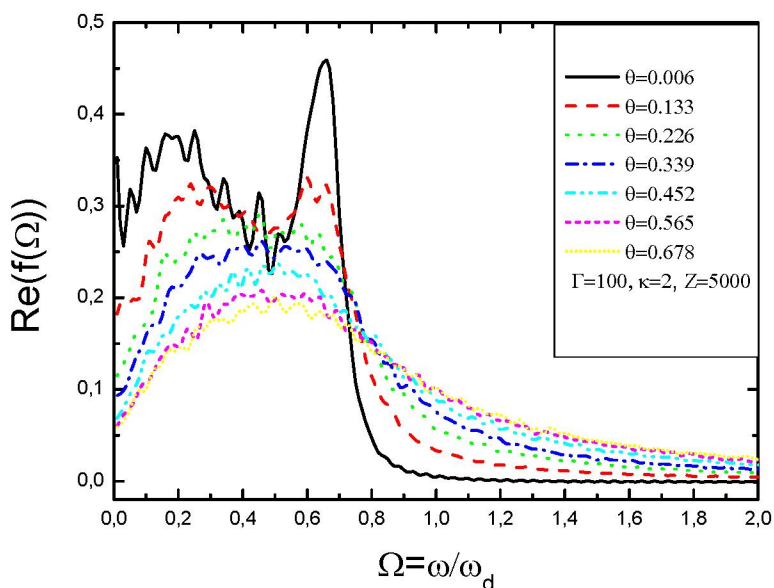


Рисунок 4 – Реальная часть спектральной функции при разных значениях параметра трения

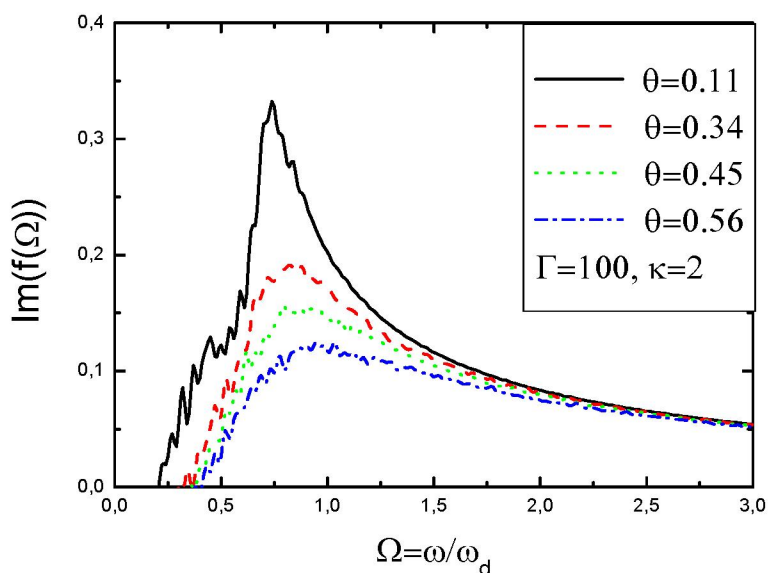


Рисунок 5 – Мнимая часть спектральной функции при разных значениях параметра трения

Мнимые части спектральной функции при больших параметрах связи показаны на рисунке 5. Этот рисунок показывает, что максимум энергетической абсорбции приблизительно расположен при частотах, близких к плазменной частоте пылевых частиц.

**Заключение.** Основным результатом компьютерного моделирования пылевых частиц, представленным в данной работе являются данные по исследованию спектральной функции автокорреляционных функции скоростей пылевых частиц. Показано, что в пылевой системе осуществляются колебания на частотах близких к плазменной частоте пылевых частиц при больших значениях параметра связи и при малых значениях коэффициента трения. Также показано, что максимум энергетической абсорбции приблизительно расположен на частотах, близких к плазменной частоте пылевых частиц.

## REFERENCES

- 1 Dzhumagulova K.N., Ramazanov T.S., Masheeva R.U. Phys. Plasmas. 2013. 20, 113702.
- 2 Donko Z., Hartmann P. Phys. Rev. 2004. E 69, 016405.
- 3 Dzhumagulova K.N., Ramazanov T.S., Masheeva R.U. Contrib. Plasma Phys. 2012. 52, 182.
- 4 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N. Contr. Plasma Phys. 2008. 48, 357.
- 5 Vaulina O.S., Khrapak S. JETP 92, 228. 2001.
- 6 Vaulina O.S., Khrapak S., Morfill G. Phys. Rev. 2002. E 66, 016404.
- 7 Hartmann, P. Kalman G.K., Donko Z., Kutasi K. Phys. Rev. 2005. E 72. 026409.
- 8 Dzhumagulova K.N., Ramazanov T.S., Masheeva R.U. Book of Abstracts. PNP-2012. Germany: Rostock, 2012.
- 9 Dzhumagulova K.N., Masheeva R.U. Izvestija NAN RK. Serija fiziko-matematicheskaja. 2013. № 2(288).
- 10 Landau L.D., Lipschitz E.M. Statistical physics. M., Nauka, 1976.
- 11 Match N.H., Tosi M.P. Atomic Dynamics in Liquids. Dover Publications. INC. New York, 1991.

## Резюме

*Қ. Н. Жұмағұлова, Р. У. Машеева, Р. Аханов*

(әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан)

### ТОЗАҢДЫ БӨЛШЕКТЕРДІҢ СПЕКТРЛІК ФУНКЦИЯСЫН ЗЕРТТЕУ

Жұмыста жылдамдықтардың автокорреляциялық функциясынан Фурье түрлендіруі арқылы тозаңды бөлшектердің тербелістерін теория жүзінде зерттеудің нәтижелері көрсетілген. Тоzaңды бөлшектердің қозғалыс теңдеуін шешу үшін Ланжевандік динамика әдісі қолданылды. Юкава потенциалы тозаңшалардың өзара әсерлесу потенциалы ретінде алынды. Спектрлік функцияның нақты және жорамал бөлігі байланыс параметрінің үлкен және үйкеліс параметрінің кіші мәндерінде тозаңды бөлшектердің плазмалық жиіліктеріне жақын жиіліктерде максимумға ие болатындығы көрсетілді.

**Тірек сөздер:** тозаңды плазма, жылдамдықтардың автокорреляциялық функциясы, спектрлік функция.

## Summary

*K. N. Dzhumagulova, R. U. Masheeva, R. Akhanov*

(Al-Farabi Kazakh national university, Almaty, Kazakhstan)

### INVESTIGATION OF SPECTRAL FUNCTION OF DUST PARTICLES

In this paper, the results of theoretical investigations of dust particles fluctuations on the basis of the Fourier analysis of the velocity autocorrelation function were presented. The Langevin dynamics method was used to solve the dust particles equations of motion. The Yukawa potential was used as an interaction potential. It was presented, that the real and imaginary parts of the spectral function have a maximum near the plasma frequency of dust particles at large values of the coupling parameter and low values of the coefficient of friction.

**Keywords:** dusty plasma, velocity autocorrelation functions, spectral function.

*Поступила 05.05.2014 г.*