

УДК 533.9

А. АСКАРУЛЫ¹, А. Б. АШИКБАЕВА¹, Д. ПАЛАСИ²

¹ НИИЭТФ, КазНУ им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан,

² Департамент прикладной математики Валенсийского политехнического университета, Валенсия, Испания)

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПОТЕРИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ИОНОВ В НЕИДЕАЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ

Аннотация. Энергетические потери релятивистских ионов в водородоподобной плазме рассмотрены с использованием метода моментов. Исследована модифицированная формула Бете-Ларкина для тормозной способности, учитывающая влияние электрон-ионных корреляций в плазме и получены оценки для асимптотической формы тормозной способности для релятивистских частиц. Статические характеристики плазмы рассчитывались из решения уравнения Орнштейна-Цернике в гиперцепном приближении с использованием потенциала Дойча.

Ключевые слова: кулоновская система, тормозная способность, релятивистские скорости, правила сумм, метод моментов.

Тірек сөздер: кулон жүйесі, тежелу қабілеті, релятивистік жылдамдықтар, қосындылар ережелері, моменттер әдісі.

Keywords: coulomb systems, stopping power, relativistic velocities, sum rules, method of moments.

Введение. Изучение процессов торможения заряженных частиц движущихся в различных средах представляет значительный интерес во многих областях физики, таких, как ядерная физика, физика конденсированного состояния и физика плазмы. В 1930 г. Бете вывел формулу для потерь энергии быстрой частицей, предполагая, что атомы среды ведут себя как квантовомеханические осцилляторы [1]. Позже, Ларкин [2] показал, что в случае, когда быстрые ионы пронизывают электронный газ, применима аналогичная формула, но с заменой средней частоты возбуждения на плазменную частоту ω_p :

$$-\frac{dE}{dx} \underset{v \gg v_f}{\simeq} \left(\frac{Z_p e \omega_p}{v} \right)^2 \ln \frac{2m v^2}{\hbar \omega_p}, \quad (1)$$

где $Z_p e$ и v – заряд и скорость частицы, $\omega_p = (4\pi n_e e^2 / m_e)^{1/2}$, m_e – масса электрона. По следующим двум главным причинам, именно эта формула применяется для определения концентрации электронов n_e в плазме опытным путем: во-первых, в системе заряженных частиц потери энергии имеют место главным образом из-за свободных электронов [3-5]; во-вторых, такая техника подходит для диагностики горячей и плотной плазмы ($n_e \gtrsim 10^{19} \text{ cm}^{-3}$), в условиях которой большинство других экспериментальных методов терпят неудачу [5].

Ранее было показано [6], что в полностью ионизованной водородной плазме со слабозатухающей ленгмюровской модой, плазменная частота в кулоновском логарифме должна быть заменена значением $\omega_L(k)$ в длинноволновом приближении: $\omega_L(0) = \omega_p \sqrt{1 + H}$ с $H = h_{ei}(0) / 3 = (g_{ei}(0) - 1) / 3$, где $g_{ei}(r)$ – электрон-ионная радиальная функция распределения. Эта поправка может иметь дальнейшее практическое значение, особенно, с учетом результатов исследований [4], в которых была рассмотрена возможность выделения роста тормозной способности плазмы в связи с увеличением ее плотности. Она также позволит непосредственно

исследовать корреляционные эффекты в плазме с высокой плотностью энергии, например, в плазме, изучаемой в астрофизике и физике космоса, в плазме внутренних слоев планет, в плазме инерциального синтеза, металлов и, в целом, в плазме конденсированного состояния вещества.

Оставляя в стороне потери на ионизацию, для расчета энергетических потерь быстрой частицы, проходящей сквозь кулоновскую систему, мы используем поляризационный формализм, который становится более точным с увеличением кинетической энергии частицы. В 1959 году Линхард получил выражение, связывающее потери энергии за счет поляризации с диэлектрической функцией среды [7]. Это выражение может быть обобщено с применением золотого правила Ферми [8–10]:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2(Z_p e)^2}{\pi v^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} \int_{\alpha_-(k)}^{\alpha_+(k)} \omega n_B(\omega) (-Im \varepsilon^{-1}(k, \omega)) d\omega, \quad (2)$$

$\alpha_\pm(k) = \pm kv + \hbar k^2 / 2M$, где M масса налетающей частицы ($M \gg m$), и $n_B(\omega) = (1 - \exp(-\beta \hbar \omega))^{-1}$, β^{-1} – температура системы в энергетических единицах. Рассматривается немагнитная кулоновская система, поэтому диэлектрическая функция зависит лишь от модуля волнового вектора. Выражение (2) применимо только если взаимодействие между частицей и плазмой такое слабое, что оно может быть рассмотрено как линейный эффект и если релятивистские эффекты во внимание не берутся, т.е. она применима когда энергетические потери налетающей частицы значительно меньше ее кинетической энергии, которая, в свою очередь, предполагается заметно меньшее ее энергии покоя**.

Мы предполагаем, что связь между частицей и плазмой мишени можно рассматривать по теории возмущений, при этом не накладывая никаких ограничений на значение параметра связи в плазме, $\Gamma = \beta e^2 / a$ ($a = (4\pi n_e / 3)^{-1/3}$ – это радиус Вигнера – Зейца), однако при условии, что плазма остается в жидкой фазе***. Моделирование диэлектрических характеристик неидеальной плазмы представляет собой трудную задачу, так как характерные длины, радиус Вигнера-Зейца, длина де Бройля и радиус Дебая одного порядка, (в неидеальной плазме $\Gamma = a^2 / 3\lambda_D^2 \geq 1$, что делает такие подходы как ПХФ неприменимыми), а, в то же время, электронная подсистема вырождается.

В последнее время возникла проблема оценки энергетических потерь релятивистских протонов [13] и целью нашей работы является определение релятивистских поправок к асимптотической форме потерь энергии быстрыми частицами в неидеальной водородоподобной плазме, найденными точными и приближенными соотношениями метода моментов. Это и является основной целью работы.

Теоретическое введение. Наш диэлектрический формализм основан на методе моментов [14–16], который позволяет определить диэлектрическую функцию $\varepsilon(k, \omega)$ по первым известным сходящимся правилам сумм. Под правилами сумм мы понимаем, конкретно, степенные частотные моменты функции потерь (ФП) плазмы,

$$\mathcal{L}(k, \omega) = -\omega^{-1} Im \varepsilon^{-1}(k, \omega),$$

определяемые как

$$C_\nu(k) = \pi^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^\nu \mathcal{L}(k, \omega) d\omega, \nu = 0, 1, \dots$$

Из-за четности ФП, нечетные моменты равны нулю. С другой стороны, четные моменты определяются статическими характеристиками системы.

* Заметим, что $n_B(\omega) + n_B(-\omega) = 1$.

** Например, в экспериментах, представленных в [3, 4, 5], температура плазмы была порядка нескольких эВ, а налетающие ионы (протоны и дейтроны) имели энергию примерно равную 1 МэВ.

*** Известно, что неидеальная плазма кристаллизуется при высоких, порядка 170, значениях параметра связи Γ .

Формула Неванлинны теории моментов позволяет построить диэлектрическую функцию, которая удовлетворяет правилам сумм $\{C_{2\nu}\}_{\nu=0}^2$ [14] автоматически:

$$\varepsilon^{-1}(k, z) = 1 + \frac{\omega_p^2(z+q)}{z(z^2 - \omega_2^2) + q(z^2 - \omega_1^2)}, \quad (3)$$

где $\omega_1^2 = \omega_1^2(k) = C_2/C_0$, $\omega_2^2 = \omega_2^2(k) = C_4/C_2$, для любой $q = q(k, z)$, аналитической в верхней полуплоскости $Imz > 0$, где ее мнимая часть положительна; кроме того она должна обладать следующим предельным свойством: $(q(k, z)/z) \rightarrow 0$, когда $z \rightarrow \infty$ при $Imz > 0$.

После прямых вычислений для частотных степенных моментов [17, 14, 16] получаем:

$$C_0(k) = (1 - \varepsilon^{-1}(k, 0)), \quad C_2(k) = \omega_p^2,$$

$$C_4(k) = \omega_p^4(1 + K(k) + U(k) + H),$$

где

$$K(k) = \left(\langle v_e^2 \rangle k^2 + \hbar^2 k^4 / (2m)^2 \right) / \omega_p^2.$$

Средний квадрат электронной скорости выражается как

$$\langle v_e^2 \rangle = \frac{3F_{3/2}(\eta)}{m\beta D^{3/2}},$$

где

$$F_\nu(\eta) = \int_0^\infty \frac{x^\nu}{\exp(x-\eta) + 1} dx$$

есть интеграл Ферми порядка ν , а $\eta = \beta\mu$ безразмерный химический потенциал электронной подсистемы, который должен быть определен из условия нормировки

$$F_{1/2}(\eta) = \frac{2}{3} D^{3/2}, \quad D = \beta E_F = \beta \hbar^2 (3\pi^2 n_e)^{2/3} / 2m.$$

Последние два слагаемых в четвертом моменте возникают из-за вклада взаимодействия в гамильтониан системы и могут быть выражены через парциальные статические структурные факторы $S_{ab}(k)$, $a, b = e, i$:

$$U(k) = (2\pi^2 n_e)^{-1} \int_0^\infty p^2 (S_{ee}(p) - 1) f(p, k) dp,$$

$$H = (6\pi^2 n_e)^{-1} \int_0^\infty p^2 S_{ei}(p) dp,$$

где мы ввели функцию

$$f(p, k) = 5/12 - p^2 / (4k^2) + (k^2 - p^2)^2 \ln |(p+k)/(p-k)| / (8pk^3).$$

В модифицированном ПХФ поправка H в определяется как [14]:

$$H = \frac{4}{3} Z r_s \sqrt{\Gamma} \left[3Z\Gamma^2 + 4r_s + 4\Gamma \sqrt{3(1+Z)r_s} \right]^{-1/2},$$

где $r_s = a/a_B = \frac{\Gamma}{0.543D}$ – безразмерный параметр плотности Бракнера. Первая характерная частота в таком приближении равна плазменной: $\omega_1^2 = \omega_p^2$.

Модифицированная формула Бете–Ларкина. Выберем модельную функцию q , удовлетворяющую указанным условиям, но которая позволит выполнить расчеты тормозной способности аналитически. Если взять просто $q(k, \omega) = i0^+$, то мы получим следующее (каноническое) решение рассматриваемой задачи моментов:

$$\frac{\mathcal{L}(k, \omega)}{\pi C_0(k)} = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{\omega_2^2} \delta(\omega) + \frac{\omega_1^2}{2\omega_2^2} [\delta(\omega - \omega_2) + \delta(\omega + \omega_2)], \quad (4)$$

Физически (4) описывает незатухающие коллективные моды, включая гидродинамический диффузионный процесс [20], которому соответствует дополнительный центральный пик в спектре флуктуаций плотности. Применимость этого выражения оправдано при условии, что затухание коллективных возбуждений достаточно мало так, что они являются основными каналами передачи энергии от налетающих частиц плазме. Если подставить выражение (4) в формулу Линхарда (2), то получим:

$$-\frac{dE}{dx} \underset{\nu \gg \nu_F}{\simeq} \frac{(Ze\omega_p)^2}{\nu^2} \ln \frac{k_2}{k_1}, \quad (5)$$

где предельные волновые числа k_1 и k_2 таковы, что при $\nu/\nu_F \rightarrow \infty$ выполняется неравенство $0 < \omega_2(k) < k\nu$, а $\omega_2(k)$ понимается как частота ленгмюровской моды с законом дисперсии $\omega_L(k)$. Для слабо неидеальной плазмы действует закон дисперсии ПХФ, в котором корреляционными вкладами пренебрегают:

$$\omega_L(k) = \left(\omega_p^2 + \langle v_e^2 \rangle k^2 + \hbar^2 k^4 / (2m)^2 \right)^{1/2}.$$

Тогда, при асимптотически больших ν , имеем $k_1 = \omega_p / \nu$, $k_2 = 2m\nu / \hbar$, и мы возвращаемся к результату Бета – Ларкина [1, 2]. Отметим, что в вышеупомянутом неравенстве для ω_2 мы предположили, что $k\nu \gg \hbar k^2 / 2M$, что эквивалентно пренебрежению величинами порядка m/M . Похожие термины были опущены в приведенном выше выражениях для моментов C_2 и C_4 .

Для того чтобы учесть кулоновские и обменные взаимодействия в системе аналитически, можно использовать для электрон-электронного вклада в $U(k)$ дальнюю и ближнюю ассимптотики:

$$U(k \rightarrow 0) \simeq -\nu_{ee}^2 k^2 / \omega_p^2, \quad U(k \rightarrow \infty) \simeq -h_{ee}(0) / 3,$$

где $\nu_{ee}^2 = -4E_{ee} / (15nm)$, определяется плотностью энергии E_{ee} электрон-электронных взаимодействий в плазме [10], а $h_{ee}(0)$ равна предыдущему выражению для $U(k)$, но с функцией $f(p, k)$, замененной на единицу. Если мы интерполируем закон дисперсии плазменных мод как

$$\omega_L(k) = \left(\omega_p^2 + wk^2 + \hbar^2 k^4 / (2m)^2 \right)^{1/2},$$

где [10]

$$w = 2 \langle v_e^2 \rangle - \nu_{ee}^2 = 2 \langle v_e^2 \rangle - \frac{4 \Gamma^{3/2}}{15 m \beta} \left(\frac{0.9052}{\sqrt{0.6322 + \Gamma}} + \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{0.9052}{\sqrt{0.6322}}}{1 + \Gamma} \right),$$

то предельное волновое число k_1 при $\nu/\nu_F \rightarrow \infty$ модифицируется как $k_1' = \omega_p' / \nu$ с $\omega_p' = \omega_p \sqrt{1 + H}$ так, что тормозная способность становится равной

$$-\frac{dE}{dx} \underset{\nu \gg \nu_F}{\simeq} \left(\frac{Z_p e \omega_p}{\nu} \right)^2 \ln \frac{2m\nu^2}{\hbar \omega_p \sqrt{1 + H}}. \quad (6)$$

Поправка H в четвертом моменте $C_4(k)$ связана с электрон-ионными корреляциями в системе, она ответственна за повышение значения ленгмюровской частоты в длинноволновом пределе в двухкомпонентной плазме со слабозатухающей коллективной модой.

В слабо неидеальной плазме, где $\Gamma \ll 1$, поправка H незначительна, но в сильно неидеальной кулоновской системе можно было бы получить непосредственно H (или $g_{ei}(0)$) с помощью той же экспериментальной методики совместно с уравнением (6). С другой стороны, если мы, например,

возьмем $g_{ei}(0) = 10$ и $\ln(2m\nu^2 / \hbar\omega_p) = 10$, то тормозная способность рассчитанная по классической формуле Бете-Ларкина, уменьшается на $\sim 7\%$, что указывает на то, до какой степени должна быть улучшена точность эксперимента. Кроме того, в качестве налетающих частиц могут быть использованы бикластеры [23].

Энергетические потери релятивистских частиц. Релятивистские поправки к формуле Линдхарда изучались в [24]:

$$-\frac{dE}{dx} = -\frac{(Z_p e)^2}{\pi\nu^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} \int_{-k\nu}^{k\nu} \omega \operatorname{Im} \left(\varepsilon^{-1}(k, \omega) \frac{\varepsilon^{-1}(k, \omega) - \frac{\nu^2}{c^2}}{\varepsilon^{-1}(k, \omega) - \frac{\omega^2}{k^2 c^2}} \right) d\omega, \quad (7)$$

Можно легко увидеть, что, когда скорость света $c \rightarrow \infty$ и $M \gg m$, (7) переходит в (2). Теперь заметим, что

$$\operatorname{Im} \left(\varepsilon^{-1}(k, \omega) \frac{\varepsilon^{-1}(k, \omega) - \frac{\nu^2}{c^2}}{\varepsilon^{-1}(k, \omega) - \frac{\omega^2}{k^2 c^2}} \right) = (\operatorname{Im} \varepsilon^{-1}(k, \omega)) \times$$

$$\times \left(1 + \frac{\left(\frac{\omega}{kc} \right)^2 \left(\left(\frac{\nu}{c} \right)^2 - \left(\frac{\omega}{kc} \right)^2 \right)}{\left(\operatorname{Re} \varepsilon^{-1}(k, \omega) - \left(\frac{\omega}{kc} \right)^2 \right)^2 + \left(\operatorname{Im} \varepsilon^{-1}(k, \omega) \right)^2} \right)$$

и что в связи с (4),

$$\operatorname{Im} \varepsilon^{-1}(k, \omega) = \frac{\pi\omega_p^2}{2\omega_2^2} \omega_2(k) \left[\delta(\omega + \omega_2(k)) - \delta(\omega - \omega_2(k)) \right],$$

так что (7) упрощается:

$$\left. \frac{-dE}{dx} \right|_{\nu \rightarrow c} \simeq \left(\frac{Ze\omega_p}{\nu} \right)^2 \ln \frac{2m\nu^2}{\hbar\omega_p \sqrt{1+H}} +$$

$$+ \left(\frac{Ze\omega_p}{c^2} \right)^2 \int_{\frac{\omega_p \sqrt{1+H}}{\nu}}^{\frac{2m\nu}{\hbar}} \frac{dk}{k^3} \frac{\omega_2^2(k) \left(1 - \frac{\omega_2^2(k)}{k^2 \nu^2} \right) (\omega_2^2(k) - \omega_1^2(k))^2}{\Omega^4(k) + \left(\frac{\omega_p^2 \omega_2(k) \operatorname{Im} q(k, \omega_2(k))}{|q(k, \omega_2(k))|^2} \right)^2}, \quad (8)$$

где

$$\Omega^2(k) = \omega_p^2 + (\omega_2^2(k) - \omega_1^2(k)) \left(1 - \frac{\omega_2^2(k)}{k^2 c^2} \right) + \frac{\omega_p^2 \omega_2(k) \operatorname{Re} q(k, \omega_2(k))}{|q(k, \omega_2(k))|^2}.$$

В наших «точных» расчетах мы использовали следующее модельное выражение для функции – параметра Неванлинны в неканоническом решении задачи моментов (3):

$$q(k, \omega_2(k)) = \frac{A_0 \sqrt{\omega_p^5 \omega_2(k)} (1+i)}{\omega_2^2(k) - \omega_1^2(k)} + i \frac{\omega_2^2(k) - \omega_1^2(k)}{\nu}, \quad (9)$$

$$A_0 = 3^{\frac{5}{4}} \sqrt{2} Z r_s^{3/4}$$

где ν – статическая частота столкновений оценивалась с использованием интерполяционной формулы для статической проводимости [25].

Мы провели численный анализ релятивистской формулы (8) по сравнению с (6), результаты представлены на рисунках 1–4. Статические характеристики плазмы оценивались при этом в гиперцепном приближении [26] с помощью эффективного потенциала Дойча. Верхние две линии представляют собой наши результаты для тормозной способности плазмы в отношении релятивистских протонов, которые получены по приближенным формулам (выражения для параметров H , w и ν), описанным в тексте, а нижние две линии рассчитаны по точным соотношениям из [27]. Видно, что приближенные расчеты приводят к результатам, практически совпадающим с последними.

Кроме того, мы провели расчеты по точным соотношениям [27] с асимптотической формой функции – параметра Неванлинны (9) при бесконечной статической частоте столкновений. Как и следовало ожидать, в диапазоне скоростей налетающих частиц, представленном на рисунках 1–4 эти результаты практически не отличаются от данных, полученных по модифицированной асимптотике Бете–Ларкина (8).

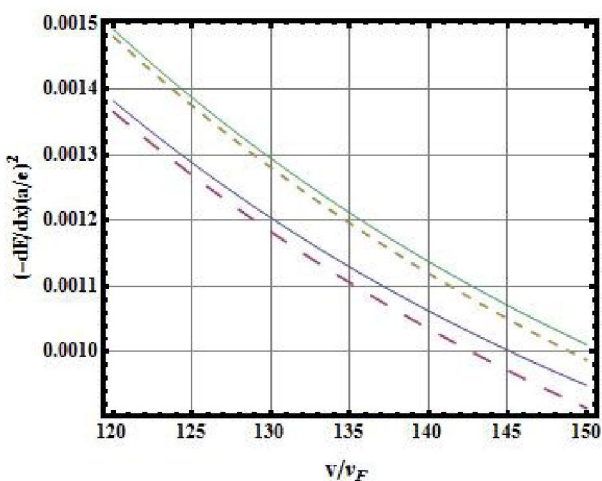


Рисунок 1 – Абсолютная величина тормозной способности плазмы при $\Gamma = 10,8$, $r_s = 2,5$.
Сплошные линии – (8), пунктирные линии – (6)

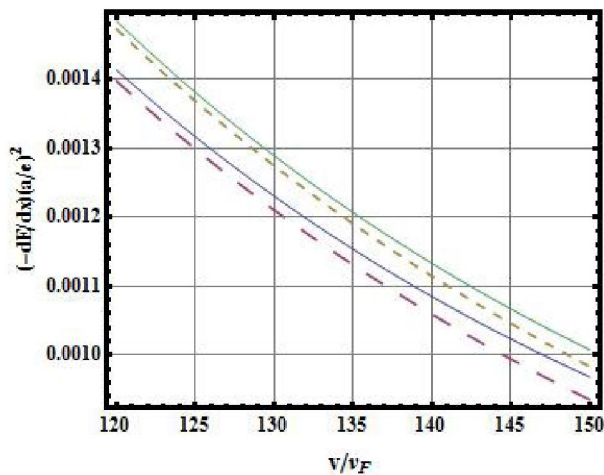


Рисунок 2 – Абсолютная величина тормозной способности плазмы при $\Gamma = 1,1$, $r_s = 2,5$.
Сплошные линии – (8), пунктирные линии – (6)

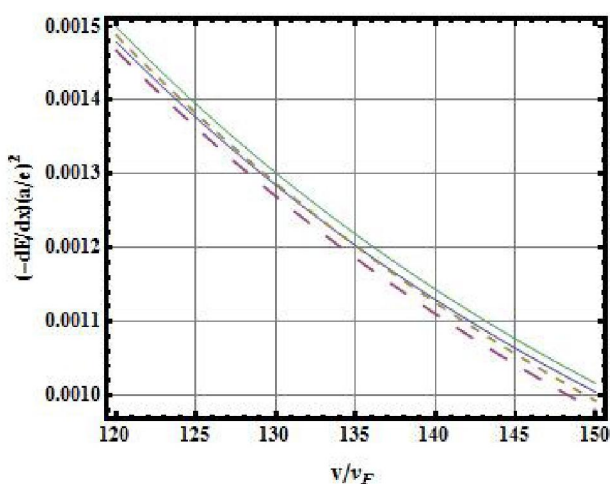


Рисунок 3 – Абсолютная величина тормозной способности плазмы при $\Gamma = 0,11$, $r_s = 2,5$.
Сплошные линии – (8), пунктирные линии – (6)

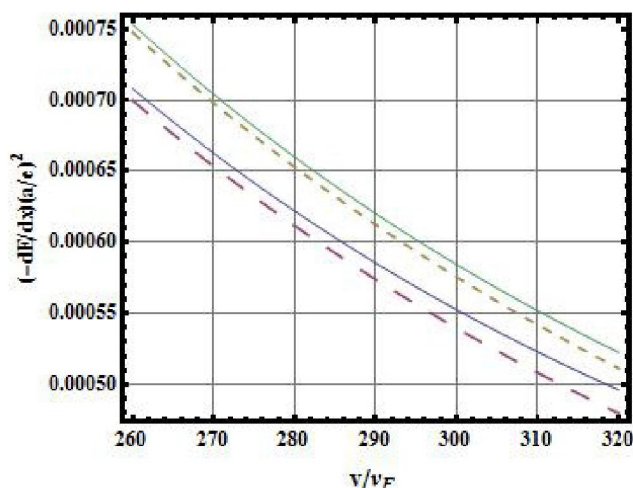


Рисунок 4 – Абсолютная величина тормозной способности плазмы при $\Gamma = 0,5$, $r_s = 5,4$.
Сплошные линии – (8), пунктирные линии – (6)

Заключение. В настоящей работе мы исследовали модифицированную формулу Бете-Ларкина для тормозной способности двухкомпонентной водородоподобной неидеальной плазмы с учетом электрон-ионных столкновений. Мы получили оценки для асимптотической формы тормозной способности для очень быстрых релятивистских частиц. При этом были использованы известные результаты теории моментов в применении к исследованию динамического отклика кулоновских систем, а именно, правило сумм на нулевой частоте, правило f -сумм и правило сумм четвертого момента, а также флуктуационно-диссипативная теорема и правило сумм для сжимаемости. Этот общий результат представляет собой некое новое правило сумм для расчета или численной оценки энергетических потерь быстрой налетающей частицы при любой модели диэлектрической функции, удовлетворяющей вышеуказанным условиям не только в области физики плазмы, но и в физике конденсированных сред, таких как электронный газ, а также в других многокомпонентных системах заряженных частиц. Проведены также контрольные расчеты тормозной способности в различных приближениях и результаты оказались вполне согласованными.

Благодарности. Авторы выражают благодарность за финансовую поддержку работы МОН РК, гранты (1128/ГФ, 1099/ГФ), а также профессорам Архипову Ю. В. и Ткаченко И. М. за помощь и поддержку.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Н. Bethe, Ann. Phys. (Lpz.) 5, 325 (1930).
- 2 А.И. Ларкин, ЖЭТФ, 37, 264 (1959).
- 3 F. C. Young, D. Mosher, S. J. Stephanakis, S. A. Goldstein, and T. A. Mehlhorn, Phys. Rev. Lett. 49, 549 (1982).
- 4 G. Belyaev et al., Phys. Rev. E 53, 2701 (1996).
- 5 A. Golubev et al., Phys. Rev. E 57, 3363 (1998).
- 6 D. Ballester, I. M. Tkachenko, Phys. Rev. Lett., 101, 075002 (2008).
- 7 J. Lindhard, Mat. Fys. Medd. K. Dan. Vidensk. Selsk. 28, 8 (1954).
- 8 N. R. Arista and W. Brandt, Phys. Rev. A 23, 1898 (1981).
- 9 A. Bret and C. Deutsch, Phys. Rev. E 48, 2994 (1993); K. Morawetz and G. Röpke, Phys. Rev. E 54, 4134 (1996).
- 10 J. Ortner and I. M. Tkachenko, Phys. Rev. E 63, 026403 (2001).
- 11 N. R. Arista, J. Phys. C: Solid State Physics 18, 5127 (1985); G. Maynard and C. Deutsch, Phys. Rev. A 26, 665 (1982); I. Nagy, J. L'aszl?, and J. Gibber, Z. Phys. A 321, 221 (1985); X.-Z. Yan, S. Tanaka, S. Mitake, and S. Ichimaru, Phys. Rev. A 32, 1785 (1985); S. Tanaka and S. Ichimaru, J. Phys. Soc. Jpn. 54, 2537 (1985).
- 12 W. H. Barkas, J. N. Dyer, and H. H. Heckman, Phys. Rev. Lett. 11, 26 (1963); I. Nagy, A. Arnau, and P. M. Echenique, Phys. Rev. B 48 5650 (1993).
- 13 V.B. Mintsev et al., Proton radiography of non-ideal plasma, 14th International Conference on the Physics of Non-Ideal Plasmas, September 9-14, 2012, Rostock, Germany, Book of Abstracts, p. 31.
- 14 В.М. Адамян, И.М. Ткаченко, ТВТ, 21, 417 (1983); В.М. Адамян, Т. Майер, И.М. Ткаченко, Физика плазмы, 11, 826 (1985); I.M. Tkachenko, Yu.V. Arkhipov, A. Askaruly, The Method of Moments and its Applications in Plasma Physics, LAMBERT Academic Publishing, Saarbrücken, Germany, 2012.
- 15 Th. Meyer and I. M. Tkachenko, Contrib. Plasma Phys. 25 437 (1985).
- 16 В.М. Адамян, И.М. Ткаченко, Диэлектрическая проницаемость неидеальной плазмы. Лекции по физике неидеальной плазмы, ч. 1, Одесский госуниверситет, Одесса, 1988; V. M. Adamyan and I. M. Tkachenko, Contrib. Plasma Phys., 43, 252 (2003).
- 17 A. A. Kugler, J. Stat. Phys. 12, 35 (1975).
- 18 S. Ichimaru, Statistical plasma physics Vol. 2: Condensed plasmas, Westview Press, Boulder, 2004.
- 19 В.И. Перель, Г.М. Элиашберг, ЖЭТФ, 41, 886 (1961).
- 20 Z. Donk?, G. J. Kalman, P. Hartmann, K. I. Golden, and K. Kutasi, Phys. Rev. Lett. 90, 226804 (2003).
- 21 J. P. Hansen and I. R. McDonald, Phys. Rev. A 23, 2041 (1981); B. Militzer and E. L. Pollock, Phys. Rev. E 61, 3470 (2000).
- 22 F. E. Leys and N. H. March, J. Phys. A: Math. Gen. 36 5893 (2003).
- 23 D. Ballester, I. M. Tkachenko, J. Phys. A: Math. Theor., 42, 214035 (2009); Ю.В.Архипов, Ф.Б.Баимбетов, А.Е.Давлетов, К.В. Стариков Псевдопотенциальная теория плотной высокотемпературной плазмы. – Алматы: «Казак Университеті», 2002. – С. 113.
- 24 K.V. Starikov and C. Deutsch, Phys. Rev. E, 71, 026407 (2005).
- 25 A. Esser, R. Redmer, G. Röpke, Contrib. Plasma Phys. 43, 33 (2003).
- 26 И.З. Фиппер, Статистическая физика жидкостей, М.: Наука, 1961.
- 27 Yu.V. Arkhipov, A.B. Ashikbayeva, A. Askaruly, A.E. Davletov, I.M. Tkachenko, EPL, 104, 35003 (2013).

REFERENCES

- 1 Н. Bethe, Ann. Phys. (Lpz.) 5, 325 (1930).
- 2 A.I. Larkin, ZhETF, 37, 264 (1959) (in Russ).
- 3 F. C. Young, D. Mosher, S. J. Stephanakis, S. A. Goldstein, and T. A. Mehlhorn, Phys. Rev. Lett. 49, 549 (1982).
- 4 G. Belyaev et al., Phys. Rev. E 53, 2701 (1996).
- 5 A. Golubev et al., Phys. Rev. E 57, 3363 (1998).

- 6 D. Ballester, I. M. Tkachenko, Phys. Rev. Lett., 101, 075002 (2008).
7 J. Lindhard, Mat. Fys. Medd. K. Dan. Vidensk. Selsk. 28, 8 (1954).
8 N. R. Arista and W. Brandt, Phys. Rev. A 23, 1898 (1981).
9 A. Bret and C. Deutsch, Phys. Rev. E 48, 2994 (1993); K. Morawetz and G. Röpke, Phys. Rev. E 54, 4134 (1996).
10 J. Ortner and I. M. Tkachenko, Phys. Rev. E 63, 026403 (2001).
11 N. R. Arista, J. Phys. C: Solid State Physics 18, 5127 (1985); G. Maynard and C. Deutsch, Phys. Rev. A 26, 665 (1982); I. Nagy, J. L?szl?, and J. Gibber, Z. Phys. A 321, 221 (1985); X.-Z. Yan, S. Tanaka, S. Mitake, and S. Ichimaru, Phys. Rev. A 32, 1785 (1985); S. Tanaka and S. Ichimaru, J. Phys. Soc. Jpn. 54, 2537 (1985).
12 W. H. Barkas, J. N. Dyer, and H. H. Heckman, Phys. Rev. Lett. 11, 26 (1963); I. Nagy, A. Arnau, and P. M. Echenique, Phys. Rev. B 48 5650 (1993).
13 V.B. Mintsev et al., *Proton radiography of non-ideal plasma*, 14th International Conference on the Physics of Non-Ideal Plasmas, September 9-14, 2012, Rostock, Germany, Book of Abstracts, p. 31.
14 V. M. Adamjan, I.M. Tkachenko, TVT, 21, 417 (1983) (in Russ); V. M. Adamjan, M., Meyer, I.M. Tkachenko, Fizika plazmi, 11, 826 (1985) (in Russ); I.M. Tkachenko, Yu.V. Arkhipov, A. Askaruly, *The Method of Moments and its Applications in Plasma Physics*, LAMBERT Academic Publishing, Saarbrücken, Germany, 2012.
15 Th. Meyer and I. M. Tkachenko, Contrib. Plasma Phys. 25 437 (1985).
16 V. M. Adamjan, I.M. Tkachenko, Dielektricheskaya pronizаемость neidealnoi plazmi. Lekzii po fizike neidealnoi plazmi ch. 1, Odesski gosuniversitet, Odessa, 1988 (in Russ); V. M. Adamyan and I. M. Tkachenko, Contrib. Plasma Phys., 43, 252 (2003).
17 A. A. Kugler, J. Stat. Phys. 12, 35 (1975).
18 S. Ichimaru, *Statistical plasma physics Vol. 2: Condensed plasmas*, Westview Press, Boulder, 2004.
19 V.I. Pere?l', G.M. Eliashberg., ZhETF, 41, 886 (1961) (in Russ).
20 Z. Donk?, G. J. Kalman, P. Hartmann, K. I. Golden, and K. Kutasi, Phys. Rev. Lett. 90, 226804 (2003).
21 J. P. Hansen and I. R. McDonald, Phys. Rev. A 23, 2041 (1981); B. Militzer and E. L. Pollock, Phys. Rev. E 61, 3470 (2000).
22 F. E. Leys and N. H. March, J. Phys. A: Math. Gen. 36 5893 (2003).
23 D. Ballester, I. M. Tkachenko, J. Phys. A: Math. Theor., 42, 214035 (2009); Yu.V. Arkhipov, F.B. Baimbetov, A.E. Davletov, K.V. Starikov Pseudopotentialnaya teoriya plotnoy visokotemperaturnoy plasmy. – Almaty: «Kazak University», 2002. – p. 113. (in Russ)
14 K.V. Starikov and C. Deutsch, Phys. Rev. E, 71, 026407 (2005).
25 A. Esser, R. Redmer, G. Röpke, Contrib. Plasma Phys. 43, 33 (2003).
26 I.Z. Fisher, Statistical Theory of Liquids., M.: Nauka, 1961 (in Russ).
27 Yu.V. Arkhipov, A.B. Ashikbayeva, A. Askaruly, A.E. Davletov, I.M. Tkachenko, EPL, 104, 35003 (2013).

Резюме

Ә. Асқарұлы¹, Ә. Б. Ашықбаева¹, Д. Паласи²

¹ЭТФФЗИ, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан,

²Таза және қолданбалы математика институты, Валенсия политехникалық университеті, Валенсия, Испания)

ИДЕАЛ ЕМЕС ПЛАЗМАДАҒЫ РЕЛЯТИВИСТИК ИОНДАРДЫҢ ЭНЕРГЕТИКАЛЫҚ ШЫҒЫНДАРЫ

Моменттер әдісін қолданып сутегі тектес плазмада релятивистік ауыр иондардың энергетикалық шығындары қарастырылды. Тежелу қабілеттілігі үшін модифицирленген Бете-Ларкин формуласы зерттелінді және плазмадағы электрон-иондық әсер ету ескерілді және релятивисті бөлшектер үшін тежелу қабілетінің асимптотикалық форманың бағалары алынған. Плазманың статикалық сипаттамалары Дойч потенциалын қолданып, гиперцепті жуықтаудағы Орнштейн-Цернике теңдеуінің шешімі арқылы есептелінді.

Тірек сөздер: кулон жүйесі, тежелу қабілеті, релятивистік жылдамдықтар, қосындылар ережелері, моменттер әдісі.

Summary

A. Askaruly¹, A. B. Ashikbayeva¹, D. Palaci²

¹IETP, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan,

²Instituto de Matemática Pura y Aplicada, Universidad Polit?cnica de Valencia, Valencia, Spain)

ENERGY LOSS OF RELATIVISTIC IONS IN NONIDEAL PLASMAS

We consider collisional hydrogen-like plasmas. The energy loss of relativistic heavy ions is analyzed within the method of moments applied to the study of the dynamic response of Coulomb systems. The modified Bethe-Larkin formula for the stopping power is investigated, which takes into account the influence of electron-ion correlations in the plasma and estimates for the asymptotic form of the stopping power for relativistic particles are obtained. Static characteristics of the plasma are calculated by solving the Ornstein-Zernike equation in the HNC approximation using the Deutsch potential.

Keywords: coulomb systems, stopping power, relativistic velocities, sum rules, method of moments.

Поступила 14.01.2014 г.