

*A. БАРАЕВ, М. Ж. ЖУМАБАЕВ, А. С. ТУЛЕП*

(Южно-Казахстанский государственный институт, Шымкент, Казахстан,  
Международный казахско-турецкий университет им. А. Ясави, Туркестан, Казахстан)

## **УДАР ПО ПРАВОМУ КОНЦУ НИТИ, ОГИБАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ СИСТЕМЫ НЕПОДВИЖНЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ**

**Аннотация.** Построения математической модели взаимодействия нити с системой неподвижных твердых тел и получения решения, устанавливающие зависимости натяжения любого участка нити от влияния всех твердых тел одновременно представляет большой научный и практический интерес. Ниже предлагается постановка и решение плоской задачи о скольжение нерастяжимой нити по поверхности системы  $n$  неподвижных твердых тел.

**Ключевые слова:** нить, скольжение, математическая модель, удар, поверхность, трения, сила, реакция, натяжение.

**Тірек сөздер:** жіп, сырғанау, математикалық үлгі, соққы, бет, үйкеліс, күш, реакция, тартылу.

**Keywords:** thread, slip, mathematical model, blow, surface, friction, force, reaction, tension.

Пусть нить при  $t < 0$  огибает поверхности системы  $n$ -неподвижных твердых тел  $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$ , расположенных в плоскости  $(x, y)$  и находится в состояние покоя (рисунок 1). При  $t \geq 0$  по правому концу нити произведен продольный удар вдоль направления отрезка  $B_1A$  с постоянной скоростью  $u$ . Предположим, что возмущенные области  $1, 2, 3, \dots, n$  нити, в каждый момент времени, имеют постоянные параметры движения – нить на каждом из участков  $1, 2, 3, \dots, n$  совершает стационарное движение. Следуя работам [1–4], предполагаем, что вектор силы реакции образует некоторый угол с нормалью к поверхности контакта, т.е. линии действия реактивных сил  $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$ , возникающих на поверхности твердых тел  $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$  образуют с вертикальной осью у углы  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_n$  соответственно. Углы  $\theta_j$  характеризуют условия контакта и могут быть функционально связаны, например, с неровнотой текстильной нити, где  $j = 1, 2, 3, \dots, n$ . Здесь рассматривается плоская задача и поэтому, в дальнейшем углы  $\theta_j$  считаются положительными, если силы  $R_j$  направлены так, как показано на рисунке 1 и отрицательными – на рис. 2. Силы трения связаны силами давления с помощью закона Кулона.

Введем обозначения:  $x^\bullet$  и  $y^\bullet$  – составляющие скорости частиц нити на оси  $x$  и  $y$  соответственно;  $ds$  – длина рассматриваемого элемента нити;  $s$  – лагранжева координата, отсчитываемая от точки  $A$  нити;  $T$  – натяжение;  $\rho$  – плотность материала нити;  $F$  – площадь поперечного сечения нити;  $f$  – коэффициент трения;  $\varphi$  – угол, образованный между касательной к данной точке нити и горизонтальной осью  $x$ . Неизвестные параметры движения будем снабжать соответствующими принятой на рисунке 1 нумерации рассматриваемых областей нити индексами. Индекс 0 соответствует начальным параметрам материала нити.

Уравнения законов сохранения количества движения, массы и условия непрерывности движения дают [2]:

– в областях 1 и 2

$$\rho_1 F_1 ds_1 (x_1^\bullet - x_2^\bullet) = (T_1 \cos \varphi_1 - T_2 \cos \varphi_2 \mp R_1 \sin \theta_1 - f R_1 \cos \theta_1) dt,$$

$$\rho_1 F_1 ds_1 (y_1^\bullet - y_2^\bullet) = (T_1 \sin \varphi_1 + T_2 \sin \varphi_2 - R_1 \cos \theta_1 \pm f R_1 \sin \theta_1) dt,$$

$$ds_1 = \frac{|x_1^\bullet| dt}{\cos \varphi_1} = \frac{|y_1^\bullet| dt}{\sin \varphi_1}, \quad x_1^\bullet = u \cos \varphi_1, \quad y_1^\bullet = u \sin \varphi_1, \quad ds_0 = ds_1 = ds_2,$$

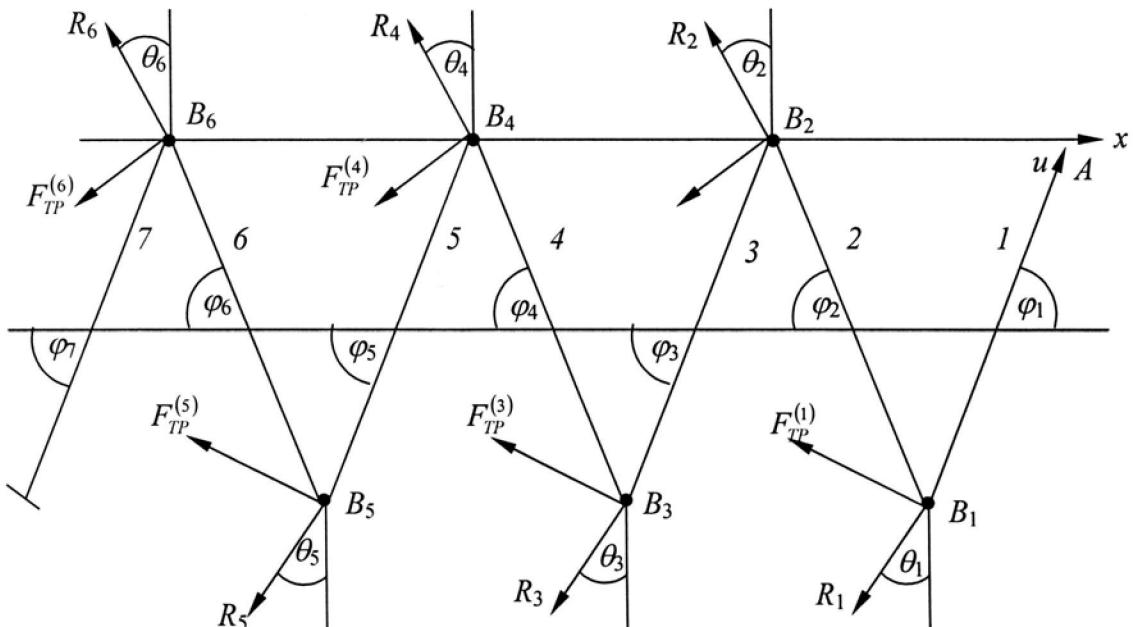


Рисунок 1

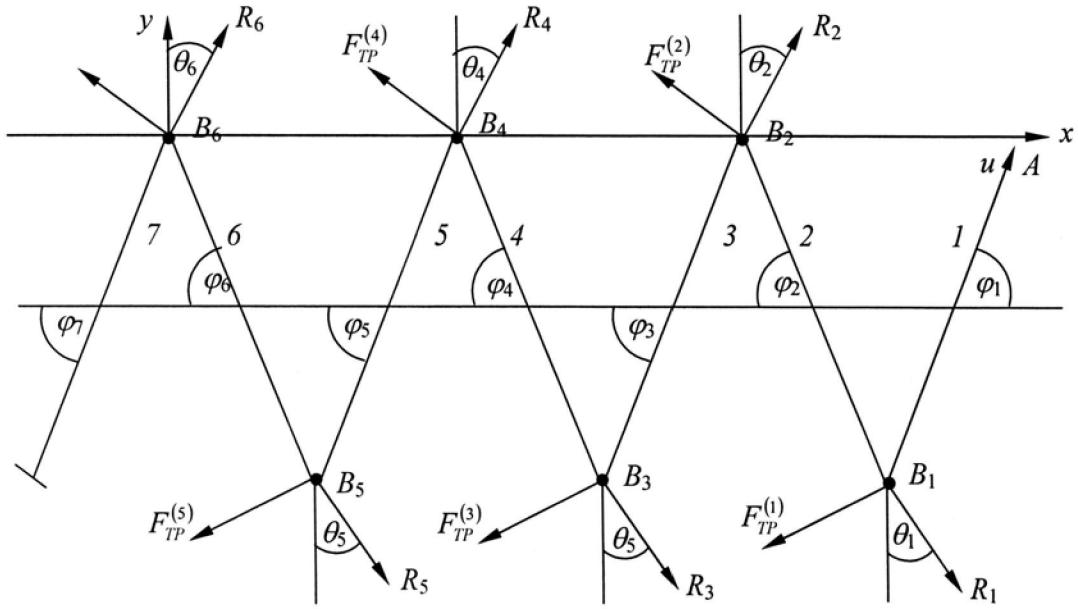


Рисунок 2

$$ds_2 = \frac{|x_2^*|dt}{\cos \varphi_2} = \frac{|y_2^*|dt}{\sin \varphi_2}, \quad x_2^* = u \cos \varphi_2, \quad y_2^* = -u \sin \varphi_2, \quad \rho_0 F_0 ds_0 = \rho_1 F_1 ds_1 = \rho_2 F_2 ds_2;$$

– в областях 2 и 3

$$\rho_2 F_2 ds_2 (x_2^* - x_3^*) = (T_2 \cos \varphi_2 - T_3 \cos \varphi_3 \mp R_2 \sin \theta_2 - fR_2 \cos \theta_2) dt,$$

$$\rho_2 F_2 ds_2 (y_2^* - y_3^*) = (-T_2 \sin \varphi_2 - T_3 \sin \varphi_3 + R_2 \cos \theta_2 \mp fR_2 \sin \theta_2) dt,$$

$$ds_2 = \frac{|x_2^*|dt}{\cos \varphi_2} = \frac{|y_2^*|dt}{\sin \varphi_2}, \quad x_2^* = u \cos \varphi_2, \quad y_2^* = -u \sin \varphi_2, \quad ds_0 = ds_2 = ds_3,$$

$$ds_3 = \frac{|x_3^*|dt}{\cos \varphi_3} = \frac{|y_3^*|dt}{\sin \varphi_3}, \quad x_3^* = u \cos \varphi_3, \quad y_3^* = u \sin \varphi_3, \quad \rho_0 F_0 ds_0 = \rho_2 F_2 ds_2 = \rho_3 F_3 ds_3;$$

– в областях 3 и 4

$$\rho_3 F_3 ds_3 (x_3^* - x_4^*) = (T_3 \cos \varphi_3 - T_4 \cos \varphi_4 \mp R_3 \sin \theta_3 - fR_3 \cos \theta_3) dt,$$

$$\rho_3 F_3 ds_3 (y_3^* - y_4^*) = (T_3 \sin \varphi_3 + T_4 \sin \varphi_4 - R_3 \cos \theta_3 \pm fR_3 \sin \theta_3) dt,$$

$$ds_3 = \frac{|x_3^*|dt}{\cos \varphi_3} = \frac{|y_3^*|dt}{\sin \varphi_3}, \quad x_3^* = u \cos \varphi_3, \quad y_3^* = u \sin \varphi_3, \quad ds_0 = ds_3 = ds_4,$$

$$ds_4 = \frac{|x_4^*|dt}{\cos \varphi_4} = \frac{|y_4^*|dt}{\sin \varphi_4}, \quad x_4^* = u \cos \varphi_4, \quad y_4^* = -u \sin \varphi_4, \quad \rho_0 F_0 ds_0 = \rho_3 F_3 ds_3 = \rho_4 F_4 ds_4;$$

– в областях 4 и 5

$$\rho_4 F_4 ds_4 (x_4^* - x_5^*) = (T_4 \cos \varphi_4 - T_5 \cos \varphi_5 \mp R_4 \sin \theta_4 - fR_4 \cos \theta_4) dt,$$

$$\rho_4 F_4 ds_4 (y_4^* - y_5^*) = (-T_4 \sin \varphi_4 - T_5 \sin \varphi_5 + R_4 \cos \theta_4 \mp fR_4 \sin \theta_4) dt,$$

$$ds_4 = \frac{|x_4^*|dt}{\cos \varphi_4} = \frac{|y_4^*|dt}{\sin \varphi_4}, \quad x_4^* = u \cos \varphi_4, \quad y_4^* = -u \sin \varphi_4, \quad ds_0 = ds_4 = ds_5,$$

$$ds_5 = \frac{|x_5^*|dt}{\cos \varphi_5} = \frac{|y_5^*|dt}{\sin \varphi_5}, \quad x_5^* = u \cos \varphi_5, \quad y_5^* = u \sin \varphi_5, \quad \rho_0 F_0 ds_0 = \rho_4 F_4 ds_4 = \rho_5 F_5 ds_5$$

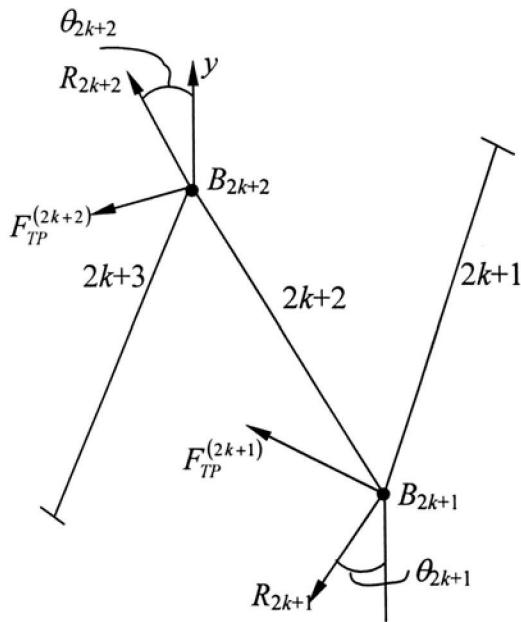


Рисунок 3

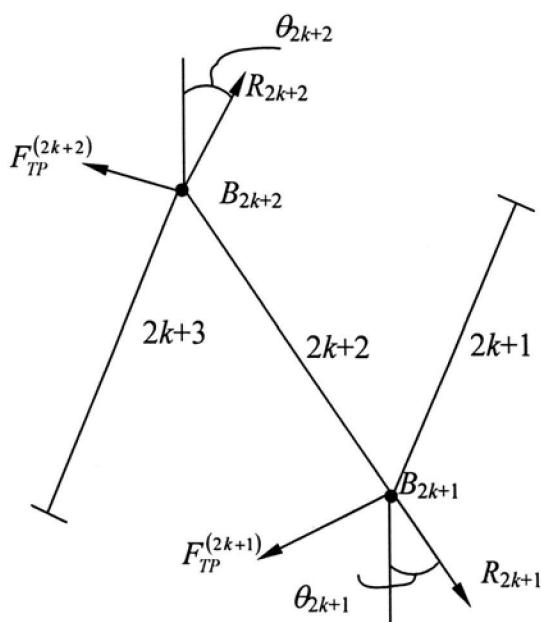


Рисунок 4

и т. д. такие системы уравнения получаются для всех остальных областей 5 и 6, 6 и 7, 7 и 8, ...,  $n-2$  и  $n-1$ ,  $n-1$  и  $n$ . Здесь и в дальнейшем в уравнениях движения берутся верхние знаки, если векторы сил реакции поверхности контакта направлены так, как показано на рисунке 1 и нижние – на рисунке 2.

С помощью построенной выше модели можно рассматривать следующие три задачи:

1<sup>0</sup>. На правой границе нити известны скорость  $u$  и натяжение  $T_1$ . В этом случае натяжения  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_4$ , ...,  $T_n$  и реактивные силы  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ , ...,  $R_n$  выражаются через заданные скорость  $u$  и натяжение  $T_1$ .

2<sup>0</sup>. На левой границе нити известны скорость  $u$  и натяжение  $T_n$ . В таком случае, натяжения  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ , ...,  $T_{n-1}$  и реактивные силы  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ , ...,  $R_n$  выражаются через заданные скорость  $u$  и натяжение  $T_n$ .

3<sup>0</sup>. В частности, если левый конец нити двигается свободно и  $T_n = 0$ , то натяжения областей 1 –  $n-1$  и все реактивные силы можно выразить через скорость  $u$ .

Очевидно, что случай 3<sup>0</sup> можно рассматривать как частный случай задачи 2<sup>0</sup>. Поэтому ограничимся рассмотрением только случаев 1<sup>0</sup> и 2<sup>0</sup>.

Однако, получения вышеизложенным способом системы необходимых уравнений, определения аналитического решения и построения схемы численного расчета параметров движения будет достаточно трудоемкой, особенно, если число твердых тел, огибаемых нитью, принимает достаточно большое значение. Поэтому ниже предлагается более сокращенная методика постановки, получения аналитического решения и построения схемы численного расчета задачи.

Принимая  $k$  за переменный индекс параметрам движение областей, расположенным в верхней полосе плоскости ( $x,y$ ), имеющим нечетные номера 1, 3, 5, ..., присвоим индекс  $2k+1$ , а в областях, расположенных в нижней полосе и имеющим номера 2, 4, 6, ..., – индекс  $2k+2$ , где  $k = 0, 1, 2, \dots, n$  – количество рабочих органов данной машины. При этом  $k = 0$  соответствует областям 1 и 2,  $k = 1$  – областям 3 и 4,  $k = 2$  – областям 5 и 6 и т.д.

Схема расчета для областей  $2k+1$ ,  $2k+2$  и  $2k+3$  соответствующие рисунку 1 принимают вид, изображенный на рисунке 3 и 2 – изображенной на рисунке 4. Такие схемы можно образовать, применяя метод сечения к элементам нити, расположенным между областями 1-3, 3-5, 5-7 и т.д.

Рассмотрим сначала задачу 1<sup>0</sup>. Пусть граничные условия заданы в точке удара, то есть натяжение области 1 известно и требуется найти натяжения областей 2, 3, 4, ...,  $n$  и реактивные силы  $R_j$ . Присвоив  $k = 0$  и используя заданное натяжение  $T_1$  и скорость  $u$ , будем определять натяжения областей 2, 3 и реактивные силы  $R_1$  и  $R_2$ , присвоив  $k = 1$  и используя натяжение области

3, будем определять натяжения областей 4, 5 и реактивные силы  $R_3, R_4$ , далее, присвоив  $k = 2$  и используя натяжение области 5, определяем натяжения областей 6, 7 и реактивные силы  $R_5, R_6$  и т.д. Если  $n$  четное число, максимальное значение  $k$  определяется по формуле  $k = \frac{n-2}{2}$ , если  $n$  нечетное число, то – по формуле  $k = \frac{n-1}{2}$ .

Основные уравнения движения для элементов нити, изображенных на рис. 3 и 4 принимают вид [2-5]:

– в областях  $2k+1$  и  $2k+2$

$$\rho_{2k+1} F_{2k+1} ds_{2k+1} (x_{2k+1}^{\bullet} - x_{2k+2}^{\bullet}) = (T_{2k+1} \cos \varphi_{2k+1} - T_{2k+2} \cos \varphi_{2k+2} \mp R_{2k+1} \sin \theta_{2k+1} - f R_{2k+1} \cos \theta_{2k+1}) dt, \quad (1)$$

$$\rho_{2k+1} F_{2k+1} ds_{2k+1} (y_{2k+1}^{\bullet} - y_{2k+2}^{\bullet}) = (T_{2k+1} \sin \varphi_{2k+1} + T_{2k+2} \sin \varphi_{2k+2} - R_{2k+1} \cos \theta_{2k+1} \pm f R_{2k+1} \sin \theta_{2k+1}) dt, \quad (2)$$

$$ds_{2k+1} = \frac{|x_{2k+1}^{\bullet}| dt}{\cos \varphi_{2k+1}} = \frac{|y_{2k+1}^{\bullet}| dt}{\sin \varphi_{2k+1}}, \quad x_{2k+1}^{\bullet} = u \cos \varphi_{2k+1}, \quad y_{2k+1}^{\bullet} = u \sin \varphi_{2k+1},$$

$$ds_{2k+2} = \frac{|x_{2k+2}^{\bullet}| dt}{\cos \varphi_{2k+2}} = \frac{|y_{2k+2}^{\bullet}| dt}{\sin \varphi_{2k+2}}, \quad x_{2k+2}^{\bullet} = u \cos \varphi_{2k+2}, \quad y_{2k+2}^{\bullet} = -u \sin \varphi_{2k+2};$$

– в областях  $2k+2$  и  $2k+3$

$$\rho_{2k+2} F_{2k+2} ds_{2k+2} (x_{2k+2}^{\bullet} - x_{2k+3}^{\bullet}) = (T_{2k+2} \cos \varphi_{2k+2} - T_{2k+3} \cos \varphi_{2k+3} \mp R_{2k+2} \sin \theta_{2k+2} - f R_{2k+2} \cos \theta_{2k+2}) dt, \quad (3)$$

$$\rho_{2k+2} F_{2k+2} ds_{2k+2} (y_{2k+2}^{\bullet} - y_{2k+3}^{\bullet}) = (-T_{2k+2} \sin \varphi_{2k+2} - T_{2k+3} \sin \varphi_{2k+3} + R_{2k+2} \cos \theta_{2k+2} \mp f R_{2k+2} \sin \theta_{2k+2}) dt, \quad (4)$$

$$ds_{2k+2} = \frac{|x_{2k+2}^{\bullet}| dt}{\cos \varphi_{2k+2}} = \frac{|y_{2k+2}^{\bullet}| dt}{\sin \varphi_{2k+2}}, \quad x_{2k+2}^{\bullet} = u \cos \varphi_{2k+2}, \quad y_{2k+2}^{\bullet} = -u \sin \varphi_{2k+2},$$

$$ds_{2k+3} = \frac{|x_{2k+3}^{\bullet}| dt}{\cos \varphi_{2k+3}} = \frac{|y_{2k+3}^{\bullet}| dt}{\sin \varphi_{2k+3}}, \quad x_{2k+3}^{\bullet} = u \cos \varphi_{2k+3}, \quad y_{2k+3}^{\bullet} = u \sin \varphi_{2k+3}.$$

Здесь и в дальнейшем верхние знаки берется для схемы расчета, представленной на рисунке 3, а нижние – для схемы расчета, представленной на рисунке 4.

Исключая  $ds_{2k+1}, ds_{2k+2}, ds_{2k+3}$  и используя условия нерастяжимости нити, непрерывности движения и закон сохранения массы, уравнения (1)–(4) приводим к виду

$$u^2 (\cos \varphi_{2k+1} - \cos \varphi_{2k+2}) = T_{2k+1}^* \cos \varphi_{2k+1} - T_{2k+2}^* \cos \varphi_{2k+2} + R_{2k+1}^* (\mp \sin \theta_{2k+1} - f \cos \theta_{2k+1}), \quad (5)$$

$$u^2 (\sin \varphi_{2k+1} + \sin \varphi_{2k+2}) = T_{2k+1}^* \sin \varphi_{2k+1} + T_{2k+2}^* \sin \varphi_{2k+2} - R_{2k+1}^* (\cos \theta_{2k+1} \mp f \sin \theta_{2k+1}), \quad (6)$$

$$u^2 (\cos \varphi_{2k+2} - \cos \varphi_{2k+3}) = T_{2k+2}^* \cos \varphi_{2k+2} - T_{2k+3}^* \cos \varphi_{2k+3} + R_{2k+2}^* (\mp \sin \theta_{2k+2} - f \cos \theta_{2k+2}), \quad (7)$$

$$u^2 (-\sin \varphi_{2k+2} - \sin \varphi_{2k+3}) = -T_{2k+2}^* \sin \varphi_{2k+2} - T_{2k+3}^* \sin \varphi_{2k+3} + R_{2k+2}^* (\cos \theta_{2k+2} \mp f \sin \theta_{2k+2}), \quad (8)$$

где

$$T_{2k+1}^* = \frac{T_{2k+1}}{\rho_0 F_0}, T_{2k+2}^* = \frac{T_{2k+2}}{\rho_0 F_0}, T_{2k+3}^* = \frac{T_{2k+3}}{\rho_0 F_0}, R_{2k+1}^* = \frac{R_{2k+1}}{\rho_0 F_0}, R_{2k+2}^* = \frac{R_{2k+2}}{\rho_0 F_0}.$$

Пусть натяжение области  $2k+1$  известно и требуется определить натяжения  $T_{2k+2}^*$ ,  $T_{2k+3}^*$  и реактивные силы  $R_{2k+1}^*$ ,  $R_{2k+2}^*$ .

Умножим уравнение (5) на  $\sin \varphi_{2k+2}$ , (6) – на  $\cos \varphi_{2k+2}$  и рассмотрим их сумму

$$R_{2k+1}^* = \frac{(T_{2k+1}^* - u^2) \sin(\varphi_{2k+1} + \varphi_{2k+2})}{\cos(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2}) \mp f \sin(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2})}. \quad (9)$$

Умножим уравнение (5) на  $\cos \theta_{2k+1} \mp f \sin \theta_{2k+1}$ , (6) – на  $\pm \sin \theta_{2k+1} - f \cos \theta_{2k+1}$  и найдем их сумму

$$\begin{aligned} & u^2 [\cos(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+1}) \mp f \sin(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+1})] + u^2 [-\cos(\theta_{2k+1} \pm \varphi_{2k+2}) \pm f \sin(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2})] = \\ & = T_{2k+1}^* [\cos(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+1}) \mp f \sin(\theta_{2k+1} \pm \varphi_{2k+1})] + T_{2k+2}^* [-\cos(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2}) \pm f \sin(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2})] \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} T_{2k+2}^* &= \frac{u^2 [\cos(\theta_{2k+1} \pm \varphi_{2k+2}) \mp f \sin(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2})]}{\cos(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2}) \mp f \sin(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2})} - \\ & - \frac{(T_{2k+2}^* - u^2) [\cos(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+1}) \mp f \sin(\theta_{2k+1} \pm \varphi_{2k+1})]}{\cos(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2}) \mp f \sin(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2})}. \end{aligned} \quad (10)$$

Найдем решение для областей  $2k+2$  и  $2k+3$ . Умножим уравнение (7) на  $\sin \varphi_{2k+3}$ , (8) – на  $\cos \varphi_{2k+3}$  и определим их разность

$$R_{2k+2}^* = \frac{(T_{2k+2}^* - u^2) \sin(\varphi_{2k+2} + \varphi_{2k+3})}{\cos(\theta_{2k+2} \mp \varphi_{2k+2}) \pm f \sin(\theta_{2k+2} \mp \varphi_{2k+3})}. \quad (11)$$

Умножим уравнение (7) на  $\cos \theta_{2k+2} \mp f \sin \theta_{2k+2}$ , (8) – на

$$\begin{aligned} & u^2 [\cos(\theta_{2k+2} \pm \varphi_{2k+2}) \mp f \sin(\theta_{2k+2} \pm \varphi_{2k+2})] + u^2 [-\cos(\theta_{2k+2} \mp \varphi_{2k+3}) \pm f \sin(\theta_{2k+2} \mp \varphi_{2k+3})] = \\ & = T_{2k+2}^* [\cos(\theta_{2k+2} \pm \varphi_{2k+2}) \mp f \sin(\theta_{2k+2} \pm \varphi_{2k+2})] + \\ & + T_{2k+3}^* [-\cos(\theta_{2k+2} \mp \varphi_{2k+3}) \pm f \sin(\theta_{2k+2} \mp \varphi_{2k+3})] \end{aligned}$$

или

$$T_{2k+3}^* = u^2 - \frac{(T_{2k+2}^* - u^2) [\cos(\theta_{2k+2} \pm \varphi_{2k+2}) \mp f \sin(\theta_{2k+2} \pm \varphi_{2k+2})]}{\cos(\theta_{2k+2} \mp \varphi_{2k+3}) \mp f \sin(\theta_{2k+2} \mp \varphi_{2k+3})}. \quad (12)$$

Исключая из формул (11) и (12) натяжение  $T_{2k+2}^*$ , при помощи выражения (1.149), получаем решение в форме  $R_{2k+2}^* = R_{2k+2}^*(T_{2k+1}^*, u)$  и  $T_{2k+3}^* = T_{2k+3}^*(T_{2k+1}^*, u)$ .

Выражения (9)–(12) являются аналитическим решением и схемой численного расчета натяжения областей  $2k+2$ ,  $2k+3$  и реактивных сил  $R_{2k+1}^*$  и  $R_{2k+2}^*$ . Максимальное значение параметра  $k$  определяется по формуле

$$k = \begin{cases} \frac{n-1}{2}, & \text{если } k \text{ нечетное число} \\ \frac{n-2}{2}, & \text{если } k \text{ четное число} \end{cases}.$$

Числовые расчеты ведутся как в предыдущих случаях. Задавая  $k = 0$  и используя заданное натяжение  $T_1$  из решения (9)–(12) определяются натяжения  $T_2$ ,  $T_3$  и реактивные силы  $R_1$ ,  $R_2$ . Далее, задавая  $k = 1$  и используя натяжение  $T_3$  из решения (9)–(12) определяются натяжения  $T_4$ ,  $T_5$  и

реактивные силы  $R_3$ ,  $R_4$  и т.д. Вычисления следует продолжать до  $k = \frac{n-1}{n}$  – если  $n$  нечетное

число или  $k = \frac{n-2}{n}$  – если  $n$  четное число.

До сих пор предполагалось, что натяжение  $T_{2k+1}$  области  $2k+1$  известно и занимались определением натяжения областей  $2k+2$  и  $2k+3$ . Теперь предположим, что натяжение области  $2k+3$  известно и найдем натяжения областей  $2k+2$  и  $2k+1$  и выражения  $R_{2k+2}$ ,  $R_{2k+1}$ .

Решение (12) представим в виде

$$T_{2k+2}^* = u^2 - \frac{(u^2 - T_{2k+3}^*)[\cos(\theta_{2k+2} \mp \varphi_{2k+3}) \mp f \sin(\theta_{2k+2} \mp \varphi_{2k+3})]}{\cos(\theta_{2k+2} \pm \varphi_{2k+2}) \mp f \sin(\theta_{2k+2} \pm \varphi_{2k+2})}. \quad (13)$$

Умножим уравнение (7) на  $\sin \varphi_{2k+2}$ , (8) – на  $\cos \varphi_{2k+2}$  и установим их сумму

$$R_{2k+2}^* = \frac{(T_{2k+3}^* - u^2) \sin(\varphi_{2k+2} + \varphi_{2k+3})}{\cos(\theta_{2k+2} \pm \varphi_{2k+2}) \mp f \sin(\theta_{2k+2} \pm \varphi_{2k+2})}. \quad (14)$$

Далее, решение (10) преобразуем так

$$\begin{aligned} T_{2k+1}^* &= \frac{u^2 [\cos(\theta_{2k+1} \pm \varphi_{2k+2}) \mp f \sin(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2})]}{\cos(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+1}) \mp f \sin(\theta_{2k+1} \pm \varphi_{2k+1})} + \\ &+ \frac{T_{2k+2}^* [\cos(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2}) \mp f \sin(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2})]}{\cos(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+1}) \mp f \sin(\theta_{2k+1} \pm \varphi_{2k+1})}. \end{aligned} \quad (15)$$

Умножим уравнение (5) на  $\sin \varphi_{2k+1}$ , (6) – на  $\cos \varphi_{2k+1}$  и установим их разность

$$R_{2k+1}^* = \frac{(T_{2k+2}^* - u^2) \sin(\varphi_{2k+1} + \varphi_{2k+2})}{\cos(\theta_{2k+1} \pm \varphi_{2k+1}) \mp f \sin(\theta_{2k+1} \pm \varphi_{2k+1})}. \quad (16)$$

Система (13)-(16) является аналитическим решением и схемой численного расчета натяжения областей  $2k+2$ ,  $2k+1$  и реактивных сил  $R_{2k+2}^*$ ,  $R_{2k+1}^*$ .

**Выводы:**

1. Предлагается новая математическая модель взаимодействия нити с произвольным числом рабочих заданной текстильной машины.
2. Полученные аналитические решения позволяют устанавливать зависимости натяжения данного участка нити от натяжения и других параметров движения остальных участков.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 А. Бараев, Эргашов М., Дасибеков А. Натяжение, деформация и неровнота гибкой связи. Астана, 2008. 354 с.
- 2 А. Бараев “Математические модели скольжения намоточных связей”. // Технология Машиностроения №7 С. 38-42 2009г Москва
- 3 А. Бараев “Скользения нерастяжимой гибкой нити по поверхности твердого тела” // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений №3 С. 9-12 2009г Москва.
- 4 А. Бараев, А.Д. Дасибеков, Ж.К. Культурсинов “О проблеме решения задачи скольжения гибкой связи по поверхности твердого тела” // Международная научно-техническая конференция “Механика деформируемого твердого тела” посвященная 70-летию академика АН Р.Уз Ширинкулова Ш.Т. С. 78-81. 2007. Самарканда.
- 5 А. Бараев, А. Юнусов, А. Авдеев. “Исследование влияний граничных условий на параметры скольжения нерастяжимой нити”//Материалы международной научно-методической конференции «Актуальные проблемы образования, науки и производства – 2008». -Т.1.-Шымкент, 2008. – С.145-149.

## REFERENCES

- 1 A. Baraev, Jergashov M., Dasibekov A. Natjazhenie, deformacija i nerovnota gibkoj svjazi. Astana, 2008. 354.s
- 2 A. Baraev “Matematičeskie modeli skol'zhenija namotochnyh svzej”. // Tehnologija Mashinstroenija №7 S.38-42 2009g Moskva
- 3 A. Baraev “ Skol'zhenija nerastjazhimoj gibkoj niti po poverhnosti tverdogo tela” // Stroitel'naja mehanika inzheknryh konstrukcij i sooruzhenij №3 S. 9-12 2009g Moskva.

4 A. Baraev, A.D. Dasibekov, Zh.K. Kul'tursinov “O probleme reshenija zadachi skol'zhenija gibkoj svjazi po poverhnosti tverdogo tela” // Mezhdunarodnaja nauchno-tehnicheskaja konferencija “Mehanika deformirumogo tverdogo tela” posvjashchennaja 70-letiju akademika AN R.Uz Shirinkulova Sh.T. S. 78-81. 2007. Samarkand.

5 A. Baraev, A. Junusov, A. Avdeev. “Issledovanie vlijanij granichnyh uslovij na parametry skol'zhenija nerastjazhimoj niti”//Materialy mezhdunarodnoj nauchno-metodicheskoy konferencii «Aktual'nye problemy obrazovaniya, nauki i proizvodstva – 2008». -T.1.-Shymkent, 2008. – S.145-149.

### **Резюме**

*A. Бараев, М. Ж. Жұмабаев, А. С. Төлөп*

(Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік институты, Шымкент, Қазақстан,  
К. А. Ясауи атындағы Халықаралық Қазақ-Түрік университеті, Түркістан, Қазақстан)

### **ҚОЗҒАЛМАЙТАЫН ҚАТТЫ ДЕНЕЛЕР ЖҮЙЕСІНІҢ БЕТКІ ЖАҒЫН АЙНАЛДЫРА КОРШАП ТҮРГАН ЖІЛТІҢ ОҢ ЖАҚ ШЕТІНЕ БЕРІЛЕТІН**

Жазықтықта орналасқан, нақты денелер, жүйесі берілетін стационар режимде сырғанайтын созылмайтын жілтің жазық есебі қарастырылады. Есептің математикалық үлгісі және аналитикалық шешімі келтірілген.

**Тірек сөздер:** жіп, сырғанау, математикалық үлгі, сокқы, бет, үйкеліс, күш, реакция, тартылу.

### **Summary**

*A. Barayev, M. Zh. Zhumabayev, A. S. Tulep*

(South-Kazakhstan state institute, Shymkent, Kazakhstan,  
International Kazakh-Turkish University named by Kh. A. Yassavi, Turkestan, Kazakhstan)

### **BLOW ON THE RIGHT END OF THE YARN, ENVELOPE SURFACE OF FIXED SOLIDS**

Impact on the right end of yarn, envelope of surface of system of improvable solid body.

In this article given a flat problem about sliding of non-elongation yarn on the surface of the system solid body, on the plane of the textile machines in the stationary regime. Mathematical model and analytical solution of the problem is given as well.

**Keywords:** thread, slip, mathematical model, blow, surface, friction, force, reaction, tension.

*Поступила 14.01.2014 г.*