УДК 530.142

К. БАКТЫБАЕВ[1], А. ДАЛЕЛХАНКЫЗЫ[1], Л. ПРОЧНИАК[2], М. К. БАКТЫБАЕВ[3], Н. О. КОЙЛЫК[1]

([1]Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан,
[2]Варшавский Университет, Варшава, Польша,
[3]Институт ядерной физики НЯЦ РК, Алматы, Казахстан)

РОЛЬ НУКЛОННЫХ ПАР В ОБРАЗОВАНИИ КОЛЛЕКТИВНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ В АТОМНЫХ ЯДРАХ

Аннотация. Низко энергичные коллективные состояния сферических ядер описываются в фермионном SD-парном пространстве. Гамильтониан системы в таком обрезанном пространстве отображается в бозонный. Параметры модели взаимодействующих бозонов вычисляются как матричные элементы фермионных операторов, теория приложена к изучению структуры изотопов *Cd*.

Ключевые слова: атомное ядро, спектры, нуклонное взаимодействие.
Тірек сөздер: атом ядросы, спектрлер, нуклондық әсерлесу.
Keywords: atomic nucleus, the spectra, nucleon interaction.

Теоретическое исследование низко энергичных мод в ядерных возбуждениях посредством фермионных степеней свободы является важной и интересной задачей физики. Однако, решение этой задачи в полном оболочечно-модельном пространстве, в настоящее время, представляет собой очень сложной проблемой из-за громоздкости оболочечного пространства. Поэтому, в последние годы предложены методы обрезания Гильбертового пространства для много-нуклонных систем, до некоторого приближенного «коллективного» подпространства с относительно малым числом степеней свободы [1–4]. Но такое подпространство должно обеспечить описание основных свойств низколежащих состояний изучаемых систем.

Известно, что для удовлетворительного описания низкоэнергичных коллективных состояний ядер в феноменологической теории взаимодействующих бозонов (МВБ) [5, 6] ограничивается учетом только s и d бозонов, обладающих самыми меньшими внутренними спинами. В соответствии с этим мы попытались выделить в нуклонном пространстве также только S и D-парные нуклонное подпространство, с тем, чтобы впоследствии перевести эти пары в s и d-бозонные образования. В качестве отображения фермионных парных состояний в бозонные используется метод Отсуки – Аримы – Якелло (ОАЯ) [2]. В таком S,D-фермионно-парном пространстве гамильтониан системы легко воспройзводит спектры и вероятности электромагнитных переходов в коллективных состояниях ядер [3–5]. Тем самым можно микроскопически обосновать феноменологическую МВБ. При этом свободные параметры МВБ вычисляются как фермионные матричные элементы парных сил взаимодействия между нуклонами.

Теория приложена к изучению свойств четных сферических изотопов $^{108.110.112.114}Cd$.

Формулировка модели. Сначала запишем полный оболочечно-модельный гамильтониан:

$$H = H_0 + H_{\text{int}},$$

$$H_0 = \sum_{\alpha} \varepsilon_\alpha c_\alpha^+ c_\alpha ,$$

$$H_{\text{int}} = \sum_{abcd}\sum_{JM} C_J(abcd) A_{JM}^+(ab) A_{JM}(cd), \tag{2.1}$$

в которых c_α^+ и c_α – операторы рождения и уничтожения нуклонов в одночастичных состояниях α. Величины α определяют набор квантовых чисел (n,l,j,m). ε_α, G_J – значения одночастичной энергии и амплитуды парного взаимодействия. Нуклонные парные операторы выражаются в виде:

$$A(ab,JM) = \sqrt{\frac{1}{1+\delta_{ab}}} \sum_{m_a m_b} \langle j_a m_a j_b m_b | JM \rangle c_\alpha^+ c_b^+, \tag{2.2}$$

Из таких нуклонно-парных операторов выделим операторы S и D пар:

$$S^{+}=\sum_{j}\alpha_{j}A^{+}(jj,00),$$

$$D^{+}=\sum_{j_1j_2}\beta_{j_1j_2}A^{+}(j_1j_2JM), \tag{2.3}$$

в которых α_j и $\beta_{j_1j_2}$ – нормированные амплитуды операторов пар, образованных на разных орбитах. Такие корреляционные амплитуды определяются решением уравнений БКШ и Тамма–Донкова типа:

$$\left[H, D_{j_1j_2}(JM)|0\rangle\right] = ED_{j_1j_2}(JM)|0\rangle \tag{2.4}$$

При отображении фермионных пар в бозонные методом ОАЯ в обрезанном подпространстве строется когерентные пары (2.3) из валентных нуклонов (или дырок) с угловыми моментами $J^{\pi}=0^{+}$ (S-пары) и $J^{\pi}=2^{+}$ (D-пары) в виде функций:

$$\left[(S^{+})^{N_S}(D^{+})^{N_D}\right]_M^J|0\rangle \tag{2.5}$$

где $|0\rangle$ – выражает волновую функцию замкнутых оболочек $N_S + N_D = N$ сумма чисел S и D пар. SD – парные нуклонные состояния затем отображаются в sd – бозонные. Общий принцип отображения выражается эквивалентностью матричных элементов нуклонных операторов SD – состояний матричным элементам соответствующих бозонных операторов sd – бозонных состояний. В таком случае соответствующий МВБ – гамильтониан должен отобразится к известной форме:

$$H = E_0^{(N)} + \varepsilon N_d + V_B, \tag{2.6}$$

где

$$V_B=\frac{1}{2}\sum_{L=0,2,4}C_L\left((d^{+}d^{+})^{(L)}(dd)^{(L)}\right)+\frac{1}{2}\vartheta_{12}\left\{\left[d^{+}d^{+}\right]^{(2)}[sd]^{(2)}+\left[S^{+}d^{+}\right]^{(2)}[dd]^{(2)}\right\}+$$
$$\frac{1}{2}\vartheta_{02}\left\{\left[d^{+}d^{+}\right]^{(2)}[ss]^{(0)}+\left[s^{+}s^{+}\right]^{(0)}[dd]^{(0)}\right\}$$

В этих выражениях $\varepsilon, C_L, \vartheta_{22}, \vartheta_{20}$ – свободные параметры феноменлогического гамильтониана которые находятся, обычно, из сравнения вычисленных значений энергии состояний с их экспериментальными величинами.

Одним из главных особенностей микроскопического подхода к обоснованию МВБ заключается в том, что эти величины должны быть вычислены как матричные элементы операторов парного взаимодействия нуклонов, находящихся в состояниях типа (2.5).

В частности, величина $E_0^{(N)}$ в (2.6) выражает коллективные энергии основного состояния $\left|S^N, J=0\right\rangle$ и является константой для данного ядра, т.е.

$$E_0^N=\left\langle S^N, J=0\middle|H\middle|S^N, J=0\right\rangle . \tag{2.7}$$

Энергии возбужденных состояний должны отсчитывается от этого основного уровня ядра. Но следует помнить, что при вычислении энергий связи, эти величины должны рассматриваться как точные.

Энергия возбуждения одной D-пары (одного d-бозона) равна

$$\varepsilon=\left\langle S^{N-1}D; J=2\middle|H\middle|S^{N-1}D; j=2\right\rangle - E_0 \tag{2.8}$$

Константа взаимодействие D-пар межу собой:

$$C_L = < S^{N-2}D^2; J=L\middle|H\middle|S^{N-2}, D^2;\ J=2 > -2\varepsilon - E_0^N \tag{2.9}$$

а также константы $\vartheta_{20}, \vartheta_{22}$ -взаимодействия S и D пар выражаются в форме;

$$\vartheta_{22}=\frac{1}{\sqrt{N-1}} \prec S^{N-2}D^2\ J=2|H|S^{N-1}D : J=2 >,$$

$$\vartheta_{20}=\sqrt{\frac{2}{N(N-1)}} < S^{N-2}D^2\ J=0|H|S^{N-2}D^2 : J=0 > . \tag{2.10}$$

Во всех этих выражениях H представляет собой нуклонный Гамильтониан.

Совершенно аналогично одображаются все одночастичные нуклонные операторы в бозонные. Например бозонный образ квадрупольного оператора Q=$r^2 Y^{(2)}(\theta.\varphi)$ выражается в виде:

$$Q \to Q^B = q_1(d^+ s + s^+ d) + q_2(d^+ d) \ , \qquad (2.11)$$

в котором коэффициенты q_1 и q_2 определяются как матричные элементы квадрупольного оператора в SD-парном нуклонном пространстве:

$$q_1 = \frac{1}{\sqrt{5N}} < S^{N-1} D^1, J = 2 \| Q \| S^N . J = 0 > ,$$

$$q_2 = \frac{1}{\sqrt{5N}} < S^{N-1} D, J = 2 \| Q \| S^{N-1} D^1 . J = 2 > \ . \qquad (2.12)$$

Все эти величины вычисляются численно, если известно заданные одночастичные энергии состояний ядер, а также глубины, радиус парного взаимодействия нуклонов.

С другой стороны можно указать на некоторые много частичные эффекты используя обобщенный квазиспиновый формализм ,в случае когда валентная оболочка содержит вырожденные j-орбиты [6, 7]. В этом случае вводятся три квазиспиновые операторы, которые удовлетворяют коммутационным соотношениям алгебры Ли группы SU(2):

$$\left[S_{+,} S_{-}\right] = 2 \ S_0 : \left[S_{+-.} S_0\right] = \mp S_{\pm} \ . \qquad (2.13)$$

В таком случае для системы одиночной j-орбиты легко найти следующие выражения:

$$< DS^{N-1} \| Q \| S^N >= \sqrt{\frac{1 - N/2\Omega_j}{1 - 1/\Omega_j}} < D \| Q \| D >,$$

$$< DS^{N-1} \| Q \| S^N >= \sqrt{\frac{1 - N/2\Omega_j}{1 - 1/\Omega_j}} < D \| Q \| D > . \qquad (2.14)$$

Такую элементарную теорию можно обобщить для систем с большим числом орбит. Концепция формализма сеньорити помогает четко классифицировать возбужденные состояния и вводить SD-состояния как ортогональный базис обрезанного Гильбертового пространства а также понять микроскопическую формулировку МВБ.

Применение теории к исследование структуры изотопов Кадмия. Изложенный подход мы применили к изучению структуры ядер $^{108.110.112.114}Cd$.

Потенциалы нуклон-нуклонного взаимодействия выбраны в самом общем виде:

$$V = (U_w + U_s \pi_s + U_T S_{12}) f(r, r_0) + U_c \ , \qquad (2.15)$$

где U_W, U_S и U_T – параметры Вигнеровского, сингулярного и тензорного взаимодействия, π_S и S_{12} – операторы сингулярного и тензорного проектирования. $f(r)$ – радиальная зависимость ядерных сил, выбранная в виде потенциала Гаусса, U_C – Кулоновский потенциал. Вместо радиуса взаимодействия r_0 вводится величина $\lambda = r_0/\rho$, где ρ – «осцилляторный» радиус.

Эффективный потенциал нуклонного взаимодействия состоит из суммы *pp,nn,np*-сил:

$$V = V_{pp} + V_{nn} + V_{np} \, .$$

Рассматриваемые ядра можно считать хорошими объектами для использования модели обобенной сеньорити. Протонные уровни являются дырочными состояниями с энергиями связи $\varepsilon(1p_{3/2})$ = -7,11Мэв, $\varepsilon(0g_{9/2})$ = -6,20 Мэв.

В качестве параметров протон-протонного взаимодействия V_{pp} взяты из работ [8]: $\lambda = 0.7$, $U_W = -25$ Мэв, $U_S = -30$ Мэв, $U_T = 7$ Мэв.

Одночастичные нейтронные уровни ядер $^{91}S_r$ приняты как низколежащие нейтронные состояния рассматриваемых ядер с энергиями связи (в Мэв): $\varepsilon(1d_{5/2}) = 0$, $\varepsilon(2S_{1/2}) = 0.38$, $\varepsilon(2d_{3/2}) = 0.72$, $\varepsilon(0g_{7/2}) = 1.02$, $\varepsilon(0h_{11/2}) = 1.31$.

Параметры нейтронного потенциала также взяты из работ [8] (в Мэв): $\lambda = 0.7$, $U_W = -18$, $U_S = -12$, $U_T = 3$ Мэв.

В таблице 1 приведен энергетический спектр уровней изотопов *Cd* при выше приведенных параметрах взаимодействия нуклонов.

Таблица 1

I^π	^{108}Cd		^{110}Cd		^{112}Cd		^{114}Cd	
	Эксп.	Вычис.	Эксп.	Вычис.	Эксп.	Вычис.	Эксп.	Вычис.
0_g^+	0	0	0	0	0	0	0	0
2_g^+	0,63	0,62	0,66	0,65	0,62	0,60	0,56	0,55
4_g^+	1,51	1,47	1,54	1,48	1,42	1,36	1,28	1,25
6_g^+	2,54	2,43	2,48	2,31	2,17	2,12	1,99	1,78
8_g^+	3,68	3,42	3,22	3,14	2,88	2,71	2,67	2,54
10_g^+	–	4,15	–	3,72	3,68	3,42	–	3,22
0_β^+	1,38	1,22	1,47	1,31	1,22	1,14	1,13	1,03
2_β^+	1,91	1,69	1,78	1,68	1,47	1,39	1,36	1,29
4_β^+	–	2,34	2,23	2,12	–	1,64	1,73	1,65
2_γ^+	1,60	1,46	1,48	1,39	1,31	1,22	1,21	1,12
3_γ^+	2,24	2,15	2,16	1,99	2,06	2,00	1,86	1,74
4_γ^+	2,82	2,70	2,56	2,43	–	2,71	1,93	1,85
5_γ^+	–	3,34	2,93	2,71	–	3,40	2,90	2,75

В первой колонне приведены спины и четности основной и β, γ-полос спектра.

Как видно из таблиц с ростом спинов отличие значений энергии начинает расти. Это связано не только с изменение формы ядра, но и также не учетом вкладов бозонов с более высокими угловых моментов.

В таблице 2 проведены сравнения вычисленных величин относительной вероятности электромагнитных Е2 переходов В (Е2) с их экспериментальными значениями [10].

Таблица 2

Переходы	^{108}Cd		^{110}Cd		^{112}Cd		^{114}Cd	
	Эксп.	Вычис.	Эксп.	Вычис.	Эксп.	Вычис.	Эксп.	Вычис.
$2_g^+ \to 0_g^+$	0,09±0,004	0,12	0,09±0,004	0,13	0,1±0,004	0,11	0,1±0,004	0,1
$4_g^+ \to 2_g^+$	0,12±0,02	0,14	–	0,15	–	0,15	0,021±0,002	0,03
$2_\gamma^+ \to 0_g^+$	0,006±0,0008	0,015	–	0,02	0,002±0,0003	0,003	0,002±0,0003	0,005
$2_\gamma^+ \to 2_g^+$	0,06±0,02	0,11	–	0,14	0,15±0,02	0,20	0,09±0,02	0,12
$2_\beta^+ \to 0_g^+$	–	0,005	0,004±0,0006	0,005	0,0011±0,0002	0,002	0,005±0,0005	0,004
$2_g^+ \to 0_g^+$	–	0,2	0,1±0,03	0,15	0,022±0,005	0,03	–	0,05

Теория вполне удовлетворительно передает эти относительные величины вероятности γ-переходов, что показывает, что мы получили довольно хорошее разложение волновых функций по состояниями ядер.

В заключение отметим, что для описания структуры нижних состояний сферических ядер в области ядер среднего атомного веса данное SD-парное приближение хорошо соответствует поставленной задаче. Но при включении более высоких уровней этих ядер, по-видимому, приходится учесть нуклонные пары с высокими угловыми моментами.

Работы выполнены при поддержке гранта МОН РК ИПС-5.

ЛИТЕРАТУРА

1 Lederer C.M., Shirlry V.S. Tables of isotopes. New-York: Johon Wiley and Sons, 1978.

2 Otsuka T. Microscopic Basis of the Interacting Boson Model. Progr. Theor // Phys. Suppl. – 1996. – N 125. – P. 5.

3 Takada K., Tazaki Sh., Yasumoto S. Dyson Boson Mapping and Shell-Model Calculations of even-even Nuclei // Progr. Theor. Phys. – 2006. – Vol 16, N 1. – P. 107.

4 Yan-An Luo et. Al. SD-pair shall model and the Interacting Boson model // Phys. Rev. – 2005. – C71. (044304).

5 Baktybayev K., Dalelkhankyzy A., K.Baktybayev B. M. Adv. Studies Theor // Phys. – 2012. – Vol. 6, N 1399-1404.

6 A-Luo Y., Chen I.Q., Draayer I.P. // Nucl. Phys. – A669. – 101 (2000).

7 Talmi I. Generalized seniority and structure of semi-magic nuclei // Nucl. Phys. – 1971. – Vol. A172. – P. 1.

8 Бактыбаев К, Абельдина Ж.К. Формализм обобщенного квазиспина в теории ядра // Изв. АН СССР. Сер. Физ. – 1979. – Т. 43. – С. 2299.

9 Shlomo S. Talmi I. Shell-model Hamiltonians with generalized seniority eigeng to tes. // Nucl. Phys. – 1972. – Vol. A1998. – P. 81; Бактыбаев К, Абельдина Ж.К. Структура состояний изотов стронция с A = 89–94 в оболочечной модели с обобщенной сеньорита // Изв. АН СССР. Сер. Физ. – 1978. – Т. 42. – С.116.

10 Бекжанов Р.Б и др. Справочник по ядерной физике. – Ташкент, 1989. Т. 1.

REFERENCES

1 Lederer C.M., Shirlry V.S. Tables of isotopes. New-York: Johon Wiley and Sons, 1978.

2 Otsuka T. Microscopic Basis of the Interacting Boson Model. Progr. Theor. Phys. Suppl. 1996. N 125. P. 5.

3 Takada K., Tazaki Sh., Yasumoto S. Dyson Boson Mapping and Shell-Model Calculations of even-even Nuclei. Progr. Theor. Phys. 2006. Vol 16, N 1. P. 107.

4 Yan-An Luo et. Al. SD-pair shall model and the Interacting Boson model. Phys. Rev. C71. (044304) (2005).

5 Baktybayev K., Dalelkhankyzy A., K.Baktybayev B. M. Adv.Studies Theor. Phys. Vol. 6, N 1399-1404, 2012.

6 Y.A-Luo, I.Q. Chen, I.P. Draayer. Nucl. Phys. A669, 101 (2000).

7 Talmi I. Generalized seniority and structure of semi-magic nuclei. Nucl. Phys. 1971. Vol. A172. P. 1.

8 Baktybayev K, Abeldina Zh.K. Formalism in the theory of generalized quasi-core Math. USSR, Phys. 1979. Vol. 43. P. 2299.

9 Shlomo S. Talmi I. Shell-model Hamiltonians with generalized seniority eigeng to tes. Nucl. Phys. 1972. Vol. A1998. P. 81; Baktybayev K, Abeldina Zh.K. Structure states Izotov strontium A = 89–94 in the shell model with generalized senorita Math. USSR, Phys. P. 1978. Vol. 42. P. 116.

10 Bekzhanov R.B. and other reference book on nuclear physics. Tashkent, 1989. T. 1.

Резюме

Қ. Бақтыбаев[1], А. Дәлелханқызы[1], Л. Прочниак [2], М. Қ. Бақтыбаев[3], Н. О. Қойлық[1]

([1]Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан,
[2]Варшава университеті, Варшава, Польша,
[3]ҚР Ядролық физика институты)

АТОМ ЯДРОСЫНДАҒЫ КОЛЛЕКТИВТІ ҚОЗУДАҒЫ
ҚОСАРЛАНҒАН НУКЛОННЫҢ РӨЛІ

Сфералық ядролардың төменгі энергиялық коллективтік күйлері SD-қосақты кеңістікте зерттелген. Осындай ықшамдалған фермион кеңістігіндегі Гамильтониан бозон түрінде келтірілген. Әсерлесуші бозондар үлгісінің параметрлері фермиондық операторлар матрицалық элементі түрінде есептелген. Теория *Cd* изотоптары құрылысын зерттеуге қолданылған.

Тірек сөздер: атом ядросы, спектрлер, нуклондық әсерлесу.

Summary

K. Baktybaev[1], *A.Dalelkhankyzy*[1], *L. Prochniak*[2] *M.K. Baktybaev*[3], *N.O. Koilyк*[1]

([1] Al-Farabi Kazakh national university, Almaty, Kazakhstan,
[2]Warsaw University, Warsaw, Poland Republic,
[3]Institute of nuclear physics RK)

ROLE IN EDUCATION NUCLEON PAIRS OF COLLECTIVE EXCITATIONS
IN ATOMIC NUCLEI

Low energetic collective states of spherical nuclei are described in the fermion pair SD-space. Hamiltonian of the system in such a cropped space is displayed in the boson. Parameters of the model of interacting bosons are computed as matrix elements of fermion operators, the theory is applied to the study of the structure of isotopes *Cd*.

Keywords: atomic nucleus, the spectra, nucleon interaction.

Поступила 14.01.2014 г.