УДК 530.12:531.51

О. Г. РАХИМОВ[1], *Р. К. ДЖАПАРОВА*[2]

([1]Астрономический институт АН РУз, Ташкент 100052, Узбекистан,
[2]Ташкентский Педиатрический Медицинский Институт, Ташкент 100140, Узбекистан)

ГРАВИТАЦИОННЫЙ ЗАХВАТ НАМАГНИЧЕННЫХ ЧАСТИЦ ВОКРУГ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ ШВАРЦЩИЛЬДА В ОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Abstract. Particles and fields play an important role in the study of astrophysical compact objects such as newtron stars, white dwarfs and black holes. Due to this reason the events and astrophysical prosses that occur around the black hole are drawing the attention of most scientists. For example, motion of particles near compact stars and black holes has been discussed widely in literature [1–3]. In this paper, capture of magnetized slow particles by a Schwarzschild black hole has been calculated under some simplifying conditions. Capture cross section of magnetized particles(with nonzero magnetic moment) by Scwarzschild black hole immersed in an assimptotically uniform magnetic field has been studied. Such consideration has been performed for Reisner-NordstrÖm spacetime metric for uncharged particles with zero magnetic momentum in [4]. The magnetic moment of particle is chosen as in [5]. It is shown that the spin of particle is to sustain stability of particle circularly orbiting around the black hole immersed in magnetic field i.e. spinning particles motion near the Scwarzschild black horizon is stabler than that of particles with zero spin. The main result - dependence of the eventual capture on the impact angle - is interesting and deserves publication. Our main aim consists offinding the influence of the magnetization parameter to the capture cross section by the Scwarzschild black hole. Through, we use a space-like signature (-,+,+,+) and a system of units in wich $G = 1 = c$.

Введение. Возникший в начале семидесятых годов интерес к теоретическому исследованию классических и квантовых процессов, которые могут происходить в окрестности черных дыр, не ослабевает и сейчас, несмотря на большое число работ, выполненных за последние годы. Новые физические представления, возникшие в теории черных дыр [6, 7] уже оказали свое влияние на общее развитие исследований, направленных на включение гравитации в объединенную теорию фундаментальных взаимодействий [8, 9]. Взаимодействие между гравитационным и электромагнитным полем имеет важное значение для характеристики движения частиц в сильных гравитационных полях. Мотивация для исследования этих явлений, из проблем движения и ускорения частиц в гравитационных полях. Изучение взаимодействия между частицами и электромагнитным полем в искривленном пространстве-времени, также имеет астрофизический интерес, например, в случае сильного синхротронного излучения, выходящего из галактических ядер, которое можно быть объяснено существованием в тех областях очень сильных магнитных полей, взаимодействующих с ультрарелятивисткими электронами. Такие магнитные поля могут проникать во внутренние части аккреционного диска вокруг центральной черной дыры.

Здесь изучается сечение гравитационного захвата намагниченных частиц (с ненулевым магнитном моментом) черной дырой Шварцщильда, находящейся в асимптотически однородном магнитном поле [10]. Выражение для магнитного момента частицы характеризуется через тензор поляризации[5], который фигурирует в уравнении Гамильтона-Якоби. Выявлено, что частицы с магнитным моментом более стабильные, чем классических частиц. Приведенные результаты, получены в рамках обшей теории относительности выражение для сечения захвата намагниченных частиц, которые обладают произвольной скоростью на бесконечности, достаточно компактным сферически-симметричным телом. Приведено сравнение с соответствующими результатами для классических частиц, которые были получены в работе [4].

Частица в постоянном магнитном поле. Известно, что метрика прстранство-времени вокруг черной дыры Шварцщильда, которая характеризуется только массой имеет вид [11]:

$$ds^2 = -\left(1-\frac{2M}{r}\right)dt^2 + \left(1-\frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta\, d\varphi^2 . \tag{1}$$

Здесь M – является общей массой черной дыры помещенной в асимптотически-однородное магнитное поле $\boldsymbol{B_0}$. Для простоты направления полярной оси выбирается вдоль направления магнитного поля.

Общую форму вид уравнений Гамильтона-Якоби для намагниченных частиц мы можем писать в следующем виде:

$$g^{\mu\nu}\left(\frac{\partial S}{\partial x^{\mu}}-qA_{\mu}\right)\left(\frac{\partial S}{\partial x^{\nu}}-qA_{\nu}\right)=-m^2+mD^{\mu\nu}F_{\mu\nu}\,. \tag{2}$$

В частном случае мы рассмотрим нейтральную частицу, то есть предположим $q = 0$ и уравнение (2) имеет более простую форму

$$g^{\mu\nu}P_{\mu}P_{\nu}-mD^{\mu\nu}F_{\mu\nu}+m^2=0\,. \tag{3}$$

Здесь $D^{\mu\nu}$ – тензор поляризации и он пропорционален магнитному моменту частиц, его можно выражать в виде $D^{\mu\nu}=\eta^{\mu\nu\rho\lambda}u_{\rho}\mu_{\lambda}$, которые, μ_{λ} и u_{ρ} магнитный момент и четыре скорость частицы соответственно и $\eta^{\mu\nu\rho\lambda}$ – антисимметричный тензор Леви-Чивита, $F_{\mu\nu}$ – является тензором электромагнитного поля и оно равно [12]:

$$F_{\mu\nu}=\frac{\partial A_{\nu}}{\partial x^{\mu}}-\frac{\partial A_{\mu}}{\partial x^{\nu}}\,. \tag{4}$$

Потенциал электромагнитного поля A_{μ} равен

$$A_{\mu}=\frac{1}{2}\delta_{\mu}{}^{\varphi}B_0r^2\sin^2\theta\,, \tag{5}$$

где B_0 – постоянное магнитное поле на бесконечности.

P_{μ} – обобщенный импульс и m – масса частицы.

Уравнения движения. Соответствующее уравнение движения намагниченных частиц имеет следующий вид

$$f(r)=r^3\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2=\left(e^2+\eta-1\right)r^3+2M\left(1-\eta\right)r^2-l^2r+2Ml^2\,. \tag{6}$$

Здесь введено обозначение $\eta=\beta\left(1-\frac{2M}{r}\right)\left(1-\frac{2M}{r}-\Omega^2r^2\right)^{-\frac{1}{2}}$, где β является параметром магнитной взаимодействии частицы с внешним магнитным полем, Ω - есть скорость намагниченной частицы относительно далекого наблюдателя и l - угловой момент частицы, оно равно $l=\frac{L}{m}$.

Допустим, что скорость частицы достаточно мала по сравнению световой скорости. То есть, мы будем рассмотреть нерелятивисткий случай.

Рассмотрим уравнение движения (6) с эффективным потенциалом в виде

$$V_{эфф}=\frac{1}{2}\left(\frac{l^2}{r^2}-\eta\right)\left(1-\frac{2M}{r}\right)-\frac{M}{r} \tag{7}$$

Как видно, уравнение (7) зависит от углового момента и радиуса, а также от безразмерной величины β. Напомним, что она характеризует взаимодействие магнитного момента частиц с внешним магнитным полем.

Компьютерный анализ уравнения (7), нам дает явный вид областей которые, частица может иметь стабильные и нестабильные движения. Ниже приведены графики при разных значениях параметра магнитной взаимодействии β и углового момента l.

На рисунке 1. Приведена радиальная зависимость эффективного потенциала для намагниченных частиц при разных значениях безразмерного параметра β. Видно, что орбиты частиц стали более стабильными с увеличением параметра β. Это означает, что спиновые частицы стабильнее безспиновых. Надо отметить, что здесь подразумевается не квантовый спин частицы, а угловой момент. То есть, β непосредственно связана с механическим моментом частицы. Как видно из рисунка, потенциал несет отталкивающий характер, можно сказать, частицы приходящие из бесконечности и пролетающие мимо источника могут не захватываться, то есть, они снова уходят в бесконечность. Это означает, что форма орбиты частиц бывает только параболической или гиперболической, а круговые и эллиптические орбиты существуют с увеличением значения параметра β.

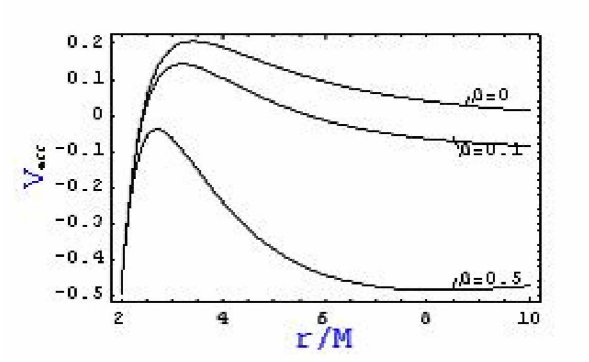

Рис. 1

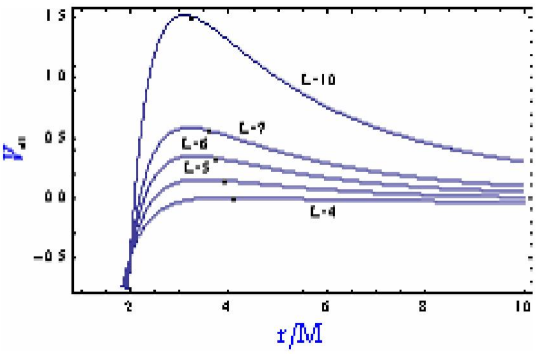

Рис. 2

На рис. 2. показана радиальная зависимость эффективного потенциала при разных значениях углового момента намагниченных частиц, но при постоянных значениях параметра β. Рис 2. тоже подтверждает наши результаты, которые получили выше.

Численные результаты для критического значения углового момента ($l_{кр}$) и радиусов для внутренних стабильных круговых орбит ($r_{вско}$) представлены в таблице 1. Из результатов, представленных в таблице, можно сделать вывод, что при наличии магнитного взаимодействия с внешним магнитным полем, значение критического углового момента намагниченных частиц уменьшается. Этот факт показывает, что намагниченные частицы могут подойти близко к черной дыре в отличие от безспиновых частиц. В предельном случае, т.е. когда $\beta = 0$ значение критического углового момента равняется $l_{cr} = 4$, которое совпадает с критическим значением намагниченных частиц в пространстве-времени Шварцщильда [2]. Минимальный радиус для стабильных круговых орбит соответствует точке перегиба функции $f(r)$, или по другому, должно выполняться условие $f(r) = f'(r) = 0$ и $f''(r) = 0$. Численные значения для радиусов внутренних стабильных круговых орбит (ВСКО) приведены в таблице 1, при разных значениях параметра β. Из таблицы видно, что предельное значение для радиусов ВСКО равно $r_{вско}$ = 6 М для нейтральных частиц в пространстве-времени Шварцшильда.

Таблица 1

β	0	$1\cdot10^{-6}$	$5\cdot10^{-5}$	$5\cdot10^{-4}$	$1\cdot10^{-4}$	$5\cdot10^{-3}$	$1\cdot10^{-2}$
$r_{вско}$	6	5,99	5,95	5,64	5,50	4,94	4,34
$l_{кр}$	4	3,95	3,91	3,85	3,80	3,73	3,69

На рисунках 3 и 4 представлены радиальные зависимости энергии и углового момента частиц в круговых орбитах вокруг черной дыры Шварцшильда для различных значений параметра β. Видно, что с увеличением значения параметра β, соответствующие круговые орбиты перемещаются в сторону объекта, то есть приближаются к черной дыре.

Заключение. Целью данной работы являлось определение влияния магнитного момента частиц на радиусы стабильных орбит, при движении вокруг компактного объекта, которая находится в однородном магнитном поле. Для этого изучена природа эффективного потенциала, которая включает в себя магнитный параметр частиц, энергию и угловой момент частицы. В результате мы получили аналитические выражения для сечения захвата намагниченных частиц черной дырой

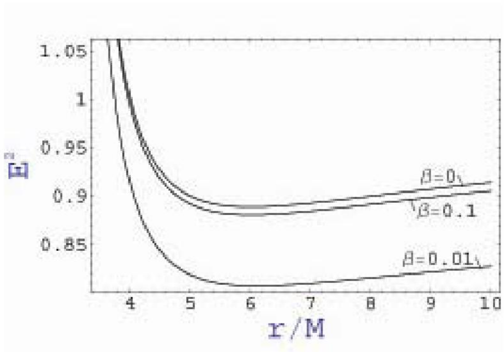

Рис. 3

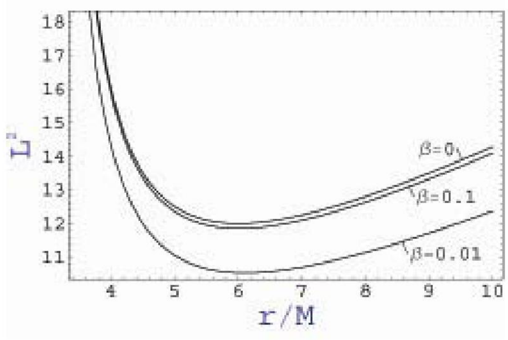

Рис. 4

Шварцшильда. Выражения для сечения захвата были получены с использованием формализма Гамильтона-Якоби. Вид уравнения Гамильтона-Якоби был выбран, как в работе [5]. Такой анализ для частиц с нулевым магнитным моментом был впервые проведен Захаровом в работе [6]. Известно, что магнитное поле расширяет область существования стабильных орбит частицы. Выявлено, что частицы с магнитным моментом являются более стабильными чем частиц которые не имеют спина, т.е. намагниченные частицы совершают круговые орбиты в более близких расстояниях от компактного объекта чем классических частиц. Расчеты проводились для не вращающегося компактного объекта, который находится в магнитном поле порядка 10^4 Гс.

Обширный анализ эффективного потенциала радиального движения для намагниченных частиц показали, что орбиты могут быть только параболической или гиперболической, а круговые или эллиптические орбиты существуют с увеличением безразмерного параметра β, которая характеризует взаимодействие между магнитным полем и магнитным моментом, т. е. захваченные компактным объектом намагниченные частицы могут покинуть черную дыру с увеличением магнитного момента. Затем мы нашли зависимость внутренней стабильной круговой орбиты намагниченных частиц от магнитного параметра β. Нами было показано, что также в присутствии магнитного момента частиц стабильные круговые орбиты смещаются в сторону черной дыры Шварцшильда.

ЛИТЕРАТУРА

1 Poisson E. The Motion of Point Particles in Curved Spacetime// LivingRev.Rel. Vol. 7:6, (**2004**)

2 Enolski, V. Z. at all. Inversion of hyperelliptic integrals of arbitrary genus with application to particle motion in general relativity// Journal of Geometry and Physics, **Vol. 61**, Issue 5, p. 899-921. (**2011**)

3 Hartmann, B. at all. Detection of cosmic superstrings by geodesic test particle motion// Phys.Rev.D, **Vol. 83**:045027, (**2011**)

4 Zakharov A.,// Magnetized Particle Capture Cross Section for Braneworld Black Hole. Class. Quantum Grav. **Vol. 11.** 1027. (**1994**)

5 de Felice, Fernando; Sorge, Francesco, Magnetized orbits around a Schwarzschild black hole**, Vol. 20**, pp. 469-481. (**2003**)

6 Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. Теория тяготения и эволюция звезд, Москва "Наука" (**1971**)

7 Мизнер Ч., Торн К., Уиллер Дж, Гравитация, Москва, "Мир", (**1977**)

8 Birrel F.D., Davies P.C.W. Quantum fields in curved space, Cambrige, Vol. 326. (**1982**)

9 Станюкович К.П., Мельников В.Н. Гидродинамика, поля и константы в теории гравитации, Москва, "Энергоиздат", **Vol. 256**. (**1983**)

10 Robert M.W. Black hole in a uniform magnetic field// Phys.Rev.D Vol. 10, pp. 1680-1685

11 С.Шапиро, С.Тьюколски,// Черные дыры белые карлики и нейтронные звезды, Москва «Мир», (**1985**)

12 Ландау. Л, Лифшиц. Е Теория поля 2т, Москва (**1967**)