

К.А. АХМЕТОВ, Р.А. АСАЕВ, Г.К. АХМЕТОВА

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ АДДИТИВНОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РЯДА СЕЗОННЫХ КОЛЕБАНИЙ

(Казахский национальный аграрный университет)

Приведен новый алгоритм построения аддитивной модели для прогнозирования объема реализации овощей с сезонным характером продаж.

На сегодняшний день наука достаточно далеко продвинулась в разработке технологий прогнозирования. Специалистам хорошо известны методы нейросетевого прогнозирования, нечеткой логики и т.п. Разработаны соответствующие программные пакеты, но на практике они, к сожалению, не всегда доступны рядовому пользователю. Эту задачу можно достаточно успешно решить, используя методы исследования операций, в частности, имитационное моделирование, теорию игр, регрессионный и трендовый анализы, реализуя эти алгоритмы в широко известном и распространенном пакете прикладных программ MS Excel.

В данной статье представлен один из возможных алгоритмов построения прогноза объема реализации для продуктов с сезонным характером продаж. Сразу следует отметить, что перечень таких товаров гораздо шире, чем это кажется. Дело в том, что понятие «сезон» в прогнозировании применим к любым систематическим колебаниям. Например, если речь идет об изучении товарооборота в течение недели, под термином «сезон» понимается один день. Кроме того, цикл колебаний может существенно отличаться (как в большую, так и в меньшую сторону) от величины в один год. И если удастся выявить величину цикла этих колебаний, то такой временной ряд можно использовать для прогнозирования с использованием аддитивных и мультипликативных моделей.

Аддитивную модель прогнозирования можно представить в виде формулы:

$$F = T + S \pm \xi,$$

где F – прогнозируемое значение; T – тренд; S – сезонная компонента; ξ – ошибка прогноза.

Применение мультипликативных моделей обусловлено тем, что в некоторых временных рядах значение сезонной компоненты представляет собой определенную долю трендового значения. Эти модели можно представить формулой:

$$F = T \cdot S \cdot \xi.$$

На практике отличить аддитивную модель от мультипликативной можно по величине сезонной вариации. Аддитивной модели присуща практически постоянная сезонная вариация, тогда как у мультипликативной она возрастает или убывает. Графически это выражается в изменении амплитуды колебания сезонного фактора.

Алгоритм построения аддитивной прогнозной модели. Для прогнозирования объема продаж, имеющего сезонный характер, предлагается следующий алгоритм построения прогнозной модели:

– определяется тренд, наилучшим образом аппроксимирующий фактические данные. Существенным моментом при этом является предложение использовать полиномиальный тренд, что позволяет сократить ошибку прогнозной модели;

– вычитая из фактических значений объемов продаж значения тренда, определяют величины сезонной компоненты и корректируют таким образом, чтобы их сумма была равна нулю;

– рассчитываются ошибки модели как разности между фактическими значениями и значениями модели;

– строится модель прогнозирования:

$$F = T + S \pm \xi;$$

– на основе модели строится окончательный прогноз объёма продаж. Для этого предлагается использовать методы экспоненциального сглаживания, что позволяет учесть возможное будущее изменение экономических тенденций, на основе которых построена трендовая модель. Сущность данной поправки заключается в том, что она нивелирует недостаток адаптивных моделей, а именно позволяет быстро учесть наметившиеся новые экономические тенденции.

$$F_{np(t)} = \alpha \cdot F_{фак(t-1)} + (1 - \alpha) \cdot F_{mod(t)}, \quad (1)$$

где $F_{np(t)}$ – прогнозное значение объёма продаж; $F_{фак(t-1)}$ – фактическое значение объёма продаж в предыдущем году; $F_{mod(t)}$ – значение модели; α – константа сглаживания.

Практическая реализация данного метода выявила следующие его особенности:

- для составления прогноза необходимо точно знать величину сезона. Исследования показывают, что множество продуктов имеют сезонный характер продаж, величина сезона при этом может быть различной и колебаться от одной недели до десяти лет и более;
- вместо линейного применение полиномиального тренда позволяет значительно сократить ошибку модели;
- при наличии достаточного количества данных метод даёт хорошую аппроксимацию и может быть эффективно использован при прогнозировании объёма продаж в инвестиционном проектировании.

Применение предложенного нами алгоритма рассмотрим на следующем примере. В качестве исходной информации для прогнозирования была использована информация об объёмах сбыта овощей одной из тепличной агрофирмы «Чилик» Алматинской области за два (2010 и 2011 гг.) сезона. Материалы данной агрофирмы характеризуются тем, что значения объёма продаж имеют выраженный сезонный характер с возрастающим трендом. Исходная информация представлена в таблице 1.

На основании данной информации составим прогноз на продажу продукции на следующий 2012 год по месяцам.

Реализуем алгоритм построения прогнозной модели, описанный выше. Решение данной задачи рекомендуется осуществлять в среде MS Excel, что позволит существенно сократить количество расчётов и время построения модели.

Таблица 1. Фактические объёмы реализации продукции

№п.п.	Месяц	Объём продаж, тенге	№п.п.	Месяц	Объём продаж, тенге
1	июнь	36784,80	13	июнь	40463,28
2	июль	22852,49	14	июль	25137,72
3	август	20282,4	15	август	22310,64
4	сентябрь	10157,36	16	сентябрь	11173,1
5	октябрь	15303,11	17	октябрь	16833,42
6	ноябрь	13359,2	18	ноябрь	14695,11
7	декабрь	9662,13	19	декабрь	10628,33
8	январь	5965,02	20	январь	6561,54
9	февраль	10309,28	21	февраль	11340,23
10	март	13290,03	22	март	14619,02
11	апрель	18973,26	23	апрель	20870,6
12	май	37024,06	24	май	40726,47

Определяем тренд, наилучшим образом аппроксимирующий фактические данные. Для этого рекомендуется использовать полиномиальный тренд, что позволяет сократить ошибку прогнозной модели.

Для расчёта тренда рекомендуется использовать опцию “Линия тренда” ППП Excel (рис. 1).

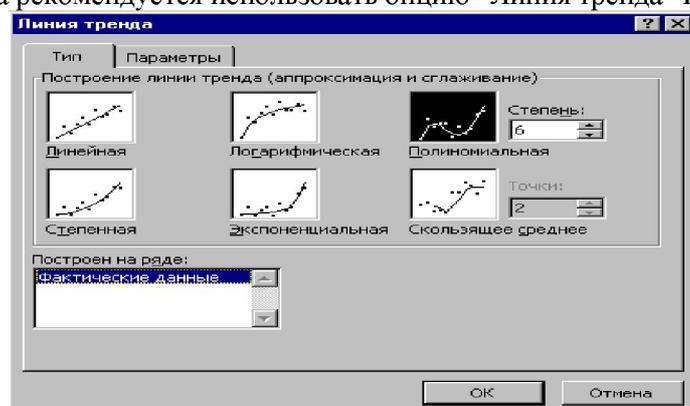


Рис. 1. Опция “Линия тренда”

На рисунке 2 показано, что полиномиальный тренд аппроксимирует фактические данные гораздо лучше, чем предлагаемый обычно в литературе линейный. Коэффициент детерминации полиномиального тренда (0,7435) гораздо выше, чем линейного (0,00004). Применение других типов тренда (логарифмический, степенной, экспоненциальный, скользящее среднее) также не даёт такого эффективного результата. Они неудовлетворительно аппроксимируют фактические значения, коэффициенты их детерминации ничтожно малы.

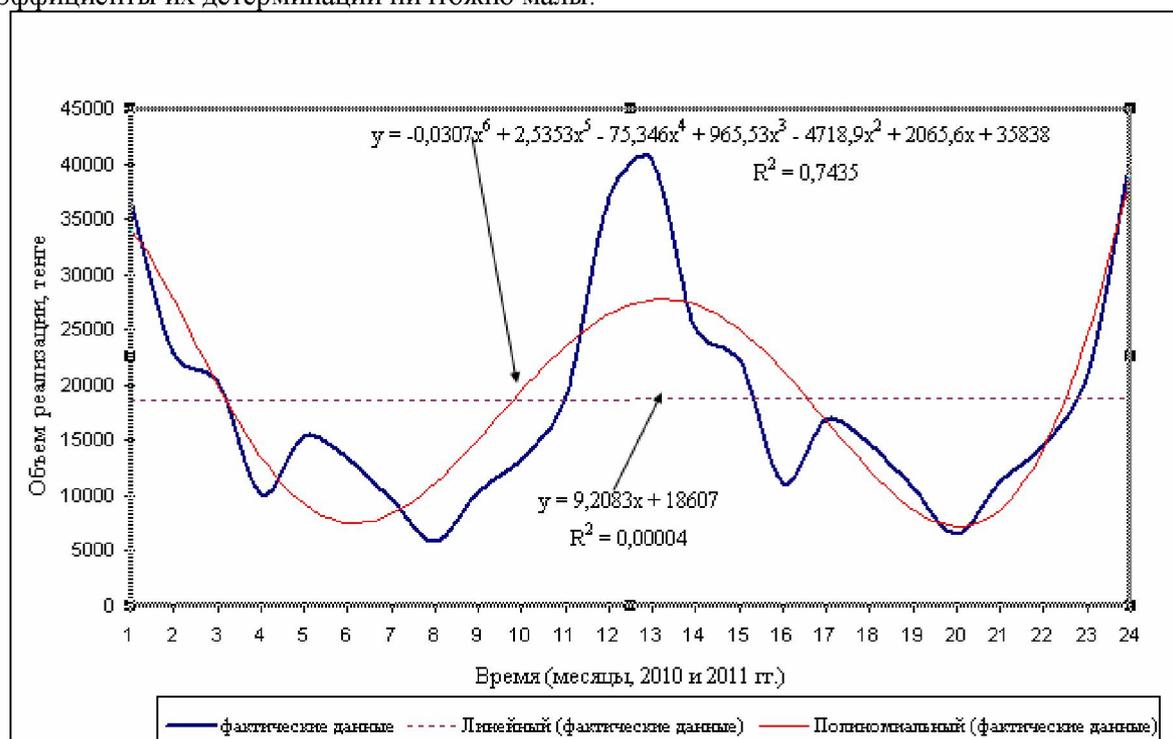


Рис. 2. Сравнительный анализ полиномиального и линейного тренда

D3		fx		=B3-C3
	A	B	C	D
1	Расчет значений сезонной компоненты в MS Excel			
2	Месяцы	Объем продаж	Значение тренда	Сезонная компонента
3	1	36784,8	34077,3886	2707,4114
4	2	22852,49	27691,4688	-4838,9788
5	3	20282,4	20124,6816	157,7184
6	4	10157,36	13573,744	-3416,384
7	5	15303,11	9236,625	6066,485
8	6	13359,2	7539,4176	5819,7824
9	7	9662,13	8341,1068	1321,0232
10	8	5965,02	11116,2336	-5151,2136
11	9	10309,28	15115,455	-4806,175
12	10	13290,03	19504	-6213,97
13	11	18973,26	23478,0216	-4504,7616
14	12	37024,06	26358,8448	10665,2152
15	13	40463,28	27665,1106	12798,1694
16	14	25137,72	27162,816	-2025,096
17	15	22310,64	24893,25	-2582,61
18	16	11173,1	21178,8256	-10005,7256
19	17	16833,42	16606,8078	226,6122
20	18	14695,11	11990,9376	2704,1724
21	19	10628,33	8310,952	2317,378
22	20	6561,54	6630	-68,46
23	21	11340,23	7989,9546	3350,2754
24	22	14619,02	13284,6208	1334,3992
25	23	20870,6	23110,8396	-2240,2396
26	24	40726,47	37597,488	3128,982

Рис. 3. Расчет значений сезонной компоненты в MS Excel

Вычитая из фактических значений объёмов продаж значения тренда, определим величины сезонной компоненты, используя средства MS Excel (рис. 3).

Скорректируем значения сезонной компоненты таким образом, чтобы их сумма была равна нулю.

F3		fx =E3-(\$E\$15/12)				
	A	B	C	D	E	F
1	Расчет средних значений сезонной компоненты					
2	Месяцы	1-й сезон	2-й сезон	Итого	Среднее	Сезонная компонента
3	1	2707,4114	6385,8914	9093,3028	4546,65	3837,958683
4	2	-4838,9788	-2553,7488	-7392,7276	-3696,4	-4405,056517
5	3	157,7184	2185,9584	2343,6768	1171,84	463,1456833
6	4	-3416,384	-2400,644	-5817,028	-2908,5	-3617,206717
7	5	6066,485	7596,795	13663,28	6831,64	6122,947283
8	6	5819,7824	7155,6924	12975,475	6487,74	5779,044683
9	7	1321,0232	2287,2232	3608,2464	1804,12	1095,430483
10	8	-5151,2136	-4554,6936	-9705,9072	-4853	-5561,646317
11	9	-4806,175	-3775,225	-8581,4	-4290,7	-4999,392717
12	10	-6213,97	-4884,98	-11098,95	-5549,5	-6258,167717
13	11	-4504,7616	-2607,4216	-7112,1832	-3556,1	-4264,784317
14	12	10665,2152	14367,625	25032,84	12516,4	11807,72748
15				Сумма	8504,31	0

Рис. 4. Алгоритм корректировки сезонной компоненты в MS Excel

Рассчитаем ошибки модели как разности между фактическими значениями и значениями модели (рис. 5).

Находим среднеквадратическую ошибку модели (ξ) по формуле:

$$\xi = \frac{\sum O^2}{\sum (T + S)^2},$$

где T – трендовое значение объема продаж;

S – сезонная компонента;

O – отклонения модели от фактических значений.

$$\xi = \frac{\sum O^2}{\sum (T + S)^2} = \frac{36779724,06}{12632410379} = 0,0029115 \text{ или } 0,29 \text{ \%}.$$

Величина полученной ошибки позволяет утверждать, что построенная модель хорошо аппроксимирует фактические данные, т.е. она вполне отражает экономические тенденции, определяющие объем продаж овощей, и является предпосылкой для построения прогнозной модели высокого качества.

На основе вышеприведенной модели (1) строим окончательный прогноз объема продаж овощей. Здесь отметим, что константу α сглаживания рекомендуется определять методом экспертных оценок, как вероятность сохранения существующей рыночной конъюнктуры, т.е. если основные характеристики изменяются (колеблются с той же скоростью) амплитудой, что и прежде, значит, предпосылка к изменению рыночной конъюнктуры нет, и, следовательно, $\alpha \rightarrow 1$, если наоборот, то $\alpha \rightarrow 0$.

К3		$f_x = (H3+G3)^2$									
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
Расчет ошибок и значения модели прогнозирования											
Годы	Сезон	Месяцы	Об.продаж	Зн.тренда	Сезон.комп.	Корр.сез.комп.	Корр.зн. тренда	Откл.	Откл ²	=(T+S) ²	
2010	Лета	1	36784,8	34077,3886	2707,4114	3837,958683	37915,34728	-1130,54728	1278137,159	1743338559	
		2	22852,49	27691,4688	-4838,9788	-4405,056517	23286,41228	-433,922283	188288,5477	356505595,6	
		3	20282,4	20124,6816	157,7184	463,1456833	20587,82728	-305,427283	93285,82538	443143462,8	
	Осень	4	10157,36	13573,744	-3416,384	-3617,206717	9956,537283	200,822717	40329,76366	40187112,03	
		5	15303,11	9236,625	6066,485	6122,947283	15359,57228	-56,462283	3187,989402	461498648,9	
		6	13359,2	7539,4176	5819,7824	5779,044883	13318,46228	40,737717	1659,561586	364714772,3	
	Зима	7	9662,13	8341,1068	1321,0232	1095,430483	9436,537283	225,592717	50892,07396	110922346	
		8	5965,02	11116,2336	-5151,2136	-5561,646317	5554,587283	410,432717	168465,0152	49,82996101	
		9	10309,28	15115,465	-4806,175	-4999,392717	10116,06228	193,217717	37333,08616	26180307,45	
	Весна	10	13290,03	19504	-6213,97	-6258,167717	13246,83228	44,197717	1953,438188	48827466,09	
		11	18973,26	23478,0216	-4504,7616	-4264,784317	19213,23728	-239,977283	57589,09636	223456246,1	
		12	37024,06	26358,8448	10665,2152	11807,72748	38166,57228	-1142,51228	1305334,31	2497430637	
2011	Лета	1	40463,28	34077,3886	6385,8914	3837,958683	37915,34728	2547,932717	6491961,13	1743338559	
		2	25137,72	27691,4688	-2553,7488	-4405,056517	23286,41228	1851,307717	3427340,263	356505595,6	
		3	22310,64	20124,6816	2185,9584	463,1456833	20587,82728	1722,812717	2968083,657	443143462,8	
	Осень	4	11173,1	13573,744	-2400,644	-3617,206717	9956,537283	1216,562717	1480024,844	40187112,03	
		5	16833,42	9236,625	7596,795	6122,947283	15359,57228	1473,847717	2172227,093	461498648,9	
		6	14695,11	7539,4176	7155,6924	5779,044883	13318,46228	1376,647717	1895158,937	364714772,3	
	Зима	7	10628,33	8341,1068	2287,2232	1095,430483	9436,537283	1191,792717	1420369,88	110922346	
		8	6561,54	11116,2336	-4554,6936	-5561,646317	5554,587283	1006,952717	1013953,774	49,82996101	
		9	11340,23	15115,465	-3775,225	-4999,392717	10116,06228	1224,167717	1498586,599	26180307,45	
	Весна	10	14619,02	19504	-4884,98	-6258,167717	13246,83228	1373,187717	1886644,506	48827466,09	
		11	20870,6	23478,0216	-2607,4216	-4264,784317	19213,23728	1657,362717	2746851,176	223456246,1	
		12	40726,47	26358,8448	14367,6252	11807,72748	38166,57228	2559,89772	6553076,337	2497430637	
					17008,6252			36779724,06	12632410379		

Построим модель прогнозирования:

$$F = T + S \pm \xi.$$

Прогноз начинаем с конца 1-го сезона, т.е. с июля 2011 года (с 13 месяца) и продолжим расчет до конца 3-го сезона (по 36 месяцам, рис. 6).

Определяем прогнозное значение модели:

$$F_{\text{mod}(t)} = 34077,3886 + 3837,95868 = 37915,347 \pm 109,45 \text{ тенге}.$$

Фактическое значение объема продаж в предыдущем году ($F_{\text{фак}(t-1)}$) составило 36784,82 тенге.

Принимаем коэффициент сглаживания $\alpha = 0,8$. Получим прогнозное значение объема продаж:

$$F_{np(t)} = \alpha \cdot F_{фак(t-1)} + (1 - \alpha) \cdot F_{mod(t)} =$$

$$= 0,8 \cdot 36784,82 + 0,2 \cdot 37915,347 = 37010,90946 \text{ тенге}$$

Таким образом, технология расчета прогнозного значения модели в MS Excel приведена на рис. 6.

Прогнозирование объема реализации на 3-сезон					
Годы	Сезон	Месяцы	Исходные данные	По модели	Прогноз
2010	Лето	1	36784,8	37915,34728	
		2	22852,49	23286,41228	
		3	20282,4	20587,82728	
	Осень	4	10157,36	9956,537283	
		5	15303,11	15359,57228	
		6	13359,2	13318,46228	
	Зима	7	9662,13	9436,537283	
		8	5965,02	5554,587283	
		9	10309,28	10116,06228	
	Весна	10	13290,03	13245,83228	
		11	18973,26	19213,23728	
		12	37024,06	38166,57228	
2011	Лето	13	40463,28	37915,34728	37010,909
		14	25137,72	23286,41228	22939,274
		15	22310,64	20587,82728	20343,485
	Осень	16	11173,1	9956,537283	10117,195
		17	16833,42	15359,57228	15314,402
		18	14695,11	13318,46228	13351,052
	Зима	19	10628,33	9436,537283	9617,0115
		20	6561,54	5554,587283	5882,9335
		21	11340,23	10116,06228	10270,636
	Весна	22	14619,02	13245,83228	13281,19
		23	20870,6	19213,23728	19021,255
		24	40726,47	38166,57228	37252,562
2012	Лето	25			39953,693
		26			24767,458
		27			21966,077
	Осень	28			10929,787
		29			16538,65
		30			14419,78
	Зима	31			10389,971
		32			6360,1495
		33			11095,396
	Весна	34			14344,382
		35			20539,127
		36			40214,49

Рис. 6. Технология расчета прогнозного значения модели в MS Excel

Построенная модель представлена графически на рис. 7.

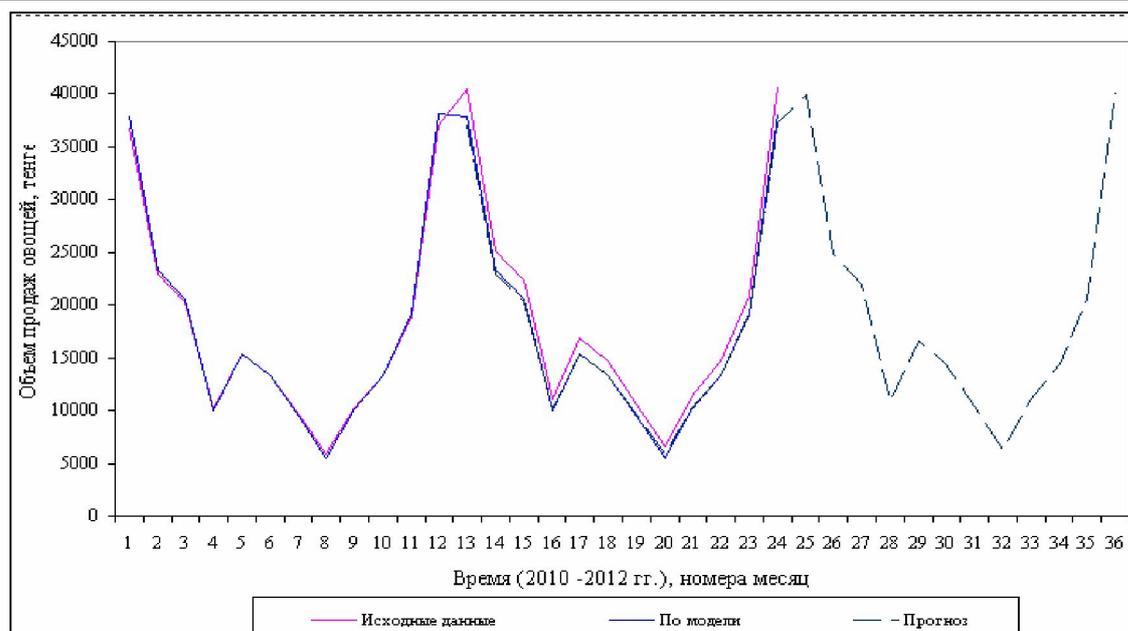


Рис. 7. Прогнозирование по аддитивной модели объема продаж овощей на 3-й сезон

Для учёта новых экономических тенденций рекомендуется регулярно уточнять модель на основе мониторинга фактически полученных объёмов продаж, добавляя их или заменяя ими данные статистической базы, на основе которой строится модель.

Кроме того, для повышения надёжности прогноза рекомендуется строить всевозможные сценарии прогноза и рассчитывать доверительный интервал прогноза.

ЛИТЕРАТУРА

1. Давнис В. В., Тинякова В.И., Мокшина С. И., Воищева О. С., Щекунских С. С. Эконометрика сложных экономических процессов, Воронеж: ВГУ, 2004.
2. Валентинов В. А. Эконометрика, Учебник/2-е изд. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К», 2009.
3. Елисеева И. И. Эконометрика, М.: Финансы и статистика, 2001.

АХМЕТОВ Қ. А., АСАЕВ Р. А., АХМЕТОВА Г. К

МАУСЫМДЫҚ ТЕРБЕЛІС ҚАТАРЫН БОЛЖАУ ҮШІН АДДИТИВТІ МОДЕЛЬДІ ҚҰРУДЫҢ АЛГОРИТМЫ

Резюме

Сату көлемі маусымға байланысты сипатталатын көкөністердің іске асыру көлемін болжау үшін аддитивті модельді құру әрекеттерінің жаңа алгоритмы келтірілген.

K.A. AKHMETOV, R.A. ASSYEV, G.K. AKHMETOVA

CONSTRUCTION ALGORITHM FOR ADDITIVE MODEL OF SEASONAL OSCILLATIONS PREDICTION LAW

Summary

This paper gives a new algorithm for constructing an additive model to predict the volume of sales of vegetables to the seasonal nature of sales.