

Казахский Национальный Университет имени аль-Фараби

УДК 537.86/.87:530.182

На правах рукописи

**АХТАНОВ САЯТ НУСИПБЕКОВИЧ**

**Нелинейные эффекты в системе осцилляторов**

6D060400 - Физика

Диссертация на соискание ученой степени  
доктора философии (PhD) в области физики

Научные консультанты  
д.ф.-м.н., профессор Жанабаев З.Ж.,

Professor, Dr. PhD M. A. Zaks

Республика Казахстан  
Алматы, 2013  
**СОДЕРЖАНИЕ**

<b>ОПРЕДЕЛЕНИЯ, ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ</b>	3
<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	4
<b>1 ВИДЫ БИФУРКАЦИЙ В НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ</b> .....	10
1.1 Переход от порядка к хаосу через последовательности бифуркаций удвоения периода.....	10
1.2 Переход к хаосу через разрушение квазипериодических колебаний..	14
1.3 Переход от порядка к хаосу через перемежаемость.....	23
1.4 Переход к хаосу через «склеивание» гомоклинических траекторий...	28
1.5 Экспериментальные наблюдения бифуркационных режимов.....	49
<b>2 ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ СКЛЕИВАНИЯ БИФУРКАЦИЙ В АНАЛОГОВОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ СХЕМЕ</b> .....	59
2.1 Основные свойства гомоклинической бифуркаций, которые наблюдаются в эксперименте.....	59
2.2 Описание экспериментальной установки.....	63
2.3 Характеристики используемой элементной базы.....	68
2.4 Результаты экспериментального исследования бифуркаций склеивания.....	71
<b>3 НОВЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА БИФУРКАЦИОННЫХ ЯВЛЕНИЙ</b> .....	79
3.1 Эволюционный параметр порядка сильно неоднородных хаотических сигналов.....	79
3.2 Информационная энтропия двумерных объектов с учетом степени однородности.....	80
3.3 Отображение фрактальной эволюции меры.....	84
3.4 Результаты численного анализа.....	86
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b> .....	110
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ</b> .....	112

В настоящей диссертации применяются следующие термины с соответствующими определениями:

**Бифуркация** – термин был введен А.Пуанкаре в 1885г. (от французского bifurcation — раздвоение, ветвление) и употребляется в широком смысле для обозначения всевозможных качественных перестроек или метаморфоз различных объектов при изменении параметров, от которых они зависят. Уравнения и отображения зависящие от ряда параметров, изменение которых могут описывать качественное преобразование самой системы, называемое бифуркацией;

**Хаос** – это чередование порядка и случайности. Первоначально оно означало бесконечное пространство, существовавшее до появления всего остального. Хаос – это случайное появление порядка в беспорядке;

**Переменяемость** – чередование порядка и хаоса является универсальным явлением природы;

**Самоаффинность** – свойство фрактального объекта, в котором число определяющих переменных больше единицы и коэффициенты подобия по этим переменным различные;

**Самоорганизация** – самопроизвольное появление порядка в хаосе с фрактальной структурой, возможна при наличии нелинейности, неравновесности, незамкнутости;

**Энтропия** - а) мера неупорядоченности системы б) мера неопределенности при статистическом описании в) мера относительной степени неупорядоченности неравновесных состояний открытых систем г) мера разнообразия в теории эволюции;

**Странный аттрактор** – это не точка и не предельный цикл (замкнутая кривая) в фазовом пространстве, а некоторая область по которой происходят случайные блуждания. Размерность - дробная.

**Квазипериодичность** – существование в системе двух или более несоизмеримых частот;

**ГИН** – генератор с инерционной нелинейностью;

**ОУ**– операционный усилитель;

$V$  - седловой индекс;

$q$  - степень однородности;

$\mathcal{U}$  –дробная часть фрактальной размерности множества величин;

$C$  - точность наблюдения;

$D_C$  - корреляционная размерность.

## ВВЕДЕНИЕ

**Общая характеристика работы.** Настоящая работа посвящена численному и экспериментальному исследованию наиболее общего явления в нелинейных системах - гомоклинической бифуркации и перехода от порядка к хаосу через образование перемежаемых, фрактальных структур.

Впервые проведено экспериментальное исследование бифуркации склеивания («gluing» бифуркации) в аналоговой электронной модели динамической системы третьего порядка: уравнения Лоренца с дополнительной квадратичной нелинейностью. Переход от порядка к хаосу в этой схеме происходит по особому сценарию: через последовательности гомоклинических бифуркаций, начиная с периодической, и заканчивая нерегулярными колебаниями напряжения в цепи. Каждая независимая периодическая траектория бифуркации «склеивается» с соседней в фазовом пространстве и создает новые, с удвоенной длиной. Далее последовательность этих бифуркаций приводит к рождению хаотического аттрактора. Наши эксперименты полностью подтвердили основные выводы теоретических работ (М. А. Закс, 1983, 1993).

В настоящей работе впервые было исследовано универсальное отображение фрактальной эволюции меры, реализующее хаотические сигналы с фрактальными свойствами. Показано, что именно отображение фрактальной эволюции, предложенное З.Ж. Жанабаевым (2011, 2012) тоже реализует асимметричные бифуркации типа «gluing».

Предлагается новое выражение эволюционного параметра порядка хаотического процесса. Этот параметр позволяет построить бифуркационную диаграмму по реализации, не зная уравнения динамической системы. Приведены примеры построения бифуркационных диаграмм по новой методике, показана универсальность предлагаемого метода.

Предлагается новый метод расчета энтропии хаотического сигнала с учетом степени однородности двумерного фазового портрета. Построены зависимости неаддитивной информационной энтропии от эволюционного параметра порядка для таких динамических систем, как логистическое отображение [1], отображение Хенона [2], модифицированная система Лоренца, для которой реализуется «склеивающаяся» («gluing») бифуркация [3], отображение фрактальной эволюции [4], отображение Рулькова [5]. Показано, что из числа известных моделей динамических систем только реализации отображения фрактальной эволюции удовлетворяют критериям самоорганизации.

**Актуальность темы.** Гомоклиническая бифуркация - переход к хаосу через последовательность, так называемых, «склеивающихся» бифуркаций. Пара устойчивых периодических орбит в таком переходе к хаосу приближается в фазовом пространстве к устойчивой точке, сливаются и образуют новую форму устойчивых периодических орбит.

В системе Лоренца также наблюдается гомоклиническая бифуркация [6], но рождение хаотического аттрактора в фазовом пространстве известной (немодифицированной) системы Лоренца является «гомоклиническим

взрывом» [7-8]. Бифуркация склеивания отличается от гомоклинического взрыва как по количеству новорожденных периодических орбит, так и в их стабильности. Взрыв генерирует, счетное множество периодических орбит. Каждая из них асимптотически неустойчива. Они образуют своего рода «скелет» для развивающегося хаотического аттрактора. В противоположность этому сценарию, бифуркация склеивания производит только один или два стабильных периодических орбит [9]. Тем не менее, в ходе последовательности таких бифуркаций форма притягивающихся орбит становится все более и более сложными, и его длина растет, развитие которых и заканчивается хаотическим странным аттрактором.

Гомоклиническая («gluing») бифуркация довольно хорошо исследована теоретически, но уделено меньше внимания экспериментальным исследованиям [10-11], нет детального сопоставления с теорией. Поэтому актуальным является экспериментальное исследование физических основ бифуркации склеивания.

Предполагается, что гомоклиническая бифуркация «склеивания» может наблюдаться и в взрывных колебаниях потенциала нейронов типа «накопление - выброс». Для этого необходимо получить универсальную модель - отображение, описывающее перемежаемую эволюцию типа «накопление - выброс». В отличие от всех известных дифференциальных и дискретных моделей динамической системы данное отображение должно реализовать хаотические колебания с характеристиками, соответствующими критериям самоорганизации.

Рассматриваемые нами явления бифуркации склеивания, «накопления - выброса» связаны с явлением перемежаемости. Перемежаемость – чередование порядка и хаоса является универсальным явлением природы. Этот термин является общепринятым в гидродинамике и означает чередование ламинарного режима движения жидкости с турбулентным. Аналогичные картины наблюдаются во временном ряде астрофизических, сейсмических, нейрофизических, нанотехнологических и других процессов. При этом общей закономерностью является также нерегулярная смена мелкомасштабных флуктуаций с крупномасштабными. В моделях динамических систем перемежаемость тоже наблюдается универсальным образом, как правило, в виде смены процессов удвоения периода (например, через отображение Фейгенбаума) с хаосом.

Вышеперечисленные процессы с перемежаемостью может реализоваться в нелинейных, неравновесных и незамкнутых (открытых) системах, т.е. при наличии условий для самоорганизации. Процесс самоорганизации имеет самоподобные динамические характеристики, его фазовый портрет должен быть странным (фрактальным) аттрактором.

В современных исследованиях [12-19] рассматриваются бифуркации в разных динамических системах, которые определяют качественные изменения состояния системы. Построение бифуркационной диаграммы нелинейной динамической системы проводится по известному параметру, который меняет состояние самой динамической системы. Бифуркационные

диаграммы строятся как зависимость максимальных и минимальных значений физической величины от управляющего параметра, заданного в уравнениях динамической системы.

В настоящее время нет общепринятого алгоритма построения бифуркационной диаграммы динамической системы, не зная параметр порядка динамической системы. Многие природные явления можно описать как динамическую систему. Например, временные реализации астрономических процессов, изменения погоды, магнитуды землетрясения и т.д., явно не содержат параметра порядка. Встает естественный вопрос: можно ли построить бифуркационную диаграмму, не зная параметра порядка динамической системы?

Чтобы решить этот вопрос в настоящей работе предлагается новое выражение для параметра порядка эволюционного процесса. Этот параметр позволяет построить бифуркационную диаграмму по реализации, не зная уравнения динамической системы. С целью проверки нового метода в качестве генератора реализации были выбраны ранее исследованные модели динамических систем, как логистическое отображение, отображение Хенона, модифицированная система Лоренца, для которой реализуется «склеивающаяся» («gluing») бифуркация и отображение «накопление – выброса» [4, с. 17], в которых заранее известны параметра порядка.

Также в настоящей работе рассматривается новый метод расчета информационной энтропии с учетом степени однородности двумерного множества. Применение таких методов для анализа динамических систем является актуальным вопросом. Остается невыясненным вопрос: можно ли установить закономерность связи между энтропией и параметром порядка динамической системы?

Для этой цели нужно учесть структуру хаоса путем определения неаддитивной информационной энтропии  $S$  двумерного множества – фазового портрета временной реализации. Зависимость неаддитивной энтропии от эволюционного параметра порядка для динамических систем разного типа может показать, что именно отображение фрактальной эволюции, предложенное нами, реализует асимметричные бифуркации типа «gluing» и хаос, удовлетворяющий энтропийным критериям самоорганизации  $0,567 < S < 0,806$ , где  $S$  – значение энтропии Колмогорова – Синяя. Эти критерии самоаффинности и самоподобия были установлены (Жанабаев З. Ж., 1996) ранее.

Энтропийный анализ часто применяется в современных исследованиях [20-22]. Однако, определение самой энтропии при наличии различных реальных условий является незавершенным вопросом. Отсутствуют исследования, посвященные количественным энтропийным критериям структуры хаоса, условиям выполнения известных теорем Пригожина, Климонтовича и т.д.

В последнее время установлены возможности более точного определения энтропии с учетом ее неаддитивности, связанной с неоднородностью системы [23]. Неаддитивность информационной энтропии

С двумерного множества – фазового портрета временной реализации можно обнаружить с учетом степени однородности  $q$ . Этот параметр может быть определен в виде меры отклонения статистики Цаллиса от статистики Гиббса. При  $q=1$  энтропия должна быть аддитивной, энтропия Цаллиса должна совпадать с энтропией Реньи.

**Целью настоящей работы** является численное и экспериментальное исследование гомоклинической бифуркации в радиотехнической схеме модифицированной системы Лоренца. Определение соответствующего параметра порядка, изменение которого приведет к бифуркациям. Установление связи между энтропией с учетом степени однородности и параметром порядка динамической системы.

#### **Задачи исследования**

- Разработать и собрать радиотехническую схему модифицированной системы дифференциальных уравнений Лоренца.

- Исследовать режимы бифуркаций радиотехнической схемы и сопоставить с теоретическими предсказаниями.

- Получить отображение, реализующее бифуркации склеивания и фрактальные, самоорганизованные структуры.

- Разработать алгоритм определения эволюционного параметра порядка и энтропии с учетом степени однородности реализации динамической системы.

- Построить информационно - энтропийную диаграмму и определить критерии самоподобности, самоаффинности и самоорганизации динамических систем.

**Объектом исследования** являются радиотехническая схема, реализующая эволюцию модифицированной системы Лоренца и динамические системы, где наблюдаются бифуркационные режимы.

**Предметом исследования** является нелинейные эффекты в системе осцилляторов. Бифуркации в динамических системах, установление энтропийных закономерностей, определение параметра порядка динамических систем.

**Методы исследования.** Бифуркация склеивания исследовалась в радиотехническом эксперименте. Запись данных производилась в среде LabView. При обработке экспериментальных данных, численном анализе бифуркационных режимов, отображения фрактальной эволюции меры использовался компьютерный анализ в среде Matlab.

#### **Новизна исследования**

- Экспериментально обнаружена бифуркация склеивания в радиотехнической схеме, которая моделирует модифицированную систему дифференциальных уравнений Лоренца;

- Получена формула отображения фрактальной эволюции меры и показано, что бифуркация склеивания наблюдается и в взрывных колебаниях;

- Предложена обобщенная метрическая характеристика, определяющая состояние динамической системы и может служить эволюционным параметром порядка динамической системы.

- Предложен метод информационно - энтропийного анализа динамической системы с учетом степени однородности ее реализации и установлена зависимость энтропии от эволюционного параметра порядка.

#### **Основные положения, выносимые на защиту**

1. На радиотехнической модели модифицированной динамической системы Лоренца экспериментально подтверждено существование бифуркации склеивания, ранее предсказанной теоретически.

2. Бифуркация склеивания наблюдается и в отображении фрактальной эволюции меры.

3. Состояние динамической системы можно описывать по реализациям динамической системы через вычисление эволюционного параметра порядка, предложенного нами.

4. Реализации отображения фрактальной эволюции меры и генератора динамического хаоса с фазовым управлением [24-27], теоретически и экспериментально удовлетворяют критерии самоорганизации.

**Теоретическая и практическая значимость работы.** Полученные результаты могут найти применение для создания эффективных сверхширокополосных телекоммуникационных сетей, для анализа работы и управления интеллектуальными системами, при создании нейронной сети и т. д. Реализации электронной схемы моделирования модифицированной системы дифференциальных уравнений Лоренца имеют сходство с реализациями нейронных потенциалов.

Отображение фрактальной эволюции меры может использоваться для анализа астрофизических, сейсмических, нейрофизических, нанотехнологических временных рядов, которые реализуют хаотические колебания, удовлетворяющие критериям самоорганизации.

С помощью энтропийно – информационной диаграммы, разработанной и усовершенствованной нами, можно более точно, чем существующие методы, анализировать динамические системы различной природы.

**Источниками исследования** являются основные теоретические положения современной нелинейной физики и теоретические результаты оригинальных научных работ, приведенных в списке использованных источников.

**Личный вклад автора** заключается в том, что все численные и экспериментальные результаты были получены лично соискателем. Постановка задач и обсуждение результатов проводились совместно с научными руководителями.

**Достоверность результатов.** Достоверность научных выводов работы подтверждается согласованностью результатов физического и численного эксперимента с теоретическими положениями, полученными другими авторами, использованием достоверных методик численного анализа.



**Апробация работы.** Результаты, полученные в диссертационной работе докладывались и обсуждались на: международной конференции студентов и молодых ученых «Мир науки» (Алматы, 19-22 апреля, 2010), 7-й международной научной конференции «Хаос и структуры в нелинейных системах. Теория и эксперимент» (Караганда, 23-27 сентября, 2010), международной конференции студентов и молодых ученых «Мир науки» (Алматы, 19-22 апреля, 2011), международной конференции студентов и молодых ученых «Мир науки» (Алматы, 23-25 апреля, 2012), 20th Conference on Nonlinear Dynamics of Electronic Systems (Germany, Wolfenbuttel, July 11-13, 2012), Conference on Nonlinear Dynamics of Electronic Systems (Italy, Bari, July 10-12, 2013), на научных семинарах кафедры физики твердого тела и нелинейной физики.

**Публикации.** По материалам диссертационной работы опубликовано 12 печатных работ, в том числе 3 – в изданиях, рекомендуемых Комитетом по контролю в сфере образования и науки МОН РК, 1 – в рецензируемом журнале с высоким импакт фактором, 7 публикации в сборниках тезисов и докладов, 1 - в докладах международной зарубежной конференций.

**Связь темы диссертации с планами научных работ.** Диссертационная работа выполнена в соответствии с планом научно – исследовательских работ в рамках программы КН МОН РК «Грантовое финансирование научных исследований» (2012-2014 гг., №ГР0112РК02530, шифр 1100/ГФ), по теме «Частотная, информационная и энергетическая эффективность сверхширокополосных телекоммуникационных систем».

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, трёх разделов, заключения, списка использованных источников. Работа изложена на 116 страницах машинописного текста, иллюстрируется 71 рисунками, список использованных источников содержит 83 наименований.