

Казахский национальный педагогический университет имени Абая

УДК 519.62/.64

На правах рукописи

ОРАЛБЕКОВА ЖАНАР ОРЫМБАЕВНА

**Эффективные оптимизационные методы решения обратных задач для
горизонтально-слоистых сред**

6D060100 – “Математика”

Диссертация на соискание ученой степени доктора философии (PhD)

Отечественный научный консультант:
Доктор физико-математических наук,
профессор Искаков К.Т.
Зарубежный научный консультант:
Доктор естественных наук,
профессор Wang Yanfei
(Институт геологии и геофизики
Китайской Академии наук, г.Пекин, КНР)

Республика Казахстан
Алматы, 2013

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1 ОПТИМИЗАЦИОННЫЙ МЕТОД В ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ ГЕОЭЛЕКТРИКИ	15
1.1 Постановка обратной задачи для уравнения геоэлектрики	15
1.2 Оптимизационный метод решения обратной задачи для уравнения геоэлектрики	20
1.3 Условная устойчивость решения обратной задачи для уравнения геоэлектрики	34
1.4 Оптимизационный метод решения обратной задачи в квазистационарном приближении	44
2 ОПТИМИЗАЦИОННЫЙ МЕТОД В ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ ГЕОЭЛЕКТРИКИ В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ	51
2.1 Постановка обратной задачи в частотной области	51
2.2 Алгоритм метода послойного пересчета по определению геоэлектрического разреза в горизонтально-слоистой среде (в частотной области)	53
2.3 Дифференцируемость функционала невязки по координате точки разрыва среды в обратной задаче геоэлектрики	56
3 ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИОНАЛА НЕВЯЗКИ В ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ	60
3.1 Постановка обратной задачи для уравнения теории упругости (в смещениях)	60
3.2 Доказательство существования производной функционала невязки для системы дифференциальных уравнений теории упругости	62
4 ИССЛЕДОВАНИЯ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ В ОПТИМИЗАЦИОННОМ МЕТОДЕ	71
4.1 Консервативные разностные схемы решения прямой и сопряженной задачи	71
4.2 Согласованно-разностная схема решения прямых и обратных задач для уравнения геоэлектрики	78
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	88
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	89
ПРИЛОЖЕНИЕ А	96
Анализ численных расчетов свойств алгоритма оптимизационного метода	96
ПРИЛОЖЕНИЕ В	106
Экспериментальные исследования с применением георадара в задачах идентификации подповерхностных покрытий	106

ОРАЛБЕКОВА ЖАНАР ОРЫМБАЙҚЫЗЫ

Көлденең-қабатты орталар үшін кері есептерді шешудің тиімді оңтайландыру әдістері

6D060100 – “Математика” мамандығы бойынша философия докторы (PhD) ғылыми дәрежесін алу үшін Ж.О. Оралбекованың дайындаған диссертациясының

АҢДАТПАСЫ

Тақырып өзектілігі. Геофизикалық мәліметтерді интерпретациялау есептерінде тек қана электромагниттік параметрлерді немесе серпінділік параметрлерін ғана емес, сонымен бірге қабаттардың үзіліс нүктелерінің координаталарын да анықтауға тура келеді. Геофизикада бұл шекараларды табуға арналған тәсілдердің көп түрі бар, бірақ бұл барлық тәсілдер нақты емес және қателіктер бірнеше метрге дейін жетуі мүмкін. Мысалы, ұңғымада шекаралардың жатыс тереңдігін анықтау барысында зонд бекітілетін канат созылады.

Осыған байланысты үзіліс шекараларын анықтау бойынша оңтайландыру әдістерін пайдалану үшін ортаның үзіліс нүктесінің координатасы бойынша ауытқу функционалын дифференциалдай ала алу қажет. Оңтайландыру әдісін қолдану барысында итерациялық әдістерді пайдалану қажеттілігі туындайды, осыдан шығатын салдар тура және кері есептерді шешудің экономды әдістерін тұрғызу керек.

Гиперболалық және параболалық типтегі теңдеулер үшін қойылған кері коэффициенттік есептерді шешудің оңтайландыру әдісінің тиімді алгоритмдерін теориялық зерттеу және құрастыру өзекті мәселе болып есептелінеді.

Зерттеу объектісі болып электродинамика мен серпінділік теориясының теңдеулері үшін кері және қисынсыз есептер, және оларды шешудің оңтайландыру әдістері табылады.

Зерттеу нысаны көлденең-қабатты геоэлектрика мен серпінділік теориясының теңдеулері үшін кері коэффициенттік есептер болып табылады.

Зерттеу мақсаты мен міндеттері. Диссертациялық жұмыстың мақсаты көлденең-қабатты орталарда геоэлектрика, серпінділік теориясының теңдеулері үшін кері есептерді шешудің тиімді әдістерін құрастыру мен теориялық зерттеу болып табылады. Зерттеу міндеттері кері есептерді шешудің оңтайландыру әдістерін теориялық негіздемеуден, соның ішінде геоэлектрика және серпінділік теориясының теңдеулері үшін ортаның үзіліс нүктесі координатасы бойынша ауытқу функционалының дифференциалдануын, шартты орнықтылықты дәлелдеуден; қарастырылған кері есептерді сандық шешуге арналған тиімді алгоритмдерді құрастырудан тұрады.

Ғылыми жаңалығы келесі нәтижелерді алумен байланысты:

- геоэлектрика теңдеуіне қойылған кері коэффициенттік есептерді шешу үшін ауытқу функционалының градиентін есептеуге арналған формулалар алынды (ауа әсерін ескерумен);

- интегралдық қойылымда қалыптастырылған геоэлектрика теңдеуі үшін кері есептің шешімінің шартты орнықтылығының бағалауы алынды;

- геоэлектрика теңдеуі үшін функционалдың градиентін есептеу формулалары алынды және оның ортаның үзіліс нүктесі координатасы бойынша дифференциалдануы дәлелденді;

- серпінділік теориясының теңдеулері үшін ауытқу функционалының ортаның үзіліс нүктесі координатасы бойынша дифференциалдануы дәлелденді;

- әр қабат бойынша қайта есептеу әдісінің негізінде геоэлектрика теңдеуі үшін бір уақытта коэффициент пен ортаның үзіліс нүктесінің координатасын бірге анықтау алгоритмі алынды;

- геоэлектрика теңдеуі үшін түйіндес есептің айырымдық алгоритмінің бастапқы дискреттік кері коэффициенттік есепке келісімдігі дәлелденді (уақыт аймағы жағдайында);

- геоэлектрика теңдеуі үшін кері коэффициенттік есептерді әр қабат бойынша қайта есептеу әдісімен сандық шешудің негізінде жиілік аймағының таңдау критерийлері анықталды;

- келісілген айырымдық алгоритмдерді қолдану арқылы геоэлектриканың кері есептерін шешудің сандық есептеулеріне талдау жасалды;

- «Георадар «Лоза В» аспабын қолданумен жүргізілген бірнеше тәжірибелік зерттеулердің негізінде радарграммаларды интерпретациялаудың инженерлік-техникалық амалдары келтірілді.

Зерттеудің теориялық және тәжірибелік маңыздылығы келесіде:

- Геоэлектриканың кері есебі шешімінің шартты орнықтылығын бағалау қисындылық аймағын анықтауға мүмкіндік береді және кері есептерді шешудің сандық әдістерін тұрғызуда қолданылады.

- Геоэлектрика және серпінділік теориясының теңдеулері үшін кері есептерді шешуде қолданылатын үзіліс нүктелерінің координаталары бойынша ауытқу функционалының дифференциалдануы үзіліс нүктелерінде функционалдың градиентін айқын түрде алуға, демек, ортаның үзіліс нүктелері координаталарын анықтауға мүмкіндік береді. Бұл жерасты жабынуларының күйіне диагностика жасау есептерін шешуде, әсіресе, аэродромдардың ұшу-қону жолақтарының диагностикасында маңызы зор.

- Көлденең-қабатты орталар жағдайында акустика, геоэлектрика, сейсмиканың кері есептерін шешудің тиімді әдістерін құрастыруда үзіліс нүктелердің координаталарын ескере отырып, әр қабат бойынша қайта есептеу әдісі қолданылады.

- Уақыттық аймақта геоэлектриканың кері есептерін сандық шешу алгоритмдері елеулі тереңдіктерде де бөлікті-тегіс коэффициенттерін қалыпқа келтіру есептері үшін қолданыла алады.

- Диссертациялық жұмыстың теориялық маңыздылығы - дискреттік қойылымда кері есептерді оңтайландыру әдістерімен шешудің келісілген-түйіндес айырымды сұлбасын тұрғызудың әдістемесін құрастыруда.

Жұмыс нәтижелері акустика, геоэлектрика, сейсмиканың кері коэффициенттік есептерін шешудің сандық әдістерінің теориялық негіздемесінің дамуына елеулі үлес қосады. Жұмыс нәтижелерін сейсmobарлау мен электробарлау мәселелерімен айналысатын ғылыми-зерттеу институттары пайдалана алады. Диссертацияда қарастырылған кері есептерді шешудің сандық әдістерінің алгоритмдерін құру әдістемесі мен теориялық негіздемелері зерттеудің қиратпайтың әдістерін пайдаланатын, яғни георадарларды қолданатын геобарлаудың кері есептердің кең ауқымды класын шешуге арналған алгоритмдерді құруда және теориялық зерттеулерде пайдаланыла алады.

Публикациялар. Диссертация тақырыбы бойынша импакт-факторы бар халықаралық ғылыми журналдарда 2 мақала, ҚР БҒМ БҒСБК ұсынған ғылыми журналдарда 7 мақала, халықаралық конференциялар мен конгресс жұмыстарында 8 тезис, 1 оқу-әдістемелік құралы жарық көрді.

Диссертацияның құрылымы мен көлемі. Диссертациялық жұмыс кіріспеден, 4 тараудан, қорытындыдан, 88 пайдаланылған әдебиеттер тізімінен және қосымшалардан тұрады. Жұмыс 95 бетті қамтиды, қосымшаларда 22 сурет пен 6 кесте бар.

ОРАЛБЕКОВА ЖАНАР ОРЫМБАЕВНА

Эффективные оптимизационные методы решения обратных задач для горизонтально-слоистых сред

АННОТАЦИЯ

диссертации Оралбековой Ж.О. на соискание ученой степени доктора философии (PhD) по специальности 6D060100 – “Математика”

Актуальность темы. В задачах интерпретации геофизических данных необходимо определить не только электромагнитные параметры или упругие параметры, но и координаты точек разрыва слоев. В геофизике существует ряд способов по определению этих границ, но эти методы не точны и ошибки могут достигать нескольких метров. Например, при определении глубины залегания границ в скважине происходит растяжка каната которому прикреплен зонд.

В связи с этим для применения оптимизационного метода по определению границ разрывов, необходимо уметь дифференцировать функционал невязки по координате точке разрыва среды. При использовании оптимизационного метода возникает необходимость использовать итерационные методы, следовательно нужно строить экономичные методы решения прямых и обратных задач.

Разработка и теоретические исследования эффективных алгоритмов оптимизационного метода решения обратных коэффициентных задач для уравнений гиперболического и параболического типа является, актуальной.

Объектами исследования являются обратные и некорректные задачи для уравнения электродинамики и теории упругости и оптимизационные методы их решения.

Предметами исследования являются обратные коэффициентные задачи для уравнения геоэлектрики и теории упругости в горизонтально-слоистых средах.

Цель и задачи исследования. Целью диссертационной работы является разработка и теоретические исследования эффективных методов решения обратных задач для уравнений геоэлектрики, теории упругости в горизонтально-слоистых средах. Задачи исследования состоят в теоретическом обосновании оптимизационного методов решения обратных задач, в том числе: доказательство дифференцируемости функционала невязки по координате точки разрыва среды для уравнений геоэлектрики и теории упругости, условной устойчивости; разработка эффективных алгоритмов для численного решения рассматриваемых обратных задач.

Научная новизна результатов состоит в получении следующих результатов:

- получены формулы вычисления градиента функционала для решения обратных коэффициентных задач для уравнения геоэлектрики (с учетом влияния воздуха);

- получена оценка условной устойчивости решения обратной задачи для уравнения геоэлектрики, сформулированной в интегральной постановке;
- получены формулы вычисления градиента функционала и доказаны её дифференцируемость по координате точки разрыва среды для уравнения геоэлектрики;
- доказаны дифференцируемость функционала невязки по координате точки разрыва среды для уравнений теории упругости;
- получен алгоритм одновременного определения коэффициента и координаты точки разрыва среды для уравнения геоэлектрики на основе метода послойного пересчёта;
- доказана согласованность разностного алгоритма сопряженной задачи к исходной в дискретной обратной коэффициентной задаче для уравнения геоэлектрики (в случае временной области);
- определен критерии выбора частотной области на основе численного решения обратных коэффициентных задач для уравнения геоэлектрики методом послойного пересчета;
- проведены численные расчеты решения обратных задач геоэлектрики во временной области с использованием согласованных разностных алгоритмов;
- приведены инженерно-технические приемы по интерпретации радарограмм на основе серии экспериментальных исследований с применением прибора «Георадар «Лоза В».

Теоретическая и практическая значимость исследования, состоит в следующем:

- Оценка условной устойчивости решения обратной задачи геоэлектрики позволяет определить область корректности и используется при построении численных методов решения обратных задач.
- Дифференцируемость функционала невязки по координатам точек разрыва для решения обратных задач для уравнения геоэлектрики и теории упругости, позволяет получить градиент функционала в явном виде в точках разрыва, а следовательно определить координаты точек разрыва среды. Это важно в задачах диагностики состояний подповерхностных покрытий земной поверхности.
- Метод послойного пересчета, именно с учетом координат точек разрыва используется при построении эффективных методов решения обратных задач акустики, геоэлектрики, сейсмоки в случае горизонтально-слоистых сред.
- Алгоритмы по численному решению обратной задачи геоэлектрики во временной области применим в задачах по восстановлению кусочно-гладких коэффициентов, в том числе и на значительных глубинах.
- Методика построения согласовано-сопряженных разностных схем решения обратных задач оптимизационным методом позволяют построить эффективные алгоритмы в дискретной постановке.

Результаты работы являются вкладом в развитие теоретических обоснований численных методов решения обратных коэффициентных задач акустики, геоэлектрики, сейсмоки и могут быть использованы научно-исследовательскими институтами, занимающимися вопросами сейсморазведки,

электроразведки. Методика построения алгоритмов и теоретические обоснования численных методов решения рассматриваемых в диссертации задач, может быть применена в разработке и теоретическим исследованиям алгоритмов для задач георазведки, сейсморазведки и.т.д, использующие неразрушающие методы исследования, то есть с применением георадаров.

Публикации. По теме диссертации опубликованы 2 статьи в международных научных журналах с импакт-фактором, 7 статей в научных журналах, рекомендованных Комитетом по контролю в сфере образования и науки МОН РК, 8 тезисов в трудах международных научных конференций и конгрессов и 1 учебно-методическое пособие.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех разделов, заключения, списка использованных источников из 88 наименований и приложений. Работа изложена на 95 страницах, приложение содержит 22 рисунка и 6 таблиц.

ORALBEKOVA ZHANAR ORYMBAYEVNA

Effective optimization methods of solving of inverse problems for horizontally-layered medium

ABSTRACT

of the dissertation on competition of a scientific degree of doctor of philosophy (PhD) on specialty 6D060100 – “Mathematics”

The relevance of the theme. In the problems of interpretation of geophysical data it is necessary to define not only electromagnetic parameters or elastic parameters, but also coordinates of the gap points of the layers. In geophysics there is a number of the ways for finding of these boundaries, but all these ways are not accurate and errors can reach several meters. For example, when defining of boundaries in the borehole the probe is attached to the rope, which may be stretched.

In this regard for application of an optimization method to determine the gap point of the medium needs to be able to differentiate residual functional with respect to a coordinate of gap point of the medium. When using the optimization method it is necessary to use iterative method, so we need to build economical method for solving direct and inverse problems.

Therefore development and theoretical researches of effective algorithms of an optimization method of solving the inverse coefficient problems for the equations of hyperbolic and parabolic type is actual.

The objects of research are the inverse and incorrect problems for the equation of electrodynamics and the theory of elasticity, and optimization methods of their solution.

The objects of research are the inverse coefficient problems for the equation of geoelectric and elasticity theory in the horizontally stratified medium.

The goal and objectives of research. The purpose of dissertation work is development and theoretical researches of effective methods of solving the inverse problems for the equations of geoelectric, elasticity theory in the horizontally stratified medium. Research problems consist in theoretical justification optimization methods of solving the inverse problems, also: proof of differentiability of residual functional with respect to a coordinate of gap point of medium for the equations of geoelectric and elasticity theory, conditional stability; development of effective algorithms for the numerical solving of considered inverse problems.

Scientific novelty of research is to obtain the following results:

- obtained the formulas for calculating the gradient of the functional for solving the inverse coefficient problems for the equation of geoelectric (taking into account air influence).

- obtained the estimate of conditional stability of solving the inverse problems for the equation the geoelectric, formulated in integrated statement;

- obtained formulas for calculating the gradient of the functional and proved its differentiability with respect to a coordinate of gap point of medium for the equation of geoelectric;

- proved the differentiability of the residual functional with respect to a coordinate of gap point of medium for the equations of elasticity theory;
- received an algorithm for the simultaneous determining of the coefficient and a coordinate of gap point for the geoelectric equation on the basis method of layer-by-layer recalculation;
- proved the coherence of differential algorithm of the interfaced task to initial in a discrete inverse coefficient problems for the equation geoelectric (in case of a time field);
- determined the criteria of a choice of frequency region on the basis of the numerical solution of the inverse coefficient problems for the geoelectric equation by a method of layer-by-layer recalculation;
- performed the analysis of numerical calculations of the geoelectric inverse problems by using the consistent difference algorithms;
- adduced the engineering techniques for interpretation of radarogram based on a series of experimental research using the device “GPR “Loza B”.

The theoretical and practical importance of research is following:

- Estimation of conditional stability of the solution of the inverse geoelectric problem allows determine the domain of correctness and is used in the construction of numerical methods for solving inverse problems.
- Differentiability of residual functional with respect to the coordinates of gap points of medium for the solution of the inverse problems for the geoelectric equation and elasticity theory allows receiving a gradient of functional in an explicit form in the gap points and consequently to determine gap coordinates. It is important in problems of diagnostics of conditions of subsurface coverings, in particular diagnostics of runways of airfields.
- The method of layering recalculation taking into account coordinates of the gap points is used in the construction of efficient methods for solving inverse problems in acoustic, geoelectric, seismic data in the case of a horizontally stratified media.
- Algorithms according to the numerical solution of the inverse geoelectric problems in the time field are applicable in problems of reconstruction of conductivity of the medium at considerable depths.
- The theoretical importance of dissertation work consists in the developed technique of construction is coherence - conjugate finite schemes of solving the inverse problems in discrete statement by an optimizing method.

Results of the work are a contribution to development of theoretical justifications of numerical methods of the solution of the inverse coefficient problems of acoustic, geoelectrics, seismic and can be used by the research institutes dealing with issues of seismic exploration, electroinvestigation. The technique of creation of algorithms and theoretical justifications of numerical methods of the solution of the inverse problems considered in the thesis, can be applied in development and to theoretical researches of algorithms to the solution of the inverse problems for a wide class of the inverse problems the geoinvestigations, using nondestructive methods of research, that is with application of a georadar.

Publications. On the topic of the dissertation are published following works: 2 articles in the international scientific journals with an impact-factor, 7 articles in the scientific journals, which recommended by Committee on control in education and science of the Ministry of Education and Science of Republic Kazakhstan, 8 theses of the international conferences and congresses, 1 teaching methodical manual.

The structure and volume of the dissertation. The dissertation work consists of introduction, four chapters, conclusion, a list of used references of 88 items and annexes. The work is set out on 95 pages; there are 22 figures and 6 tables in annexes.