

АННОТАЦИЯ

диссертации на соискание ученой степени доктора философии (PhD) по специальности 6D060100–Математика

АЛИМОВОЙ АНЕЛЬ НУРДАНБЕКОВНЫ

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ, СХОДИМОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ В НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Актуальность темы диссертационного исследования: Работа посвящена построению и исследованию численных методов решения задачи Дирихле для волнового уравнения как одномерного, так и двумерного.

Задача Дирихле для волнового уравнения является одной из наиболее сложных моделей математической физики. Волновое уравнение описывает почти все разновидности малых колебаний в распределенных механических системах, таких как продольные звуковые колебания в газе, жидкости, твердом теле; поперечные колебания в струнах и т. п.

На плоскости одна из фундаментальных задач математической физики – изучение поведения колеблющейся струны – некорректна, когда краевые условия заданы на всей границе области, задача Дирихле некорректна не только для волнового уравнения, но и для общих гиперболических уравнений. Это порождает сильную неустойчивость по отношению к вариациям данных обратной задачи и большие проблемы при построении приближенных решений, то есть численных решений, поскольку на практике входные данные известны приближенно. Указанные задачи имеют много практических приложений, например, проблема цунами. Дело в том, что современные спутниковые, надводные и подводные средства наблюдения водной поверхности в принципе позволяют получать данные о форме волны цунами в различные моменты времени. Эти данные в совокупности с соответствующими граничными условиями приводят к двумерной задаче Дирихле для волнового уравнения в приближении мелкой воды.

Исследования, проведенные в диссертации, актуальны и имеют важное прикладное значение, поскольку в последние годы задача Дирихле для волнового уравнения получила новые применения при исследовании волн цунами.

Объект исследования. В данной работе объектом исследования является задача Дирихле для волнового уравнения, вопросы корректности постановки задачи, алгоритм построения численных решений.

Предмет исследования. Предметом исследования является некорректная начально-краевая задача для волнового уравнения, сведенная к обратной задаче, оптимизационные методы решения некорректных и обратных задач.

Цель и задачи исследования. Целью и задачами исследования диссертации является решение задачи Дирихле для волнового уравнения и

построение численных оптимизационных методов решения; сравнительный анализ этих методов, их устойчивости и сходимости; разработка численных алгоритмов решения рассматриваемой задачи в одномерном и двумерном случаях методом наискорейшего спуска и методом итераций Ландвебера; а также построение градиента функционала. Разработка программных пакетов для решения задачи Дирихле для волнового уравнения. Проведение сравнительного анализа разработанных численных алгоритмов для рассматриваемой задачи.

Методы исследования. В диссертации используются численные методы решения некорректных задач, итерационные оптимизационные методы, градиентные методы, метод Фурье, конечно-разностные методы, метод итераций Ландвебера, метод наискорейшего спуска.

Научная новизна исследования. В диссертационной работе получены следующие новые результаты:

- исследован вопрос корректности задачи Дирихле для волнового уравнения;
- построен численный оптимизационный метод решения задачи Дирихле для волнового уравнения;
- построен численный алгоритм решения задачи Дирихле для волнового уравнения в одномерном и двумерном случае методом итераций Ландвебера;
- построен численный алгоритм решения задачи Дирихле для волнового уравнения в одномерном и двумерном случае методом наискорейшего спуска;
- разработаны программные пакеты для решения задачи Дирихле для волнового уравнения;
- построен градиент функционала для задачи Дирихле для волнового уравнения;
- впервые проведены численные расчеты задачи Дирихле для волнового уравнения в одномерном и в двумерном случае;
- проведен сравнительный анализ метода итераций Ландвебера и метода наискорейшего спуска, решения сходимости задачи Дирихле для волнового уравнения.

Теоретическая значимость исследования. Результаты диссертационной работы вносят существенный вклад в построение алгоритмов численных методов решения обратных и некорректных задач.

Практическая значимость исследования. Практическая значимость работы состоит в том, что результаты исследований могут быть применены в изучении явлений цунами. Разработанные алгоритмы способствуют созданию и совершенствованию систем предсказания распространения цунами и прогноза последствий в заданных районах береговой зоны.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, двух разделов, заключения, списка использованных источников. Работа изложена на 106 страницах машинописного текста, содержит 97 рисунков и 13 таблиц.