

Казахский национальный университет им. аль – Фараби

УДК 530.145:530.12; 537.8:530.145

На правах рукописи

САЙДУЛЛАЕВА ГОЗЯЛ ГАЙНИДИНОВНА

**Свойства тяжёлых и экзотических мезонов
в релятивистской модели кварков**

6D060400 – Физика

Диссертация на соискание ученой степени
доктора философии (PhD) в области физики

Научные руководители
доктор физико-математических наук,
профессор Минал Динейхан,
кандидат физико-математических наук,
доцент Жаугашева С.А.
Начальник сектора ОИЯИ ЛТФ доктор
физико-математических наук, профессор
Иванов М.А.

Республика Казахстан
Алматы, 2013

СОДЕРЖАНИЕ

НОРМАТИВНЫЕ ССЫЛКИ	3
ОПРЕДЕЛЕНИЯ	4
ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ	5
ВВЕДЕНИЕ	7
1 КОВАРИАНТНАЯ МОДЕЛЬ КВАРКОВ	21
1.1 Лагранжиан кварк – адронного взаимодействия	21
1.2 Определение константы связи из условия связности	24
1.3 Вычисление собственной энергетической диаграммы тетракваркового состояния	27
1.4 Инфракрасный конфайнмент	29
1.5 Параметры модели	33
1.6 Краткие выводы	37
2 ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КВАРКОВ	38
2.1 Введение калибровочной инвариантности электромагнитного взаимодействия	38
2.2 Лагранжиан адрон-фотон-кваркового взаимодействия, линейный по электромагнитному полю	40
2.3 Калибровочная инвариантность матричного элемента $V \rightarrow \gamma$ перехода ...	44
2.4 Краткие выводы	47
3 ЭКЗОТИЧЕСКИЙ X(3872) МЕЗОН	49
3.1 Некоторые детали экспериментальных исследований чармония	49
3.2 Открытие экзотического X(3872) –мезона	50
3.3 X(3872) –мезон в других экспериментах	52
3.4 Экспериментальные исследования квантовых чисел X(3872) –мезона	53
3.5 Распады X(3872) –мезона в очарованные мезоны	55
3.6 Интерпретация X(3872) –мезона и их проверки	56
3.7 Краткие выводы	59
4 СИЛЬНЫЕ И РАДИАЦИОННЫЕ РАСПАДЫ X(3872) - МЕЗОНА	61
4.1 Сильные распады $X \rightarrow J/\psi + 2\pi(3\pi)$ и $X \rightarrow D + \bar{D} + \pi$	61
4.1.1 Матричные элементы переходов $X \rightarrow J/\psi + \rho(\omega)$ и $X \rightarrow D + \bar{D}^*$	61
4.1.2 Определение ширины распадов X-мезона	63
4.1.3 Зависимость ширины распадов от размерного параметра X-мезона	65
4.2 Влияние X-мезона на поведение сечения диссоциации J/ψ -мезона	67
4.3 Однофотонный распад $X \rightarrow \gamma + J/\psi$	71
4.4 Краткие выводы	77
5 ФОРМФАКТОРЫ ДЛЯ ПОЛУЛЕПТОННЫХ, НЕЛЕПТОННЫХ И РЕДКИХ РАСПАДОВ $B(B_s)$ МЕЗОНА	79
5.1 Переходные формфакторы	79
5.2 Нелептонные распады B_s -мезона	88
5.3 Краткие выводы	93
ЗАКЛЮЧЕНИЯ	94
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	96

ПРИЛОЖЕНИЕ А - Спиральные и мультипольные амплитуды в распаде
 $X(3872) \rightarrow \gamma + J/\psi(\rightarrow l^+l^-)$ 104

НОРМАТИВНЫЕ ССЫЛКИ

В настоящей диссертационной работе использованы ссылки на следующие стандарты:

ГОСТ 7.1-84 Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Библиографическое описание документов. Общие требования и правила составления

ГОСТ 7.12-93 Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Библиографическая запись. Сокращения слов на русском языке. Общие требования и правила

ГОСТ 2.105-95 Единая система конструкторской документации. Общие требования к текстовым документам

ГОСТ 7.32-2001 Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Отчет о научно-исследовательской работе. Структура и правила оформления

ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В настоящей диссертации применяют следующие термины с соответствующими определениями:

Адроны – класс элементарных частицы с целыми и полуцелыми спинами, участвующих в сильных взаимодействиях. Адроны обладают сохраняющимися в процессах сильного взаимодействия квантовыми числами (странностью, очарованием, красотой и др.)

Кварки – фундаментальная частица в стандартной модели, обладающая электрическим зарядом, кратным $e/3$, и не наблюдающаяся в свободном состоянии. Из кварков состоят адроны, в частности, протон и нейтрон.

Тетракварк – гипотетическая частица, состоящая из двух кварков и двух антикварков.

Мезоны – адроны с целыми спинами. В стандартной модели, мезоны — это составные (не-элементарные) частицы, состоящие из кварков и антикварков.

Диаграммы Фейнмана – наглядный и эффективный способ описания взаимодействия элементарных частиц в квантовой теории поля (КТП).

Калибровочное поле – поля, обеспечивающие инвариантность теории относительно калибровочных преобразований.

Коллаборация ВаВаг — эксперимент в области физики элементарных частиц, проводимый в Стэнфордской лаборатории SLAC в Калифорнии, США, с целью изучения нарушений заряда и равенства симметрии при распаде B -мезонов.

Коллаборация Belle- Научно-исследовательский центр физики высоких энергий КЕК, Цукуба, Япония. Установка Belle работает на электрон-позитронном коллайдере КЕКВ, который предназначен для получения большого числа B -мезонов при энергии сталкивающихся частиц около 10,58 ГэВ в системе центра масс.

Коллаборации CDF и DØ - Collider Detector at Fermilab, эксперименты на протон-антипротонном коллайдере «Теватрон», FNAL, США.

ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

ККМ – Кабиббо –Кобаяши – Маскава

КХД – Квантовая хромодинамика

SCET – Soft – Collinear Effective Theory

КТП – Квантовая теория поля

$J_H(x)$ - кварковый ток адрона

$L_{\text{int}}(x)$ -лагранжиан взаимодействия адрона с кварками

F_M - вершинная функция

g_H - константа связи адрона с кварками

$\Pi_H(m_H^2)$ - массовый оператор адрона

$S_i(k)$ - свободный пропагатор кварка

Λ_H - параметр, характеризующий размер адрона

λ - параметр инфракрасного обрезания

ВВЕДЕНИЕ

Общая характеристика работы. Диссертационная работа посвящена исследованию свойств тяжелых и экзотических мезонов в релятивистской кварковой модели. Изучен радиационный распад $X \rightarrow J/\psi + \gamma$. Вычислен матричный элемент данного перехода и доказана его калибровочная инвариантность. Вычислена ширина данного распада и найдено согласие с экспериментальными данными. Также вычислены спиральные и мультипольные амплитуды и показан способ их получения из ковариантной амплитуды, основанный на ковариантной проекции. В рамках ковариантной кварковой модели с инфракрасным конфайнментом вычислены формфакторы $B(B_S) \rightarrow P(V)$ переходов во всей кинетической области квадрата переданного импульса. В качестве применения полученных результатов, вычислены ширины нелептонных распадов $B_S \rightarrow D_S^- D_S^+$, $D_S^{*-} D_S^+ + D_S^- D_S^{*+}$, и $B_S \rightarrow D_S^{*-} D_S^{*+}$.

Актуальность темы. Одной из актуальных проблем современных исследований микромира является изучение структурной особенности квантовых систем. В 20-ом веке в этом направлении проведено много исследований. Каждое открытие о структурных составляющих и знание механизма формирования микромира дали возможность создания современных высоких технологий. Знания внутренней структуры атома, и механизма формирования, т.е. открытие структуры атома стали толчком в развитии микроэлектроники, а открытия структуры ядра и закономерность взаимодействия нуклонов привела к созданию атомной электростанций, т.е. к новому источнику энергии. В настоящий момент в международных крупных научных центрах мира, интенсивно изучают структуру, образование и взаимодействие адронов. Появились многочисленные международные коллаборации по этим направлениям. В частности, Большой адронный коллайдер (БАК) – работает именно над изучением кварковой структуры адронов и механизма перехода от кварк-глюонной фазы к адронной фазе.

Данная диссертационная работа также посвящена изучению структуры адронов, а именно, изучению кварковой структуры и свойств экзотического $X(3872)$ мезона, с массой 3872 МэВ.

В настоящий момент кварковая структура и свойства адронов, состоящих из кварк-антикварка и трех кварков, хорошо изучены. Поэтому, прежде всего экзотический $X(3872)$ – мезон рассматривали как кварк-антикварковое состояние, состоящего из “ c ” кварков. Известно, что спектр чармония может быть вычислен в рамках нерелятивистской кварковой модели. Все предсказанные состояния чармония ниже порога рождения частиц с открытым чармом установлены экспериментально. Выше порога найдено только пять состояний: одно из них, названное $X(3872)$ - мезоном, достаточно хорошо установлено и наблюдаемо в нескольких различных реакциях несколькими независимыми коллаборациями. Новые состояния, в частности $X(3872)$ -мезон,

являются очень узкими, а их массы близки к порогам рождения $D - \bar{D}^*$ мезонов. Данные факты не согласуются с предсказаниями кварковой модели. Таким образом, $X(3872)$ – мезон не может состоять из $c\bar{c}$ кварков.

Наиболее вероятными кандидатами могли бы быть $1D$ или $2P$ состояния чармония. Однако, $1D$ -состояние лежит существенно ниже 3872 МэВ, а $2P$ - состояние несколько выше. Поэтому в литературе интенсивно обсуждаются интерпретации $X(3872)$ -мезона, либо как адронной молекулы, либо как тетракварка.

Оценка современного состояния изучаемой научной проблемы. Узкий резонанс $X(3872)$, схожий по свойствам с чармонием, был открыт в 2003 году коллаборацией Belle [1] в реакции $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^- J/\psi$. Данный резонанс распадается на $\pi^+ \pi^- J/\psi$ и имеет массу $m_X = 3872.0 \pm 0.6(\text{stat}) \pm 0.5(\text{сист})$ МэВ, которая близка к порогу рождения D и D^* мезонов: $M_{D^0} + M_{\bar{D}^{*0}} = 3871.81 \pm 0.25$ МэВ [2]. Было найдено, что его ширина меньше 2.3 МэВ с 90%-ой достоверностью. Это состояние вскоре было подтверждено коллаборацией BaBar [3] и в $p\bar{p}$ -столкновениях в лаборатории Ферми на теватроне в экспериментах CDF [4] и DØ [5].

Наиболее точное измерение массы, сделанное до настоящего времени есть $M_X = 3871.61 \pm 0.16 \pm 0.19$ МэВ [6, 7]. Усреднённое значение массы, приведенное в работе [4], равно

$$M_X = 3871.61 \pm 0.22 \text{ МэВ} \quad (1)$$

Из наблюдений распада $X(3872) \rightarrow J/\psi \gamma$, сделанного коллаборациями Belle [8] и BaBar [9], а также из углового анализа, выполненного коллаборацией CDF [10] было показано, что квантовыми числами $X(3872)$ могут быть либо $J^{PC} = 1^{++}$, либо 2^{-+} . Однако, наблюдение распадов $X \rightarrow D^0 \bar{D}^0 \pi^0$ коллаборациями Belle и BaBar [11, 12] позволило исключить выбор 2^{-+} , поскольку данная мода, проходящая вблизи порога, должна быть сильно подавлена для состояния $J=2$. В [13] был представлен анализ всех данных распада $Y(4S)$ и получено доказательство существования каскадного распада $X(3872) \rightarrow J/\psi \omega (\rightarrow 3\pi)$. Сравнение наблюдаемого распределения по эффективной массе $m_{3\pi}$ с результатами моделирования по Монте-Карло привело к заключению, что добавление одной единицы орбитального момента в систему $J/\psi \omega$ значительно улучшает описание данных. Это подразумевает отрицательную P - четность для X – мезона 2^{-+} . В [14] на основе анализа угловых корреляций конечных продуктов распада $X \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi$ было найдено хорошее согласие между экспериментальными данными и результатами моделирования по Монте-Карло без свободных параметров в

случае 1^{++} . Гипотеза о квантовых числах 2^{-+} потребовала введения дополнительного комплексного параметра. При определенном значении данного параметра удалось также найти согласие между данными и результатами моделирования.

Коллаборация Belle сообщила о наблюдении моды распада $X \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 J/\psi$ [8, p.8] с ярко выраженным пиком в системе трёх пионов в районе 750-775 МэВ, что означает доминирование подпорогового процесса $X \rightarrow \omega J/\psi$ в данном распаде. Было найдено, что брэнчинг этой моды почти такой же как и брэнчинг моды $X \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi$:

$$\frac{B(X \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^- \pi^0)}{B(X \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-)} = 1.0 \pm 0.4 \text{ (stat)} \pm 0.3 \text{ (syst)}. \quad (2)$$

Это означает сильное нарушение изоспина, поскольку трёхпионный распад идёт в основном через промежуточный ω -мезон с изоспином 0, в то время как двухпионный распад идёт в основном через промежуточный ρ -мезон с изоспином 1. Кроме того, поскольку двухпионный распад идёт в основном через промежуточный ρ -мезон, то весьма трудно это объяснить, используя интерпретацию $X(3872)$ как простого $c\bar{c}$ состояния чармония с изоспином 0. В этой же работе были опубликованы данные об электромагнитном распаде $X(3872) \rightarrow \gamma + J/\psi$:

$$B(B \rightarrow XK) \cdot B(X \rightarrow \gamma + J/\psi) = (1.8 \pm 0.6 \text{ (stat)} \pm 0.1 \text{ (syst)}) \times 10^{-6},$$

$$\frac{\Gamma(X \rightarrow \gamma + J/\psi)}{\Gamma(X \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi)} = 0.14 \pm 0.05. \quad (3)$$

При анализе распадов $B^+ \rightarrow J/\psi \gamma K^+$ ВаВаг коллаборация [9, p.8] нашла доказательство распада $X(3872) \rightarrow \gamma + J/\psi$ на уровне 3.4σ статистической погрешности. Были опубликованы следующие численные значения для произведения брэнчингов:

$$B(B^+ \rightarrow XK^+) \cdot B(X \rightarrow \gamma + J/\psi) = (3.3 \pm 1.0 \text{ (stat)} \pm 0.3 \text{ (syst)}) \times 10^{-6}. \quad (4)$$

Коллаборация Belle [11, p.8] впервые сообщила о наблюдении околорогового пика в системе $D^0 \bar{D}^0 \pi^0$, получившейся в результате распада $B \rightarrow D^0 \bar{D}^0 \pi^0 K$. Положение пика соответствовало массе

$$M = 3875.2 \pm 0.7_{-1.6}^{+0.3} \pm 0.8 \text{ МэВ} \quad (5)$$

и брэнчинг для событий в пике был равен

$$B(B \rightarrow D^0 \bar{D}^0 \pi^0 K) = (1.22 \pm 0.31_{-0.30}^{+0.23}) \times 10^{-4}. \quad (6)$$

Все имеющиеся данные до 2007 года были проанализированы в работе [15], где, в частности, было найдено:

$$B(B^+ \rightarrow XK^+) = 1.30_{-0.34}^{+0.20} \times 10^{-4},$$

$$\frac{\Gamma(X \rightarrow \gamma + J/\psi)}{\Gamma(X \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi)} = 0.22 \pm 0.06. \quad (7)$$

Коллаборация BaBar [16] опубликовала следующие данные о распадах $X \rightarrow \gamma + J/\psi$ и $X \rightarrow \gamma + \psi(2S)$, которые были получены при анализе $B \rightarrow c\bar{c} \gamma K$ распадов:

$$B(B^\pm \rightarrow XK^\pm) \cdot B(X \rightarrow \gamma + J/\psi) = (2.8 \pm 0.8(\text{stat}) \pm 0.1(\text{cism})) \times 10^{-6},$$

$$B(B^\pm \rightarrow XK^\pm) \cdot B(X \rightarrow \gamma + \psi(2S)) = (9.5 \pm 2.7(\text{stat}) \pm 0.6(\text{cism})) \times 10^{-6}. \quad (8)$$

Полный обзор экспериментальных данных по $X(3872)$ – мезону, имеющихся к настоящему времени, может быть найден в [17, 18]

Основание и исходные данные для разработки темы. К настоящему времени в литературе имеется несколько различных интерпретаций экзотического мезона $X(3872)$:

- молекула, состоящая из $D^0 \bar{D}^{*0}$ [19 – 45];
- тетракварк, т.е. связанное состояние двух цветных кварков [46 – 54];
- проявление порогового эффекта [55];
- гибрид кварков и глюонов [56, 57];
- глюбол [58].

Подробное описание теории и эксперимента для новых состояний чармония можно найти в обзорах [59 – 64].

Таким образом, в настоящее время наиболее интригующим вопросом является вопрос интерпретации $X(3872)$ – мезона: либо как сильно связанной молекулы с энергией связи $M_X - (M_{D^{*0}} + M_{D^0}) = -0.30 \pm 0.40$ МэВ, либо как тетракварка, являющегося связанным состоянием цветных дикварков.

В последнее время молекулярная природа $X(3872)$ – мезона интенсивно обсуждается в литературе. В работе [65] на основе предположения о том, что $X(3872)$ является $D^0 \bar{D}^{*0}$ молекулой, было оценено сечение его рождения на теватроне в Национальной ускорительной лаборатории им. Э. Ферми. Полученный верхний предел для сечения рождения оказался почти в 30 раз меньше значения сечения, наблюдаемого на эксперименте. На основе этого был

сделан вывод, что маловероятно образование сильно связанной $D^0\bar{D}^{*0}$ – молекулы при S – волновом резонансном рассеянии при высоких энергиях адронов.

Однако, авторы работы [66] указывали на необходимость учёта перерасеяния очарованных мезонов при анализе, проведённом в работе [65, р.10]. В этом случае теоретическая верхняя оценка может возрасти на несколько порядков и стать сравнимой с экспериментальной величиной. Такое заключение позднее критиковалось в работе [67]. Во-первых, было указано, что, используя результаты работы [66], можно предсказать новое молекулярное состояние $X_s(4080)$, состоящее из $D_s\bar{D}_s^*$ -пары. Однако такое состояние не было найдено на теватроне. Во-вторых, авторы [65, р.10] высказывали вполне обоснованное сомнение о применимости теоремы Ватсона для учёта конечных состояний в вычислениях, проделанных в работе [66].

Интерпретация $X(3872)$ как тетракварка была впервые предложена и применена для описания имеющихся экспериментальных данных в работе [46, р.10]. Используя эффективные лагранжианы для трёхчастичных взаимодействий с константами связи, были вычислены ширины сильных распадов $X \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$ и $X \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^- \pi^0$. Было найдено, что ширина распада X -мезона составляет около 1.6 МэВ в соответствии с экспериментальной границей. Напротив, ширина распада, вычисленная в работе [51, р.10] с применением правил сумм КХД для 4-х кваркового тока, оказалась значительно больше – около 50 МэВ.

Нами был проведен анализ распадов X -мезона как тетракварка в рамках релятивистской модели конституэнтных кварков с учётом их конфайнмента [68]. В дальнейшем мы будем использовать более короткое название для этого подхода – ковариантная кварковая модель, которое больше отражает её суть, поскольку данная модель построена на основе квантовой теории поля с рождением частиц. Часто термин релятивистская кварковая модель используется для потенциальных моделей, учитывающим тем или иным образом релятивистские эффекты. Ковариантная кварковая модель [68] является успешным развитием модели конституэнтных кварков, которая была построена и применена к описанию свойств мезонов [69-71] и лёгких барионов [72,73] при низких энергиях. В серии работ [74–83] в рамках данного подхода были изучены распады тяжёлых барионов. В частности, было показано, что в пределе, когда масса тяжёлого кварка стремится к бесконечности, воспроизводятся все результаты эффективной теории тяжёлых кварков. Слабые распады B_c -мезона были исследованы в работах [84–90]. Обзор упомянутых результатов можно найти [91–95].

Ковариантная модель кварков является эффективным квантовополевым подходом к адронным взаимодействиям, основанным на лагранжиане взаимодействия адронов с их составляющими кварками. Знание соответствующего интерполирующего кваркового тока позволяет вычислять самосогласованным образом матричные элементы физических процессов.

Отличительной особенностью данного подхода является то, что многокварковые состояния, такие как барионы (три кварка), тетракварки (четыре кварка) и т.д., могут быть рассмотрены и описаны на том же уровне строгости, как и простейшие кварк-антикварковые системы (мезоны). Константы связи адронов с их интерполирующими кварковыми токами определяются из условия связности $Z_H = 0$, предложенного в [96, 97] и в дальнейшем используемого во многих разделах физики частиц [98]. Здесь Z_H есть константа перенормировки волновой функции адрона. Матричные элементы физических процессов определяются набором кварковых диаграмм, которые строятся в соответствии с $1/N_c$ – разложением.

В ковариантной модели кварков эффективным образом вводится инфракрасное обрезание в пространстве параметров Фока – Швингера, по которым проводится интегрирование в выражениях для матричных элементов. Такая процедура позволяет устранить все пороговые сингулярности, соответствующие рождению кварков, и тем самым гарантировать конфайнмент кварков. В модели отсутствуют ультрафиолетовые расходимости, благодаря вершинным адрон-кварковым формфакторам, которые описывают нелокальную структуру адронов. Ковариантная модель кварков содержит несколько свободных параметров: массы конституэнтных кварков, параметр инфракрасного обрезания, который характеризует область конфайнмента, и параметры, которые описывают эффективный размер адронов.

В данной диссертационной работе также изучаются нелептонные распады $B_S \rightarrow D_S^- D_S^+$, $D_S^{*-} D_S^+ + D_S^- D_S^{*+}$, и $B_S \rightarrow D_S^{*-} D_S^{*+}$ мезонов с b и c переходами. Этот переход определяется через матрицы Кабиббо-Кобаяши-Маскава (ККМ). Изучение физики тяжелых кварков дает уникальную возможность определить элементы матрицы ККМ. Такие исследования также позволяют продвинуться в понимании происхождения ароматов кварков и механизмов нарушения CP -симметрии. Кроме того, одной из основных целей экспериментов в физике тяжелых кварков является поиск проявлений новой физики за пределами стандартной модели [99]. Предметом изучения являются тяжелые адроны, которые состоят из b или c кварков и их слабые распады. Следует отметить, что последний наиболее тяжёлый кварк t распадается слишком быстро, чтобы участвовать в формировании достаточно стабильных адронов. В последнее время стали возможны измерения нарушения CP -симметрии в системе $B_S - \bar{B}_S$ в зависимости от времени. Благодаря этим измерениям, большое внимание, как со стороны теоретиков, так и экспериментаторов, привлёк распад $B \rightarrow J/\psi \phi$ [100, 101].

Основной идеей теоретических исследований в области тяжелых кварков является отделение вклада малых расстояний, описание которых возможно в рамках пертурбативной квантовой хромодинамики (КХД), от вкладов больших расстояний, для описания которых необходимо привлекать непертурбативные методы. Наиболее популярным и простым методом является так называемая *наивная* факторизация, основанная на выводе эффективных слабых

гамильтонианов, которые описывают слабые переходы кварков и лептонов. Эффективные гамильтонианы слабых взаимодействий представляют собой набор локальных кварк-кварковых и кварк-лептонных операторов, умноженных на так называемые коэффициенты Вильсона [102]. Коэффициенты Вильсона характеризуют динамику малых расстояний и могут быть оценены пертурбативными методами с помощью операторных разложений. При вычислении матричных элементов локальных операторов между начальными и конечными состояниями требуется использовать непертурбативные методы. При этом, необходимо знать, каким образом адроны построены из кварков. Технически, любой матричный элемент локального оператора может быть выражен через набор лоренцевых структур, умноженных на скалярные функции, которые зависят от кинематических переменных. Данные скалярные функции называются формфакторами.

Помимо наивной факторизации существуют более продвинутое методы отделения вкладов малых и больших расстояний. Это так называемая КХД факторизация и эффективная теория SCET (Soft-Collinear Effective Theory). Эти подходы выводят теоремы факторизации, которые позволяют дать систематическое описание того или иного процесса в терминах "мягких" и "жестких" матричных элементов [103–106].

Существует достаточно много теоретических подходов для вычисления необходимых адронных формфакторов. Упомянем некоторые из них. Считается, что наиболее модельно-независимым подходом является подход правил сумм КХД на световом конусе [107, 108]. В рамках правил сумм на световом конусе можно вычислить формфакторы лишь в области достаточно малых переданных импульсов (или больших отдач). Вычисленные формфакторы затем экстраполируются в область больших переданных импульсов (или малых отдач) с помощью полюсных аппроксимаций. В [109] был разработан систематический подход для описания редких распадов $B \rightarrow K^* l^+ l^-$ в области малых отдач с помощью эффективной теорией тяжелых кварков. Подробный анализ распадов с малой отдачей с использованием данного подхода позднее был проделан в работе [110, 111].

Приведем несколько модельных подходов для вычисления формфакторов, основанных на иных принципах, нежели подход правил сумм на световом конусе. Это-:

- уравнения Дайсона-Швингера в КХД [112];
- модель конституэнтных кварков с использованием дисперсионных соотношений [113, 114];
- релятивистская кварковая модель с использованием потенциалов [115];
- релятивистская потенциальная модель КХД [116, 117];
- правила сумм КХД [118, 119];

Следует подчеркнуть, что в рамках ковариантной кварковой модели адронные формфакторы могут быть вычислены во всей кинематической области импульсных переменных.

В [120] в рамках ковариантной кварковой модели с инфракрасным конфайнментом вычислены ширины нелептонных распадов

$B_S \rightarrow D_S^- D_S^+$, $D_S^{*-} D_S^+ + D_S^- D_S^{*+}$, и $B_S \rightarrow D_S^{*-} D_S^{*+}$. Эти моды дают основной вклад в величину $\Delta\Gamma$ в $B_S - \bar{B}_S$ системе. Был также проанализирован распад $B_S \rightarrow J/\psi \phi$, который подавлен по цвету. Однако, данный распад важен для поиска возможных проявлений новой физики, приводящих к CP -нарушению в $B_S - \bar{B}_S$ системе.

Целью данной работы является исследование кварковой структуры и механизма формирования связанного состояния $X(3872)$ мезона, определение ширины его радиационного распада и других характеристик. Расчёт формфакторов $B(B_S) \rightarrow P(V)$ переходов во всей кинетической области квадрата переданного импульса, вычисление ширин нелептонных распадов следующих мезонов $B_S \rightarrow D_S^- D_S^+$, $D_S^{*-} D_S^+ + D_S^- D_S^{*+}$ и $B_S \rightarrow D_S^{*-} D_S^{*+}$ в рамках релятивистской кварковой модели с инфракрасным конфайнментом.

Задачи исследования:

- разработать модель позволяющую на единой основе описывать, как простейшие $q - \bar{q}$ - мезоны, так и более сложные многокварковые состояния, такие как барионы (три кварка), тетракварки (четыре кварка) и т.д

- вычислить ширины распадов: $X \rightarrow J/\psi + 2\pi(3\pi)$ и $X \rightarrow D^0 + \bar{D}^0 + \pi^0$, идущие через промежуточные состояния $\rho(\omega)$ и D мезонов; вычислить матричный элемент радиационного распада $X \rightarrow J/\psi + \gamma$ и доказать его калибровочную инвариантность; вычислить формфакторы $B(B_S) \rightarrow P(V)$ переходов во всей кинетической области квадрата переданного импульса.

- рассчитать ширины нелептонных распадов $B_S \rightarrow D_S^- D_S^+$, $D_S^{*-} D_S^+ + D_S^- D_S^{*+}$ и $B_S \rightarrow D_S^{*-} D_S^{*+}$. Эти моды дают основной вклад в величину $\Delta\Gamma$ в $B_S - \bar{B}_S$ системе.

- провести анализ распада $B_S \rightarrow J/\psi \phi$, который подавлен по цвету. Данный распад важен для поиска возможных проявлений новой физики, приводящих к CP -нарушению в $B_S - \bar{B}_S$ системе.

Объектом исследования является $X(3872)$ – мезон как связанное состояние четырех кварков – тетракварков и B_S - мезон.

Предметом исследования является тяжелые и экзотические мезоны, которые состоят из $(c\bar{c})$ и $(u\bar{d})$ кварков и их слабые распады.

Методы исследования являются теоретическими. В качестве теоретической основы использована ковариантная модель кварков. Ковариантная модель кварков является эффективным квантополевым подходом к описанию свойств адронов как при высоких, так и при низких энергиях. Данный подход применяется для описания свойств связанных состояний как из двух, так и из большего числа кварков.

Отличительной особенностью данного подхода является то, что многокварковые состояния, такие как барионы (три кварка), тетракварки

(четыре кварка) и т.д., могут быть рассмотрены и описаны на том же уровне строгости, как и простейшие кварк-антикварковые системы (мезоны).

Научная новизна диссертационной работы заключается в следующем:

- Впервые ковариантная кварковая модель с инфракрасным конфайнментом была применена для описания четырехкваркового связанного состояния.

- Впервые для четырехкваркового связанного состояния введено электромагнитное взаимодействие с помощью Р-экспоненты Мандельстама обеспечивающей калибровочную инвариантность. В рамках данного подхода вычислен однофотонный переход экзотического $X(3872)$ – мезона. Показано, что данный переход характеризуется двумя независимыми Лоренц – структурами, соответствующими E1 и M1 переходам. Также вычислены ширины распада $X \rightarrow \gamma + J/\psi$ и продольные/поперечные составляющие J/ψ - мезона в этом распаде.

- Впервые на основе вычисления ширины сильных распадов экзотического мезона $X \rightarrow J/\psi + 2\pi(3\pi)$ и $X \rightarrow \bar{D}^0 + D^0 + \pi^0$ показано, что $X(3872)$ – мезон может являться четырехкварковым связанным состоянием.

- Впервые были вычислены формфакторы $B(B_S) \rightarrow P(V)$ переходов во всей кинематической области квадрата переданного импульса. Были вычислены ширины нелептонных распадов $B_S \rightarrow D_S^- D_S^+$, $D_S^{*-} D_S^+ + D_S^- D_S^{*+}$, и $B_S \rightarrow D_S^{*-} D_S^{*+}$.

Достоверность полученных результатов подтверждается тем, что их часть была опубликована в журналах Physical Review D, это означает, что результаты были рецензированы ведущими научными учёными мира.

Теоретическая и практическая значимость работы.

В настоящий момент в большом адронном коллайдере (CERN) и в теватроне (Fermilab, USA) экспериментально изучены механизм образования и распады адронов, т.е. переход от кварковой к адронной фазе. Также функционируют крупные международные совместные научные проекты как: BaBar [3, p.8], Belle [1, p.8], CDF [4, p.8] и DØ [5, p.8]. В этих экспериментах, в основном, изучаются распады тяжелых В-мезонов и экзотических состояний. Их изучение может привести к открытию новой физики, лежащей за пределами стандартной модели. Для описания экспериментальных результатов полученных, как при высоких, так и при низких энергиях используются многочисленные теоретические подходы. Однако, эти подходы, в основном, посвящены описанию лишь узкого круга событий. Описание единым образом этих процессов представляет большой теоретический интерес. Такого рода исследования дают возможность глубже понять структуру и механизм взаимодействия фундаментальных составляющих частиц микромира.

$X(3872)$ мезон занимает уникальное место среди экзотических состояний. На данный момент $X(3872)$ мезон широко изучается и требует всё более глубоких экспериментальных исследований. Узкий резонанс $X(3872)$, схожий по свойствам с чармонием, был открыт в 2003 году коллаборацией Belle [1, p.8]

в реакции $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^- J/\psi$. Данный резонанс распадается на $\pi^+ \pi^- J/\psi$ и имеет массу $m_X = 3872.0 \pm 0.6(\text{stat}) \pm 0.5(\text{cist}) \text{ МэВ}$, которая близка к порогу рождения D и D^* мезонов: $M_{D^0} + M_{D^{*0}} = 3871.81 \pm 0.25 \text{ МэВ}$ [2, p.8]. Было найдено, что его ширина меньше 2.3 МэВ на 90% уровне достоверности. Это состояние вскоре было подтверждено коллаборацией BaBar [3, p.8] и в $p\bar{p}$ -столкновениях в лаборатории Ферми на теватроне в экспериментах CDF [4, p.8] и DØ [5, p.8].

Казахстанские теоретики также проводят интенсивные исследования по этим направлениям и тесно сотрудничают с учеными крупных научных центров, а полученные результаты вполне конкурентно способны на международном уровне. Об этом свидетельствуют научные публикации в международных журналах с высокими импакт-факторами, и, тем самым, подтверждают высокий научно-технический уровень данной диссертационной работы.

Основные положения, выносимые на защиту

1) Выполнен независимый анализ свойств X -мезона в предположении, что данное состояние является тетракварком.

2) В качестве теоретической основы предложена релятивистская модель конституэнтных кварков с учётом их конфайнмента. В дальнейшем используется более короткое название для этого подхода – ковариантная кварковая модель, которая больше отражает её суть, поскольку данная модель построена на основе квантовой теории поля с рождением частиц.

3) В рамках этого подхода был детально проанализирован радиационный распад $X \rightarrow \gamma + J/\psi$. Был вычислен матричный элемент данного перехода и доказана его калибровочная инвариантность. Затем была вычислена ширина данного распада и найдено согласие с экспериментальными данными.

4) В рамках ковариантной кварковой модели с инфракрасным конфайнментом вычислены формфакторы $B(B_S) \rightarrow P(V)$ переходов во всей кинематической области квадрата переданного импульса. В качестве применения полученных результатов, вычислены ширины нелептонных распадов $B_S \rightarrow D_S^- D_S^+$, $D_S^{*-} D_S^+ + D_S^- D_S^{*+}$, и $B_S \rightarrow D_S^{*-} D_S^{*+}$.

Связь диссертационной работы с научно-исследовательскими международными и государственными программами

Исследование свойств $X(3872)$ мезона широко проводится во всем мире. Значительные успехи были достигнуты физиками-теоретиками в крупных международных центрах, таких как CERN, JINR. А также в институтах США, России и других стран.

Диссертационная работа основана на работах, выполненных автором в рамках НИР:

1) «Исследование механизма возникновения структур в открытых системах» программы фундаментальных исследований МОН РК № госрегистрации 0106РК00299 (2006-2008 гг.).

2) «Исследование по квантовой хромодинамике» программы фундаментальных исследований МОН РК № госрегистрации 0106РК00300 (2006-2008 гг.).

3) «Исследование механизма образования малотельных квантовых структур в открытых системах» программы фундаментальных исследований МОН РК № госрегистрации 0109РК00868 (2009-2011 гг.).

4) «Исследования механизма адронизации кварков при высоких энергиях с учетом релятивистских эффектов» программы фундаментальных исследований МОН РК 1123/ГФ № госрегистрации 0112РК01003 (2012-2014).

Апробация диссертационной работы.

Материалы диссертационной работы были доложены на следующих международных и республиканских конференциях:

- 60-ая научная конференция студентов и молодых ученых «Молодежь и наука: творчество и инновации» (Алматы, 2006);

- 6-ая Международная научная конференция «Современные достижения физики и фундаментальное физическое образование» (Алматы, 2009);

- Международная научная конференция студентов и молодых ученых: «МИР НАУКИ» (Алматы, 2010);

- International conference “Quark Confinement and the Hadron Spectrum” (Madrid, 2010);

- Международная конференция студентов и молодых ученых: «МИР НАУКИ» (Алматы, 2011);

- The 5th joint International HADRON STRUCTURE '11 Conference (Slovak Republic, 2011)

- Международная конференция студентов и молодых ученых: «МИР НАУКИ» (Алматы, 2012);

- 9-й Международный семинар «Ядерное общество Казахстана» (Алматы, 2012).

- Международная научная конференция, посвященная 75-летию академика НАН РК Абдильдина Мейрхана Мубараковича «АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКИ» (Алматы, 2013).

Также неоднократно докладывались на семинарах кафедры теоретической и ядерной физики КазНУ им. аль-Фараби и в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова ОИЯИ.

Публикации. По материалам диссертации опубликованы 22 печатных работ (14 статей и 8 тезисов), из них 3 статьи опубликованы в изданиях, входящих в базу данных Thomson Reuters, 1- научный обзор в ЭЧАЯ, 10- в журнале входящим в перечень, рекомендуемый ККСОН МОН РК, 7 тезисов опубликованы в материалах международных конференций, в том числе 1 дальнего зарубежья.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти разделов, заключения, списка использованных источников и приложения. Объем диссертации – 107 страниц, содержащие 24 рисунков и 6 таблиц. Список использованных источников содержит 155 наименований.

В первом разделе, дано краткое описание теоретических положений,

лежащих в основе ковариантной кварковой модели. Отправной точкой является релятивистский – инвариантный лагранжиан, описывающий взаимодействие некоторого адрона с его составляющими кварками. При этом адронное состояние описывается полем $H(x)$, удовлетворяющим соответствующему свободному уравнению движения, а кварковая часть представляет собой интерполирующий кварковый ток $J_H(x)$ с квантовыми числами данного адрона.

Ковариантная модель кварков позволяет на единой основе описывать как простейшие $q - \bar{q}$ -мезоны, так и более сложные многокварковые состояния. В качестве примера приведён интерполирующий 3-х кварковый ток с квантовыми числами протона. Для исследования свойств $X(3872)$ как тетракварка с квантовыми числами $J^{PC} = 1^{++}$, использовался ток, предложенный в работе [46, p.10]: $[cq]_{s=0}[\bar{c}\bar{q}]_{s=1} + [cq]_{s=1}[\bar{c}\bar{q}]_{s=0}$, ($q = u, d$).

Подробно изложен способ введения конфайнмента в развиваемую модель, т.е. способ устранения пороговых сингулярностей, соответствующих рождению кварков. Пороговые сингулярности возникают вследствие того, что используются свободные пропагаторы кварков при построении фейнмановских диаграмм, описывающих те или иные матричные элементы физических процессов. Следует отметить, что в ковариантной модели кварков ультрафиолетовые расходимости отсутствуют благодаря вершинным функциям, быстро убывающим в евклидовой области. Таким образом, инфракрасное обрезание удаляет все возможные пороговые сингулярности, которые в нашем случае связаны с рождением кварков. Это означает, что инфракрасное обрезание эффективно обеспечивает конфайнмент кварков. Механизм инфракрасного обрезания для обеспечения конфайнмента кварков также применялся в моделях Намбу-Йона-Лазинио [121, 122], однако он использовался лишь для простейших однопетлевых кварковых диаграмм. Метод, который используется в ковариантной кварковой модели, является общим и может быть применён к кварковой диаграмме с любым количеством пропагаторов и петель. Параметр инфракрасного обрезания λ является единым для всех физических процессов.

Во втором разделе, подробно обсуждено введение электромагнитного взаимодействия в развиваемом подходе. Эта задача является нетривиальной ввиду нелокальности адрон – кваркового взаимодействия. Решается путем использования известного метода P -экспоненты, предложенного в [123, 124]. Данный метод активно использовался в нелокальной киральной кварковой модели [125].

Получены явные представления для лагранжиана, описывающего адрон-фотон-кварковое взаимодействие, линейное по электромагнитному полю. Показано выполнение калибровочной инвариантности на примере вычисления матричного элемента перехода $V \rightarrow \gamma$, где V есть векторный мезон. Матричный элемент перехода $V \rightarrow \gamma$, вычисленный вне массовой поверхности, удовлетворяет условию калибровочной инвариантности $p_\nu M_{V \rightarrow \gamma}^{\mu\nu}(p) = 0$. Данный

переход описывается двумя диаграммами. Хотя каждая по отдельности диаграмма не является калибровочно-инвариантной, в сумме происходит сокращение калибровочно-неинвариантных частей и восстанавливается калибровочная инвариантность.

Определено число свободных параметров в ковариантной кварковой модели в случае мезонов, рассматриваемых как кварк-антикварковые состояния. Для данного мезона H_i имеется константа связи g_{H_i} , параметр Λ_{H_i} , две из возможных четырёх величин конституэнтных масс кварков m_{q_i} ($m_u = m_d, m_s, m_c, m_b$) и универсальный параметр инфракрасного обрезания (конфайнмента) λ . Легко посчитать, что в случае n_H мезонов имеется $2n_H + 5$ свободных параметров. Условие связности накладывает n_H ограничений на число модельных параметров. Данное условие может быть использовано, чтобы исключить константу связи g_H из числа свободных параметров. Остальные $n_H + 5$ параметров определяются с помощью фитирования по экспериментальным данным. Прежде всего, включаем в число величин для фитирования лептонные константы распадов псевдоскалярных и векторных мезонов.

Численные значения свободных параметров модели определены путем фита методом наименьших квадратов величин лептонных констант распадов и ширин основных радиационных распадов к их экспериментальным значениям.

В третьем разделе, даны некоторые детали экспериментальных исследований чармония. Новая эра физики чармония началась в 2002 г. За последние десять лет обнаружено более десяти новых состояний, содержащих $c\bar{c}$ -пару. Эти открытия стали возможны в основном благодаря огромной интегральной светимости, набранной в экспериментах BaBar [3, p.8] и Belle [1, p.8] на В-фабриках – асимметричных e^+e^- - коллайдерах, работающих при энергии в системе центра масс пучков, близкой к 10 ГэВ. Использование различных механизмов рождения чармония позволило превратить эти установки, созданные для исследования CP-нарушения в В-мезонах, в мощные фабрики чармония.

Также кратко описаны экспериментальное открытие, определение квантовых чисел экзотического $X(3872)$ – мезона и его интерпретации и их проверки. Узкое состояние, названное $X(3872)$ - мезоном, было открыто коллаборацией Belle в 2003 г. в распадах $B^+ \rightarrow K^+ J/\psi \pi^+ \pi^-$. Открытие $X(3872)$ – мезона вскоре было подтверждено коллаборациями CDF [4, p.8] и D0 [5, p.8] в инклюзивном рождении в $p\bar{p}$ -взаимодействиях.

В четвертом разделе, изучены сильные и однофотонные распады $X(3872)$ - мезона, рассматриваемого как связанное состояние из четырех кварков. Вычислены ширины сильных и радиационных распадов в рамках развиваемого подхода. Вначале вычислены матричные элементы переходов $X \rightarrow J/\psi + \rho(\omega)$ и $X \rightarrow D + \bar{D}^*$. Поскольку в обоих случаях масса $X(3872)$ находится очень близко к соответствующим кинематическим порогам, векторные мезоны ρ, ω и

D^* мезоны должны рассматриваться вне их массовой поверхности. Вычислены матричные элементы перехода $X_u \rightarrow J/\psi + \rho(\omega)$. Используя матричные элементы для распада $X \rightarrow J/\psi + \rho(\omega)$, вычислены ширины распадов $X \rightarrow J/\psi + 2\pi(3\pi)$, в предположении, что они идут через промежуточные $\rho(\omega)$ резонансы. Использовано приближение узких резонансов, которое достаточно оправдано в данном случае, поскольку ширины $\rho(\omega)$ резонансов значительно меньше их масс.

Определены дифференциальные сечения реакции $X \rightarrow J/\psi + n\pi$, при этом существенным моментом является пренебрежение корреляционными поляризациями.

В пятом разделе, учитывая тот факт, что все модельные параметры зафиксированы, вычислены формфакторы, описывающие переходы тяжелых $B(B_s)$ мезонов в лёгкие мезоны, например, $B, B_s \rightarrow \pi, K, \rho, K^*, \phi$. Эти величины, представляют большой интерес из-за необходимости их знания при описании полуплептонных, нелептонных и редких распадов B и B_s мезонов.

В качестве применения полученных результатов, были вычислены ширины нелептонных распадов $B_S \rightarrow D_S^- D_S^+$, $D_S^{*-} D_S^+ + D_S^- D_S^{*+}$, и $B_S \rightarrow D_S^{*-} D_S^{*+}$. Эти моды дают основной вклад в величину $\Delta\Gamma$ в $B_S - \bar{B}_S$ системе. Был также проанализирован распад $B_S \rightarrow J/\psi \phi$, который подавлен по цвету. Однако, данный распад важен для поиска возможных проявлений новой физики, приводящих к CP -нарушению в $B_S - \bar{B}_S$ системе.

В заключение выражаю глубокую благодарность научным руководителям профессору Минал Динейхан за постановку задачи, постоянное внимание и помощь в работе, профессору Иванову М.А. за ценные советы и теплый прием в Объединенном институте ядерных исследований, в лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова и доценту Жаугашевой С.А. за поддержку и помощь в работе.

Считаю своим приятным долгом выразить благодарность профессорско-преподавательскому составу кафедры теоретической и ядерной физики физико-технического факультета КазНУ им. аль-Фараби.

1 КОВАРИАНТНАЯ МОДЕЛЬ КВАРКОВ

1.1 Лагранжиан кварк-адронного взаимодействия

В этом разделе описаны краткие теоретические предпосылки, лежащие в основе ковариантной кварковой модели. Отправной точкой является релятивистский – инвариантный лагранжиан, описывающий взаимодействие некоторого адрона с его составляющими кварками. При этом адронное состояние описывается полем $H(x)$, удовлетворяющим соответствующему свободному уравнению движения, а кварковая часть представляет собой интерполирующий кварковый ток $J_H(x)$ с квантовыми числами данного адрона

$$L_{\text{int}}(x) = g_H H(x) \cdot J_H(x) + h.c. \quad (9)$$

Отметим, что в случае тождественных частиц, т.е. когда античастица совпадает с частицей (π^0 - мезон, ϕ - мезон, и т.п.), эрмитово – сопряжённая часть совпадает с первоначальным лагранжианом и поэтому, её нужно опустить. В случае простейших кварк – антикварковых состояний (мезонов) интерполирующий кварковый ток записывается в виде:

$$J_M(x) = \int dx_1 \int dx_2 F_M(x; x_1, x_2) \bar{q}_2(x_2) \Gamma_M q_1(x_1) \quad (10)$$

Здесь Γ_M -матрица Дирака, обеспечивающая нужные квантовые числа для мезона: I -скаляр, $i\gamma^5$ -псевдоскаляр, γ^μ -вектор, $\gamma^\mu\gamma^5$ -аксиал, $\sigma^{\nu\mu} = (i/2)(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu)$ - тензор. Вершинная функция F_M эффективно описывает распределение кварков внутри мезона. В принципе она может быть связана с амплитудой Бете – Солпитера, но на данном этапе будем считать её феноменологической функцией. Из требования трансляционной инвариантности следует, что эта функция должна удовлетворять соотношению $F_M(x+a; x_1+a, x_2+a) = F_M(x; x_1, x_2)$, где a -произвольный 4-х вектор. Выбираем следующую форму для функции F_M , удовлетворяющую данному условию:

$$F_M(x; x_1, x_2) = \delta(x - x_1\omega_1 - x_2\omega_2) \Phi_M((x_1 - x_2)^2), \quad (11)$$

где $\omega_i = m_{q_i} / (m_{q_1} + m_{q_2})$. Данный выбор соответствует выделению системы центра масс двух кварков и умножению на функцию Φ_M , зависящей лишь от квадрата относительной координаты. От функции Φ_M требуется достаточно быстрое убывание её Фурье - образа в евклидовой области.

Ковариантная модель кварков позволяет на единой основе описывать как простейшие $q - \bar{q}$ -мезоны, так и более сложные многокварковые состояния.

В качестве примера приведём интерполирующий 3-х кварковый ток с квантовыми числами протона:

$$J_p(x) = \int dx_1 \int dx_2 \int dx_3 F_N(x; x_1, x_2, x_3) J_{3q}^{(p)}(x_1, x_2, x_3), \quad (12)$$

$$J_{3q}^{(p)}(x_1, x_2, x_3) = \Gamma^A \gamma^5 d_{a_1}(x_1) \cdot [\varepsilon_{a_1 a_2 a_3} u_{a_2}(x_2) C \Gamma_A u_{a_3}(x_3)],$$

$$\bar{J}_p(x) = \int dx_1 \int dx_2 \int dx_3 F_N(x; x_1, x_2, x_3) \bar{J}_{3q}^{(p)}(x_1, x_2, x_3),$$

$$\bar{J}_{3q}^{(p)}(x_1, x_2, x_3) = [\varepsilon_{a_1 a_2 a_3} \bar{u}_{a_3}(x_3) \Gamma_A C \bar{u}_{a_2}(x_2)] \cdot \bar{d}_{a_1}(x_1) \gamma^5 \Gamma^A,$$

где матрица $C = \gamma^0 \gamma^2$ связана с матрицей зарядового сопряжения для фермионов $i\gamma^0 \gamma^2$. Для удобства вычислений опускаем "i". Матрица C обладает следующими свойствами:

$$C = C^+ = C^{-1} = -C^T, \quad C \Gamma C^{-1} = \pm \Gamma, \quad \left("+" \rightarrow S, P, A \quad "-" \rightarrow V, T \right). \quad (13)$$

Индексы a_i , $i=1,2,3$, являются индексами цветной группы $SU_c(3)$. Для протона имеются два независимых тока: $\Gamma^A \otimes \Gamma_A = \gamma^\alpha \otimes \gamma_\alpha$ (векторный ток) и $\Gamma^A \otimes \Gamma_A = \sigma^{\alpha\beta} \otimes \sigma_{\alpha\beta}$ (тензорный ток). Вершинная функция F_N выбирается в форме, аналогичной случаю мезонов:

$$F_N(x; x_1, x_2, x_3) = \delta^{(4)} \left(x - \sum_{i=1}^3 \omega_i x_i \right) \Phi_N \left(\sum_{i<j} (x_i - x_j)^2 \right), \quad (14)$$

где $\omega_i = m_i / (m_1 + m_2 + m_3)$ так, что $\sum_{i=1}^3 \omega_i = 1$. Физика, как лёгких нуклонов, так и тяжёлых барионов была подробно исследована в работах [72–83, p.11].

Для исследований свойств $X(3872)$ как тетракварка с квантовыми числами $J^{PC} = 1^{++}$, воспользуемся выбором тока, предложенного в работе [46, p.10]:

$$[cq]_{s=0} [\bar{c}\bar{q}]_{s=1} + [cq]_{s=1} [\bar{c}\bar{q}]_{s=0}, \quad (q = u, d). \quad (15)$$

Нелокальная версия этого 4-х кваркового интерполирующего тока выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}
J_{X_q}^\mu(x) = & \int dx_1 \dots \int dx_4 \delta \left(x - \sum_{i=1}^4 \omega_i x_i \right) \Phi_X \left(\sum_{i < j} (x_i - x_j)^2 \right) \frac{1}{\sqrt{2}} \varepsilon_{abc} \varepsilon_{dec} \times \\
& \times \left\{ \left[q_a(x_4) C \gamma^5 c_b(x_1) \right] \left[\bar{q}_d(x_3) \gamma^\mu C \bar{c}_e(x_2) \right] + \right. \\
& \left. + \left[q_a(x_4) C \gamma^\mu c_b(x_1) \right] \left[\bar{q}_d(x_3) \gamma^5 C \bar{c}_e(x_2) \right] \right\}, \tag{16}
\end{aligned}$$

где

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_c = \frac{m_c}{2(m_q + m_c)},$$

$$\omega_3 = \omega_4 = \omega_q = \frac{m_q}{2(m_q + m_c)}.$$

Нумерация координат x_i выбрана таким образом, чтобы получить удобную расстановку пропагаторов и вершин в диаграммах Фейнмана.

Эффективный лагранжиан, описывающий связь X_q -мезона с его конститuentами имеет вид:

$$L_{\text{int}} = g_X X_{q\mu}(x) \cdot J_{X_q}^\mu(x), \quad (q = u, d). \tag{17}$$

Состояние X_u нарушает изоспиновую симметрию максимальным образом:

$$X_u = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \underbrace{\frac{X_u + X_d}{\sqrt{2}}}_{I=0} + \underbrace{\frac{X_u - X_d}{\sqrt{2}}}_{I=1} \right\}. \tag{18}$$

Следуя предложению авторов работы [46, p.10], будем считать физическими состояниями суперпозицию X_u и X_d состояний:

$$X_l \equiv X_{\text{low}} = X_u \cos\theta + X_d \sin\theta, \quad X_h \equiv X_{\text{high}} = -X_u \sin\theta + X_d \cos\theta. \tag{19}$$

Угол смешивания θ может быть определён из фита брэнчингов в уравнении (2).

1.2 Определение константы связи адрона из условия связанности

В этом разделе константы связи g_H в уравнении (9) и (17) определяются из условия связанности $Z_H = 0$, предложенному в работах [96, 97, p.12] и в дальнейшем используемому во многих разделах физики частиц [98, p.12]. Здесь Z_H константа перенормировки волновой функции адрона. Условие связанности означает, что константа перенормировки адронного поля Z_H , появившейся в результате взаимодействия с его конститuentами должна быть положена равной нулю $Z_H = 0$. В случае простейшего скалярного (псевдоскалярного) бесспинового поля данное условие записывается в виде:

$$Z_M = 1 - g_M^2 \Pi'_M(m_M^2) = 0, \quad (20)$$

где $\Pi'_M(m_M^2)$ есть производная массового оператора, соответствующего в лидирующем по $1/N_c$ - разложению собственной энергетической диаграмме на рисунке 1.

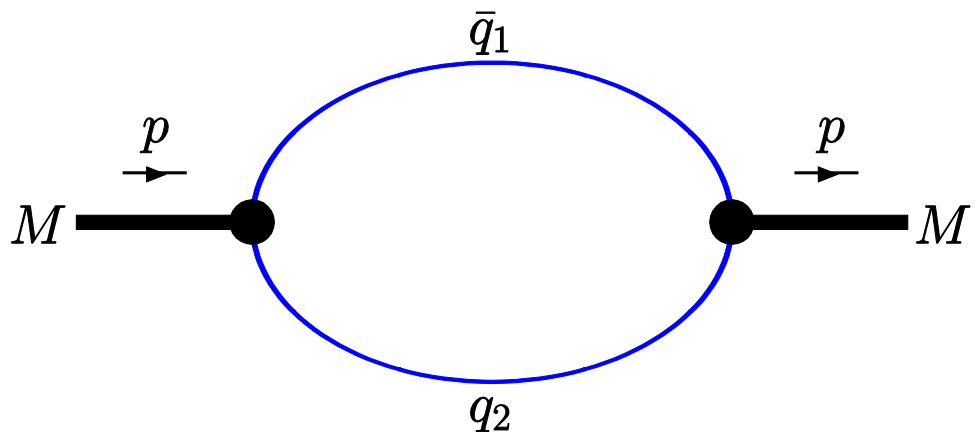


Рисунок 1 – Собственная энергетическая диаграмма адрона, состоящего из кварка и антикварка

Чтобы пояснить физический смысл условия связанности, напомним, что константа перенормировки Z_M также имеет смысл как величина квадрата матричного элемента между физическим ("одетым") и соответствующим затравочным ("голым") состоянием. Если $Z_M = 0$, то это означает, что физическое состояние не содержится в "голом" состоянии и, поэтому, является связанным состоянием из его конститuentов. Другими словами, в исходном лагранжиане содержатся как конститuentы (кварки), так и адронные состояния, все рассматриваются как элементарные частицы. В результате их взаимодействия, описываемого соответствующим лагранжианом взаимодействия (9), происходит процесс "одевания" голых адронных

состояний, в результате которого перенормируется их массы и волновые функции. Условие $Z_M = 0$ означает, что, во-первых, адронные состояния предстают как связанные состояния, и, во-вторых, кварковые степени свободы исключаются из пространства физических состояний, гарантируя тем самым отсутствие двойного счёта. Конституэнты (кварки) могут находиться только в виртуальном состоянии. Одним из важных следствий условия связанности является отсутствие прямого взаимодействия одетых заряженных частиц с электромагнитным полем. Начальный лагранжиан допускает взаимодействие, как кварков, так и элементарных адронных состояний с электромагнитным полем, которое вводится на основе стандартной минимальной замены. С учётом сильного и электромагнитного взаимодействия электромагнитный формфактор заряженной частицы описывается набором трёх диаграмм: 1) диаграмма-дерево, описывающая непосредственное взаимодействие адронного состояния с электромагнитным полем, 2) та же диаграмма, но с учётом сильных собственно энергетических вставок (рисунок 1) во внешние концы диаграммы, 3) треугольная диаграмма, в которой фотон взаимодействует с виртуальным кварком. Сумма двух первых диаграмм равна вкладу диаграмме-дереву, помноженному на фактор Z_M , т.е. исчезает в силу условия связанности. Кроме того, вклад оставшейся треугольной диаграммы равен в точности единице при нулевом значении 4-х импульса фотона, что соответствует правильной нормировке формфактора заряженной частицы.

В случае частиц со спином 1 (векторные и аксиальные мезоны) массовый оператор имеет две независимые лоренц - структуры:

$$\Pi_{S=1}^{\mu\nu}(p) = g^{\mu\nu}\Pi_{S=1}(p^2) + p^\mu p^\nu \Pi_{S=1}^{(1)}(p^2) \quad (21)$$

Второе слагаемое не играет роли, если частица находится на массовой поверхности. Поэтому роль массового оператора в условии связанности играет скалярная часть $\Pi_{S=1}^{\mu\nu}(p^2)$, которая с помощью проекционного оператора может быть получена из $\Pi_{S=1}^{\mu\nu}(p)$:

$$\Pi_{S=1}(p^2) = \frac{1}{3} \left(g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} \right) \Pi_{S=1}^{\mu\nu}(p) \quad (22)$$

В данной диссертации в основном рассматриваем псевдоскалярные и векторные мезоны. В этом случае производные соответствующих массовых операторов могут быть представлены в виде:

$$\begin{aligned}
\Pi'_P(p^2) &= \frac{1}{2p^2} p^\alpha N_c \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_P^2(-k^2) \times \\
&\times \text{tr} \left[\gamma^5 S_1(k + \omega_1 p) \gamma^5 S_2(k - \omega_2 p) \right] = \\
&= \frac{1}{2p^2} N_c \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_P^2(-k^2) \times \\
&\times \left\{ \omega_1 \times \text{tr} \left[\gamma^5 S_1(k + \omega_1 p) \not{p} S_1(k + \omega_1 p) \gamma^5 S_2(k - \omega_2 p) \right] - \right. \\
&\left. - \omega_2 \times \text{tr} \left[\gamma^5 S_1(k + \omega_1 p) \gamma^5 S_2(k - \omega_2 p) \not{p} S_2(k - \omega_2 p) \right] \right\},
\end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}
\Pi'_V(p^2) &= \frac{1}{3} \left(g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} \right) \frac{1}{2p^2} p^\alpha \frac{d}{dp^\alpha} N_c \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_V^2(-k^2) \times \\
&\times \text{tr} \left[\gamma^\mu S_1(k + \omega_1 p) \gamma^\nu S_2(k - \omega_2 p) \right] = \\
&= \frac{1}{3} \left(g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} \right) \frac{1}{2p^2} N_c \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_V^2(-k^2) \times \\
&\times \left\{ \omega_1 \times \text{tr} \left[\gamma^\mu S_1(k + \omega_1 p) \not{p} S_1(k + \omega_1 p) \gamma^\nu S_2(k - \omega_2 p) \right] - \right. \\
&\left. - \omega_2 \times \text{tr} \left[\gamma^\mu S_1(k + \omega_1 p) \gamma^\nu S_2(k - \omega_2 p) \not{p} S_2(k - \omega_2 p) \right] \right\}.
\end{aligned}$$

где $\Pi'_P(p^2)$, $\Pi'_V(p^2)$ являются массовыми операторами для псевдоскалярных и векторных мезонов, $\tilde{\Phi}_H(-k^2)$ Фурье-образ вершинной функции $\Phi_H\left((x_1 - x_2)^2\right)$, $S_i(k)$ есть свободный пропагатор конституэнтного кварка с массой m_i :

$$S_i(k) = \frac{1}{m_i - \not{k}}. \tag{24}$$

При выводе формулы (23) воспользовались равенствами

$$p^\mu \frac{d}{dp^\mu} f(p^2) = 2p^2 \frac{d}{dp^2} f(p^2) \quad (25)$$

и

$$\frac{d}{dp^\mu} \frac{1}{m-k-p} = \frac{1}{m-k-p} \gamma^\mu \frac{1}{m-k-p}. \quad (26)$$

Для упрощения вычислений будем использовать гауссовую форму для вершинной функции $\tilde{\Phi}_H(-k^2)$:

$$\tilde{\Phi}_H(-k^2) = \exp(k^2 / \Lambda_H^2), \quad (27)$$

где параметр Λ_H характеризует размер соответствующего связанного состояния H . Поскольку k^2 переходит в $-k_E^2$ в евклидовом пространстве, функция в уравнении (27) быстро убывает при $k_E^2 \rightarrow \infty$, обеспечивая ультрафиолетовую сходимость фейнмановских диаграмм.

1.3 Вычисление собственно энергетической диаграммы тетракваркового состояния

В данном разделе рассмотрим 4-х кварковое состояние. В случае 4-х кваркового состояния массовый оператор определяется 3-х петлевой диаграммой, изображённой на рисунке 2.

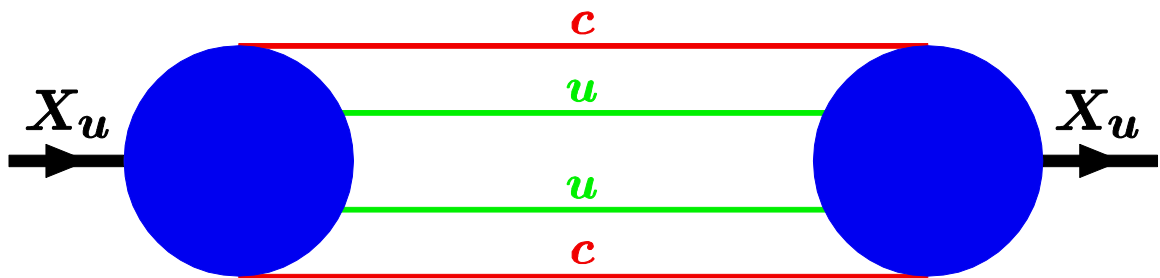


Рисунок 2 - Собственно энергетическая диаграмма X_u - мезона.

При вычислении понадобится Фурье-образ вершинной функции X -мезона $\Phi_X \left(\sum_{i < j} (x_i - x_j)^2 \right)$ в уравнении (16). Удобнее всего найти Фурье-образ с помощью введения координат Якоби в системе из 4-х кварков:

$$\begin{aligned}
x_1 &= x + \frac{2\omega_2 + \omega_3 + \omega_4}{2\sqrt{2}} \rho_1 - \frac{\omega_3 - \omega_4}{2\sqrt{2}} \rho_2 + \frac{\omega_3 + \omega_4}{2} \rho_3 \equiv x + \sum_{j=1}^3 c_{1j} \rho_j, \\
x_2 &= x - \frac{2\omega_1 + \omega_3 + \omega_4}{2\sqrt{2}} \rho_1 - \frac{\omega_3 - \omega_4}{2\sqrt{2}} \rho_2 + \frac{\omega_3 + \omega_4}{2} \rho_3 \equiv x + \sum_{j=1}^3 c_{2j} \rho_j, \\
x_3 &= x - \frac{\omega_1 - \omega_2}{2\sqrt{2}} \rho_1 + \frac{\omega_1 + \omega_2 + 2\omega_4}{2\sqrt{2}} \rho_2 - \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \rho_3 \equiv x + \sum_{j=1}^3 c_{3j} \rho_j, \\
x_4 &= x - \frac{\omega_1 - \omega_2}{2\sqrt{2}} \rho_1 - \frac{\omega_1 + \omega_2 + 2\omega_3}{2\sqrt{2}} \rho_2 - \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \rho_3 \equiv x + \sum_{j=1}^3 c_{4j} \rho_j,
\end{aligned} \tag{28}$$

здесь

$$x = \sum_{i=1}^4 x_i w_i \quad \text{и} \quad \sum_{1 \leq i < j \leq 4} (x_i - x_j)^2 = \sum_{i=1}^3 \rho_i^2.$$

Тогда

$$\Phi_X \left(\sum_{i < j} (x_i - x_j)^2 \right) = \prod_{i=1}^4 \int \frac{dp_i}{(2\pi)^4} \exp \left(-i \sum_{i=1}^4 p_i x_i \right) \tilde{\Phi}_X(p_1, \dots, p_4), \tag{29}$$

$$\tilde{\Phi}_X(p_1, \dots, p_4) = (2\pi)^4 \delta \left(\sum_{i=1}^4 p_i \right) \bar{\Phi}_X(-\Omega^2),$$

$$\bar{\Phi}_X(-\Omega^2) = \frac{1}{4} \prod_{i=1}^3 \int d\rho_i \exp \left(i \sum_{i=1}^3 \omega_i \rho_i \right) \Phi_X(R^2),$$

где $\Omega^2 = \sum_{i=1}^3 \omega_i^2$ и $R^2 = \sum_{i=1}^3 \rho_i^2$. Координаты Якоби в импульсном пространстве имеют

$$\omega_1 = \frac{p_1 - p_2}{2\sqrt{2}}, \quad \omega_2 = \frac{p_1 + p_2 + 2p_3}{2\sqrt{2}}, \quad \omega_3 = \frac{p_1 + p_2}{2}. \tag{30}$$

Как и в случае обычных 2-х кварковых мезонов, используем гауссову экспоненту для вершинной функции тетракварка:

$$\bar{\Phi}_X(-\Omega^2) = \exp\left(\frac{\Omega^2}{\Lambda_X^2}\right), \quad (31)$$

где параметр Λ_X характеризует размер X -мезона.

С учётом того, что квантовые числа X - мезона есть $J^{PC} = 1^{++}$, производная скалярная часть массового оператора записывается в виде:

$$\begin{aligned} \Pi'_X(p^2) &= \frac{1}{2p^2} p^\alpha \frac{\partial}{\partial p^\alpha} \Pi_X(p^2) = \\ &= \frac{2}{3p^2} \left(g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2}\right) \prod_{i=1}^3 \int \frac{d^4 k_i}{(2\pi)^4 i} \bar{\Phi}_X^2(-K^2) \times \\ &\times \{-\omega_c \text{tr} \times [S_c^{[12]} \not{p} S_c^{[12]} \gamma^5 S_q^{[2]} \gamma^5] \text{tr} \times [S_c^{[3]} \gamma^\mu S_q^{[13]} \gamma^\nu] + \\ &+ \omega_q \text{tr} \times [S_c^{[12]} \gamma^5 S_q^{[2]} \not{p} S_c^{[2]} \gamma^5] \text{tr} \times [S_c^{[3]} \gamma^\nu S_q^{[13]} \gamma^\nu] - \\ &- \omega_c \text{tr} \times [S_c^{[12]} \gamma^5 S_q^{[2]} \gamma^5] \text{tr} \times [S_c^{[3]} \not{p} S_c^{[3]} \gamma^\mu S_q^{[13]} \gamma^\nu] + \\ &+ \omega_q \text{tr} \times [S_c^{[12]} \gamma^5 S_q^{[2]} \gamma^5] \text{tr} \times [S_c^{[3]} \gamma^\nu S_q^{[13]} \not{p} S_q^{[13]} \gamma^\nu]\}, \end{aligned} \quad (32)$$

и использовали сокращённые обозначения:

$$\begin{aligned} S_c^{[12]} &= S_c(k_1 + k_2 - \omega_c p), \quad S_c^{[3]} = S_c(k_3 - \omega_c p), \\ S_q^{[2]} &= S_q(k_2 + \omega_q p), \quad S_q^{[13]} = S_c(k_1 + k_3 + \omega_q p) \end{aligned}$$

$$K^2 = \frac{1}{8}(k_1 + 2k_2)^2 + \frac{1}{8}(k_1 + 2k_3)^2 + \frac{1}{4}k_1^2.$$

1.4 Инфракрасный конфайнмент

В этом пункте изложим способ введения конфайнмента в развиваемую модель, т.е. способ устранения пороговых сингулярностей, соответствующих рождению кварков. Пороговые сингулярности возникают вследствие того, что используем свободные пропагаторы кварков при построении фейнмановских

диаграмм, описывающих те или иные матричные элементы физических процессов.

Рассмотрим произвольную фейнмановскую диаграмму, состоящую из n кварковых пропагаторов S , l петель с импульсными переменными интегрирования k , m вершин с гауссовыми вершинными функциями Φ . В пространстве Минковского данная диаграмма может быть представлена в виде:

$$\Pi(p_1, \dots, p_m) = \int [d^4k] \prod_{i=1}^m \Phi_{i+n}(-K_{i+n}^2) \prod_{i_3=1}^n S_{i_3}(\tilde{k}_{i_3} + \nu_{i_3}), \quad (33)$$

здесь

$$K_{i+n}^2 = \sum_{i_2} (\tilde{k}_{i+n}^{(i_2)} + \nu_{i+n}^{(i_2)})^2,$$

где 4-х вектора \tilde{k}_i являются линейными комбинациями петлевых переменных интегрирования k_i , а вектора ν_i являются линейными комбинациями внешних импульсов. Опустили возможные произведения матриц Дирака, поскольку они не зависят от импульсных переменных. Для простоты все внешние импульсы выбраны входящими в вершины так, что $\sum_{i=1}^m p_i = 0$.

Далее используем представление Фока-Швингера для свободного пропагатора кварка

$$S(k) = (m + k) \int_0^\infty d\beta e^{-\beta(m^2 - k^2)}. \quad (34)$$

Без ограничения общности выбираем вершинные функции в виде гауссовых экспонент:

$$\Phi_{i+n}(-K^2) = \exp[\beta_{i+n} K^2], \quad i = 1, \dots, m, \quad (35)$$

где параметры $\beta_{i+n} = s_i = 1/\Lambda_i^2$ характеризуют размеры адрона. В результате подынтегральное выражение в уравнении (33) приобретает вид гауссовой экспоненты, умноженной на полином степени n по переменным интегрирования, полученный из произведения числителей кварковых пропагаторов. Показатель экспоненты имеет форму $ka^T k + 2kr + R$, где a есть $l \times l$ матрица, составленная из произведения параметров β_i так, что $a^T = a$, вектор r размерности l составлен из внешних импульсов, а R является квадратичной формой из внешних импульсов. Тензорные интегралы по петлевым переменным вычисляются с помощью операции дифференцирования

$$k_i^\mu e^{2kr} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r_{i\nu}} e^{2kr}. \quad (36)$$

Представление (36) позволяет выполнить интегрирование по всем петлевым переменным с помощью перехода к евклидовому пространству $k^0 \rightarrow ik_4 k^2 \rightarrow -k_E^2$

$$\int \left[\frac{d^4 k}{\pi^2 i} \right]^l \exp\{kak + 2kr + R\} = \frac{1}{|a|^2} \exp\{-ra^{-1}r + R\}, \quad (37)$$

где $|a| = \det a$, a^{-1} -обратная матрица. Получившаяся гауссова экспонента может быть "пронесена" через операцию дифференцирования с помощью формулы:

$$\frac{\partial}{\partial r_{i\mu}} e^{-ra^{-1}r} = e^{-ra^{-1}r} \left(-2(a^{-1}r)_i^\mu + \frac{\partial}{\partial r_{i\mu}} \right). \quad (38)$$

Окончательное дифференцирование может быть выполнено с помощью многократного использования коммутационного соотношения

$$\left[\frac{\partial}{\partial r_{i\mu}}, r_j^\nu \right] = \delta_{ij} g^{\mu,\nu}. \quad (39)$$

Последняя операция может быть алгоритмически реализована в программе, написанной на FORM [126].

После интегрирования по петлевым импульсным переменным и выполнения вышеописанной операции дифференцирования, выражение для фейнмановской диаграммы в уравнении (33) записывается в виде:

$$\Pi = \int_0^\infty d^n \beta F(\beta_1, \dots, \beta_n), \quad (40)$$

где F есть получившееся подынтегральное выражение. Удобно перейти к интегрированию по симплексу с помощью "вставки" единицы в подынтегральное выражение

$$1 = \int_0^\infty dt \delta\left(t - \sum_{i=1}^n \beta_i\right). \quad (41)$$

и последующей замены переменных $\beta_i = t\alpha_i$

$$\Pi = \int_0^\infty dt t^{n-1} \int_0^1 d^n \alpha \delta\left(1 - \sum_{i=1}^n \alpha_i\right) F(t\alpha_1, \dots, t\alpha_n). \quad (42)$$

В итоге имеется n интегрирований: $n-1$ по безразмерным параметрам α , пробегающим симплекс, и одно интегрирование по параметру t , имеющему размерность квадрата обратной массы и лежащему в пределах от нуля до бесконечности. Если кинематические переменные, соответствующие данной диаграмме, таковы, что появляется пороговая точка ветвления, то интеграл (42) начинает расходиться при $t \rightarrow \infty$. Однако, если обрезать интегрирование на верхнем пределе, то это обеспечит отсутствие любых пороговых сингулярностей в данной диаграмме, поскольку полученный интеграл абсолютно сходится для любого набора кинематических переменных:

$$\Pi^c = \int_0^{1/\lambda^2} dt t^{n-1} \int d^n \alpha \delta\left(1 - \sum_{i=1}^n \alpha_i\right) F(t\alpha_1, \dots, t\alpha_n). \quad (43)$$

Параметр обрезания λ называется параметром инфракрасного обрезания. Отметим, что область малых значений переменной интегрирования $t \sim 0$ соответствует области больших значений петлевых импульсных переменных и, поэтому, называется ультрафиолетовой областью. Следует отметить, что, в ковариантной модели кварков ультрафиолетовые расходимости отсутствуют благодаря вершинным функциям, быстро убывающим в евклидовой области. Таким образом, инфракрасное обрезание удаляет все возможные пороговые сингулярности, которые в нашем случае связаны с рождением кварков. Это означает, что инфракрасное обрезание эффективно обеспечивает конфайнмент кварков. Механизм инфракрасного обрезания для обеспечения конфайнмента кварков также применялся в моделях Намбу-Йона-Лазинио [121, p.18; 122, p.18], однако он использовался лишь для простейших однопетлевых кварковых диаграмм. Метод, который используется в ковариантной кварковой модели, является общим и может быть применён к кварковой диаграмме с любым количеством пропагаторов и петель. Параметр инфракрасного обрезания λ является единым для всех физических процессов.

В качестве иллюстрации рассмотрим однопетлевую собственно энергетическую диаграмму и для простоты опустим все спинорные величины. Имеем

$$\Pi_2(p^2) = \int \frac{d^4 k_E}{\pi^2} \frac{\exp(-s k_E^2)}{\left[m^2 + \left(k_E + \frac{1}{2} p_E \right)^2 \right] \left[m^2 + \left(k_E - \frac{1}{2} p_E \right)^2 \right]},$$

где с самого начала все импульсные переменные находятся в евклидовой области. Используя преобразования, описанные выше, приходим к следующему представлению:

$$\Pi_2(p^2) = \int_0^\infty dt \frac{t}{(s+t)^2} \int_0^1 d\alpha \exp\left[-tz_{loc} + \frac{st}{s+t} z_1\right], \quad (44)$$

где

$$z_{loc} = m^2 - \alpha(1-\alpha)p^2, \quad z_1 = \left(\alpha - \frac{1}{2}\right)^2 p^2.$$

Как и в локальном случае $s=0$, интеграл $\Pi_2(p^2)$ имеет точку ветвления при $p^2 = 4m^2$, поскольку в этом случае величина z_{loc} в показателе экспоненты становится равной нулю при $\alpha=1/2$ и интеграл по переменной t начинает расходиться на бесконечности. Для аналитического продолжения в область $p^2 > 4m^2$, где появляется мнимая часть, необходимо использовать иные представления. Однако, введение инфракрасного обрезания

$$\Pi_2^c(p^2) = \int_0^{1/\lambda^2} dt \frac{t}{(s+t)^2} \int_0^1 d\alpha \exp\left[-t \cdot z_{loc} + \frac{st}{s+t} z_1\right], \quad (45)$$

обеспечивает абсолютную сходимость интеграла и отсутствие каких-либо сингулярностей при любых значениях p^2 .

1.5 Параметры модели

Вначале определим число свободных параметров в ковариантной кварковой модели в случае мезонов, рассматриваемых как кварк-антикварковые состояния. Для данного мезона H_i имеется константа связи g_{H_i} , параметр Λ_{H_i} , две из возможных четырёх величин конституэнтных масс кварков m_{q_j} ($m_u = m_d, m_s, m_c, m_b$) и универсальный параметр инфракрасного обрезания (конфайнмента) λ . Легко посчитать, что в случае n_H мезонов имеется $2n_H + 5$ свободных параметров. Условие связанности накладывает n_H ограничений на число модельных параметров, что символически можно записать как

$$f_{H_i}(g_{H_i}, \Lambda_{H_i}, m_{q_i}, \lambda) = 1. \quad (46)$$

Данное условие может быть использовано, чтобы исключить константу связи g_H из числа свободных параметров. Остальные $n_H + 5$ параметров

определяются с помощью фитирования по экспериментальным данным. Прежде всего, включаем в число величин для фитирования лептонные константы распадов псевдоскалярных и векторных мезонов. Соответствующие выражения в ковариантной кварковой модели записываются в виде:

$$N_c g_P \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_P(-k^2) \times tr \left[O^\mu S_1(k + \omega_1 p) \gamma^5 S_2(k - \omega_2 p) \right] = f_P p^\mu, \quad (47)$$

$$N_c g_V \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_V(-k^2) \times tr \left[O^\mu S_1(k + \omega_1 p) \xi_V S_2(k - \omega_2 p) \right] = m_V f_V \xi_V^\mu,$$

где $N_c = 3$ есть число цветов, и $O^\mu = \gamma^\mu (I - \gamma^5)$ - матрица Дирака для слабых взаимодействий.

Кроме того, включили в фит восемь хорошо установленных ширин радиационных распадов: $P \rightarrow \gamma\gamma$ и $V \rightarrow P\gamma$. Соответствующие диаграммы изображены на рисунке 3. Приводим выражения для матричных элементов распадов $V \rightarrow P\gamma$ лишь для случая нейтральных мезонов. В случае заряженных мезонов они получаются аналогичным образом, но имеют более громоздкий вид, поскольку имеются два различных кварка и фотон присоединяется к каждому из них.

$$C_{P\gamma\gamma} g_P N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \Phi_P(-k^2) \times \quad (48)$$

$$\times tr \left[i\gamma^5 S\left(k + \frac{1}{2}p\right) \gamma^\mu S\left(k - \frac{1}{2}p\right) \gamma^\nu S\left(k + \frac{1}{2}p - q_1\right) \right] = g_{P\gamma\gamma} \xi^{\mu\nu} q_1 q_2,$$

$$C_{VP\gamma} g_V g_P N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \Phi_V(-k^2) \Phi_P\left(-\left(k + \frac{1}{2}q_2\right)^2\right) \times \quad (49)$$

$$\times tr \left[i\gamma^5 S\left(k + \frac{1}{2}p\right) \gamma^\mu S\left(k - \frac{1}{2}p\right) \gamma^\nu S\left(k + \frac{1}{2}p - q_1\right) \right] = g_{VP\gamma} \xi^{\mu\nu} q_1 q_2.$$

где $SU(3)$ -факторы равны:

$$C_{\pi^0\gamma\gamma} = \frac{\sqrt{2}}{3}, \quad C_{\eta_c\gamma\gamma} = \frac{8}{9}, \quad C_{\omega\pi^0\gamma} = 1, \quad C_{J/\psi\eta_c\gamma} = \frac{4}{3}.$$

Ширины распадов вычисляются по следующим кинематическим формулам:

$$\Gamma(P \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{\pi\alpha^2}{4} m_P^3 g_{P\gamma\gamma}^2, \quad \Gamma(V \rightarrow P\gamma) = \frac{\alpha^2}{24} m_V^3 \left(1 - \frac{m_P^2}{m_V^2}\right) g_{VP\gamma}^2. \quad (50)$$

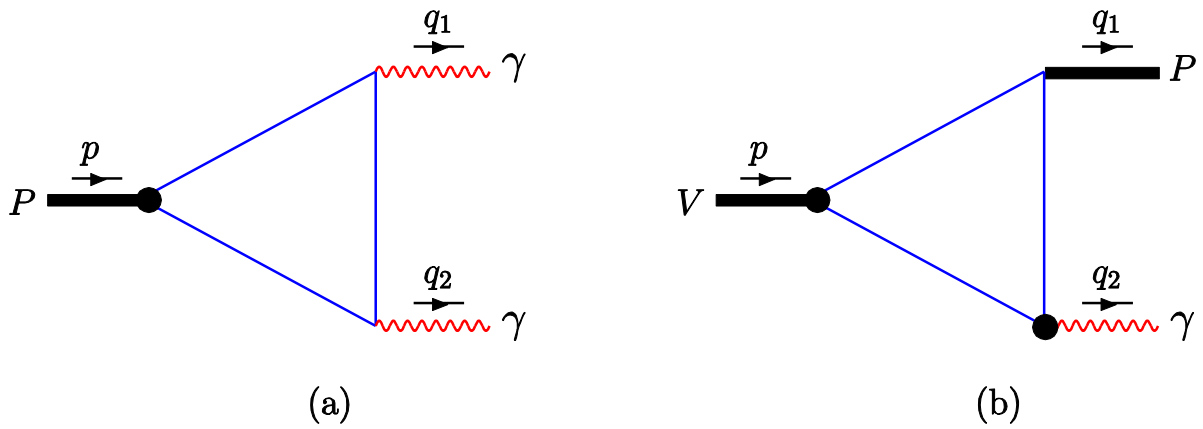


Рисунок 3 – Диаграммы, описывающие распады $P \rightarrow \gamma\gamma$ и $V \rightarrow P\gamma$

Техника вычислений матричных элементов была изложена в предыдущих разделах. Экспериментальные значения для констант лептонных распадов псевдоскалярных мезонов берём из [2, p.8], а в случае их отсутствия – из вычислений на решётке [127–129]. В качестве экспериментальных значений для констант лептонных распадов нейтральных векторных мезонов берём величины, полученные из соответствующих радиационных распадов с использованием $u-d$ -симметрии. Наконец, экспериментальную величину для f_{K^*} извлекаем из измеренной ширины распада $\tau \rightarrow K^* \nu_\tau$. Результаты фита наименьших квадратов даны в таблицах 1 и 2. Как видно, согласие фитируемых величин с их экспериментальными значениями является вполне удовлетворительным.

Таблица 1 – Результаты фита для лептонных констант f_H (МэВ)

Наблюдаемая	Модель	Эксперимент	Ссылки
f_π	128.7	130.4±0.2	[2, 130]
f_K	156.1	156.1±0.8	[2, 130]
f_D	205.9	206.7±8.9	[2, 130]
f_{D_s}	257.5	257.5±6.1	[2, 130]
f_B	191.1	192.8±9.9	[127]
f_{B_s}	234.9	238.8±9.5	[127]
f_{B_c}	489.0	489±5	[128]
f_ρ	221.1	221±1	[2]
f_ω	198.5	198±2	[2]
f_ϕ	228.2	227±2	[2]
$f_{J/\psi}$	415.0	415±7	[2]
f_{K^*}	213.7	217±7	[2]
f_{D^*}	243.3	245±20	[129]
$f_{D_s^*}$	272.0	272±26	[129]
f_{B^*}	196.0	196±44	[129]
$f_{B_s^*}$	229.0	229±46	[129]

Таблица 2 – Результаты фита для ширин основных радиационных распадов (в единицах кэВ)

Процесс	Модель	Эксперимент
$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$	5.06×10^{-3}	$(7.7 \pm 0.4) \times 10^{-3}$
$\eta_c \rightarrow \gamma\gamma$	1.61	1.8±0.8
$\rho^\pm \rightarrow \pi^\pm \gamma$	76.0	67±7
$\omega \rightarrow \pi^0 \gamma$	672	703±25
$K^{*\pm} \rightarrow K^\pm \gamma$	55.1	50±5
$K^{*0} \rightarrow K^0 \gamma$	116	116±10
$D^{*\pm} \rightarrow D^\pm \gamma$	1.22	1.5±0.5
$J/\psi \rightarrow \eta_c \gamma$	1.43	1.58±0.37

Результаты наилучшего фита были достигнуты при значениях свободных параметров модели, приведённых в уравнениях (51), (52) и (53).

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c}
 m_u & m_s & m_c & m_b & \lambda & \\
 \hline
 0.235 & 0.424 & 2.16 & 5.09 & 0.181 & \text{ГэВ}
 \end{array} \quad (51)$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c}
 \Lambda_\pi & \Lambda_K & \Lambda_D & \Lambda_{D_s} & \Lambda_B & \Lambda_{B_s} & \Lambda_{B_c} & \Lambda_\rho & \\
 \hline
 0.87 & 1.04 & 1.47 & 1.57 & 1.88 & 1.95 & 2.42 & 0.61 & \text{ГэВ}
 \end{array} \quad (52)$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c}
 \Lambda_\omega & \Lambda_\phi & \Lambda_{J/\psi} & \Lambda_{K^*} & \Lambda_{D^*} & \Lambda_{D_s^*} & \Lambda_{B^*} & \Lambda_{B_s^*} & \\
 \hline
 0.47 & 0.88 & 1.48 & 0.72 & 1.16 & 1.17 & 1.72 & 1.71 & \text{ГэВ}
 \end{array} \quad (53)$$

1.6 Краткие выводы

Из полученных результатов можно подытожить следующее:

- В рамках ковариантной модели кварков определен лагранжиан взаимодействия адронов с их составляющими кварками – тетракварками, которые удовлетворяют все требования квантовой теории поля (КТП).

- Для описания свойств тетракварковых мезонов необходимо определить константу связи g_M кварк – мезонного взаимодействия. В нашем случае константа связи g_M определена из условия связности $Z_M = 0$, как функция от параметра Λ_H характеризующая размер адрона.

- Вычислен вклад собственных энергетических диаграмм для мезонов, состоящих из четырех кварков. Получены аналитические выражения для массового оператора X(3872)–мезона.

- В ковариантной модели кварков эффективным образом вводится инфракрасное обрезание в пространстве параметров Фока – Швингера, по которым проводится интегрирование в выражениях для матричных элементов. Такая процедура позволяет устранить все пороговые сингулярности, соответствующие рождению кварков, и тем самым гарантировать конфайнмент кварков. В модели отсутствуют ультрафиолетовые расходимости, благодаря вершинным адрон-кварковым формфакторам, которые описывают нелокальную структуру адронов.

- Ковариантная модель кварков содержит несколько свободных параметров: массы конститuentных кварков, параметр инфракрасного обрезания, который характеризует область конфайнмента, и параметры, которые описывают эффективный размер адронов.

- Определены численные значения свободных параметров модели путём фита методом наименьших квадратов величин лептонных констант распадов и ширин основных радиационных распадов к их экспериментальным значениям.

2 ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КВАРКОВ

2.1 Введение калибровочной инвариантности электромагнитного взаимодействия

Введение взаимодействия с электромагнитным полем таким образом, чтобы обеспечить калибровочную инвариантность, не является простой задачей ввиду нелокальности лагранжиана взаимодействия (9). Для различных частей полного лагранжиана взаимодействия с электромагнитным полем вводится двумя способами. В свободный лагранжиан заряженных полей кварков и мезонов данное взаимодействие вводится стандартным образом с помощью минимальной замены:

$$\begin{aligned}\partial^\mu M^\pm &\rightarrow (\partial^\mu \mp ieA^\mu) M^\pm, \\ \partial^\mu q &\rightarrow (\partial^\mu - ie_q A^\mu) q, \\ \partial^\mu \bar{q} &\rightarrow (\partial^\mu + ie_q A^\mu) \bar{q},\end{aligned}\tag{54}$$

где e является зарядом позитрона (или протона), e_q -заряд кварка ($e_u = \frac{2}{3}e$, $e_d = -\frac{1}{3}e$, и т.д.). Минимальная замена даёт первую часть лагранжиана электромагнитных взаимодействий:

$$L_{\text{int}}^{em(1)}(x) = \sum_q e_q A_\mu(x) J_q^\mu(x) + e A_\mu(x) J_M^\mu(x) + e^2 A^2(x) M^-(x) M^+(x), \tag{55}$$

где

$$J_q^\mu(x) = \bar{q}(x)\gamma^\mu q(x),$$

$$J_M^\mu(x) = i(M^-(x)\partial^\mu M^+(x) - M^+(x)\partial^\mu M^-(x))$$

Как отмечалось ранее, взаимодействие элементарных адронных полей с фотонами отсутствует в матричных элементах, физических процессов отсутствует благодаря условию связанности $Z_M = 0$.

Введение электромагнитного взаимодействия в нелокальный лагранжиан адрон – кваркового взаимодействия (9) происходит с помощью метода P -экспоненты, предложенному в работах [123, 124, p.18]. Данный метод активно использовался в нелокальной киральной кварковой модели [125, p.18].

Для того, чтобы гарантировать выполнение калибровочной инвариантности, каждое кварковое поле в соответствующем токе умножается на калибровочную экспоненту:

$$q(x_i) \rightarrow e^{-ie_q I(x_i, x, P)} q(x_i), \quad \bar{q}(x_i) \rightarrow e^{-ie_q I(x_i, x, P)} \bar{q}(x_i), \quad (56)$$

$$I(x_i, x, P) = \int_x^{x_i} dz_\mu A^\mu(z),$$

где P обозначает путь, соединяющий точки x и x_i . Тогда легко видеть, что полный лагранжиан инвариантен относительно локальных калибровочных преобразований:

$$q(x_i) \rightarrow e^{-ie_q f(x_i)} q(x_i), \quad \bar{q}(x_i) \rightarrow e^{-ie_q f(x_i)} \bar{q}(x_i), \quad (57)$$

$$A^\mu(z) \rightarrow A^\mu(z) + \partial^\mu f(z)$$

При этом

$$I(x_i, x, P) \rightarrow I(x_i, x, P) + f(x_i) - f(x). \quad (58)$$

При расчётах по теории возмущений нужно раскладывать калибровочную экспоненту по степеням A_μ до необходимого порядка. На первый взгляд результат будет зависеть от пути P , который соединяет концевые точки. Однако, нужны только производные интеграла по путям, взятые по концевой точке. Поэтому удобно использовать формализм, разработанный в работе [124], который основан на пути – независимом определении производной интеграла $I(x, y, P)$:

$$\lim_{dx^\mu \rightarrow 0} dx^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} I(x, y, P) = \lim_{dx^\mu \rightarrow 0} [I(x + dx, y, P') - I(x, y, P)], \quad (59)$$

где путь P' получен из пути P с помощью сдвига конечной точки x на величину dx . Используя определение (59) приходим к ключевому правилу:

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} I(x, y, P) = A_\mu(x), \quad (60)$$

которое означает, что производная интеграла $I(x, y, P)$ теперь не зависит от пути P .

2.2 Лагранжиан адрон – фотон – кваркового взаимодействия, линейный по электромагнитному полю

Продемонстрируем построение лагранжиана электромагнитного взаимодействия на примере J/ψ – мезона, являющимся кварк-антикварковым состоянием, и $X(3872)$ – мезона, рассматриваемого как тетракварк со спином 1.

Разлагая лагранжиан взаимодействия по полю A^μ до первого порядка, получаем:

$$L_{\text{int}}^{em(2)}(x) = g_X X_{q\mu}(x) \cdot J_{Xq-em}^\mu(x) + g_{J/\psi} J/\psi_\mu(x) \cdot J_{J/\psi-em}^\mu(x),$$

$$J_{Xq-em}^\mu = \int d\vec{\rho} \Phi_X(\vec{\rho}^2) \cdot J_{4q}^\mu(x_1, \dots, x_4) \left\{ ie_q [I_x^{x_3} - I_x^{x_4}] + ie_c [I_x^{x_2} - I_x^{x_1}] \right\}, \quad (61)$$

$$J_{J/\psi-em}^\mu = \int d\rho \Phi_{J/\psi}(\rho^2) J_{2q}^\mu(x_1, x_2) ie_c [I_x^{x_1} - I_x^{x_2}],$$

здесь

$$I_x^{x_i} \equiv I(x_i, x, P), \quad (q = u, d.)$$

Для того, чтобы использовать ключевое правило (60) перейдём к Фурье-образам для вершинных функций Φ и кварковых полей q . Имеем

$$\Phi_X(\vec{\rho}^2) = \int \frac{d^4 \vec{\omega}}{(2\pi)^4} \tilde{\Phi}_X(-\vec{\omega}^2) e^{-i\vec{\rho}\vec{\omega}} = \tilde{\Phi}_X(\vec{\omega}_\rho^2) \delta^{(4)}(\vec{\rho}),$$

$$\Phi_{J/\psi}(\rho^2) = \int \frac{d^4 \vec{\omega}}{(2\pi)^4} \tilde{\Phi}_{J/\psi}(-\omega^2) e^{-i\rho\omega} = \tilde{\Phi}_{J/\psi}(\vec{\omega}_\rho^2) \delta^{(4)}(\rho), \quad (62)$$

$$q(x_i) = \int \frac{d^4 p_i}{(2\pi)^4} e^{-ip_i x_i} \tilde{q}(p_i),$$

$$\bar{q}(x_i) = \int \frac{d^4 p_i}{(2\pi)^4} e^{-ip_i x_i} \tilde{\bar{q}}(p_i),$$

С помощью интегрирования по частям приходим к следующим выражениям:

$$\begin{aligned}
J_{X_q-em}^\mu &= \prod_{i=1}^4 \int \frac{d^4 p_i}{(2\pi)^4} \tilde{J}_{4q}^\mu(p_1, \dots, p_4) \int d\bar{\rho} \delta^{(4)}(\bar{\rho}) \times \\
&\times \tilde{\Phi}_X(\tilde{\partial}_\rho^2) \exp(-i(p_1 x_1 - p_2 x_2 - p_3 x_3 + p_4 x_4)) \times \\
&\times \left\{ ie_q [I_x^{x_3} - I_x^{x_4}] + ie_c [I_x^{x_2} - I_x^{x_1}] \right\} = \\
&= \prod_{i=1}^4 \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \tilde{J}_{4q}^\mu(p_1, \dots, p_4) \exp(-i(p_1 - p_2 - p_3 + p_4)x) \times \\
&\times \int d\bar{\rho} \delta^{(4)}(\bar{\rho}) \exp(-i\bar{\rho}\bar{\omega}) \Phi_X(\bar{D}_\rho^2) \left\{ ie_q [I_x^{x_3} - I_x^{x_4}] + ie_c [I_x^{x_2} - I_x^{x_1}] \right\}, \quad (63)
\end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned}
J_{J/\psi-em}^\mu &= \prod_{i=1}^4 \int \frac{d^4 p_i}{(2\pi)^4} \tilde{J}_{2q}^\mu(p_1, p_2) \times \\
&\times \int d\rho \delta^{(4)}(\rho) \tilde{\Phi}_{J/\psi}(\partial_\rho^2) \exp(i(p_1 x_1 - p_2 x_2)) ie_q [I_x^{x_1} - I_x^{x_2}] = \\
&= \prod_{i=1}^4 \int \frac{d^4 p_i}{(2\pi)^4} \tilde{J}_{2q}^\mu(p_1, p_2) \exp(-i(p_1 - p_2)x) \times \\
&\times \int d\rho \delta^{(4)}(\rho) e^{-i\rho\omega} \tilde{\Phi}_{J/\psi}(D_\rho^2) ie_q [I_x^{x_1} - I_x^{x_2}],
\end{aligned}$$

$$D_{\rho_i}^\mu = \partial_{\rho_i}^\mu - i\omega_i^\mu, \quad D_\rho^\mu = \partial_\rho^\mu + i\rho^\mu,$$

где

$$\begin{aligned}
\omega_1 &= c_{11}p_1 - c_{21}p_2 - c_{31}p_3 + c_{41}p_4, \\
\omega_2 &= c_{12}p_1 - c_{22}p_2 - c_{32}p_3 + c_{42}p_4, \\
\omega_3 &= c_{13}p_1 - c_{23}p_2 - c_{33}p_3 + c_{43}p_4,
\end{aligned} \quad (64)$$

и

$$p = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)$$

Коэффициент c_{ij} определен уравнением (28).

Наконец, используем следующее тождество, доказательство которого можно найти в работе [72, p.10]:

$$F(-D_{\rho_j}^2) I_x^{x_i} = \sum_{n=0}^{\infty} (-)^n \frac{F^{(n)}(0)}{n!} D_x^{2n} I_x^{x_i}.$$

Имеем

$$D_{\rho_j}^2 I_x^{x_i} = \left(\left(\partial_{\rho_j}^{\nu} A_{\nu}(x_i) \right) - 2i(\omega_j^{\nu} A_{\nu}(x_i)) \right) c_{ij} - \omega_j^2 I_x^{x_i},$$

тогда

$$\left(D_{\rho_j}^2 \right)^2 I_x^{x_i} = \left(D_{\rho_j}^2 - \omega_j^2 \right) \left(\left(\partial_{\rho_j}^{\nu} A_{\nu}(x_i) \right) - 2i(\omega_j^{\nu} A_{\nu}(x_i)) \right) c_{ij} + \left(-\omega_j^2 \right)^2 I_x^{x_i},$$

$$\left(D_{\rho_j}^2 \right)^3 I_x^{x_i} = \left(\left(D_{\rho_j}^2 \right)^2 - D_{\rho_j}^2 \omega_j^2 + \omega_j^4 \right) \left(\left(\partial_{\rho_j}^{\nu} A_{\nu}(x_i) \right) - 2i(\omega_j^{\nu} A_{\nu}(x_i)) \right) c_{ij} + \left(-\omega_j^2 \right)^3 I_x^{x_i},$$

⋮
⋮
⋮

$$\begin{aligned} \left(D_{\rho_j}^2 \right)^n I_x^{x_i} &= \sum_{k=0}^n \left(D_{\rho_j}^2 \right)^{n-1-k} \left(-\omega_j^2 \right)^k \left(\left(\partial_{\rho_j}^{\nu} A_{\nu}(x_i) \right) - 2i(\omega_j^{\nu} A_{\nu}(x_i)) \right) c_{ij} + \left(-\omega_j^2 \right)^n I_x^{x_i} = \\ &= n \int_0^1 d\tau \left[D_{\rho_j}^2 \tau - \omega_j^2 (1-\tau)^{n-1} \right] \left(\left(\partial_{\rho_j}^{\nu} A_{\nu}(x_i) \right) - 2i(\omega_j^{\nu} A_{\nu}(x_i)) \right) c_{ij} + \left(-\omega_j^2 \right)^n I_x^{x_i}. \end{aligned}$$

В конце получаем тождество:

$$\begin{aligned} F(-D_{\rho_j}^2) I_x^{x_i} &= \int_0^1 d\tau F(-\tau D_{\rho_j}^2 + (1-\tau)\omega_j^2) c_{ij} \times \\ &\times \left(\partial_{\rho_j}^{\nu} A_{\nu}(x_i) - 2i\omega_j^{\nu} A_{\nu}(x_i) \right) + F(\omega_j^2) I_x^{x_i} = \\ &= A_{\mu}(q) \left\{ \left(q^{\mu} + 2p^{\mu} \right) e^{iqx_i} \int_0^1 d\tau F\left[(\omega_j + q)^2 \tau + \omega_j^2 (1-t) \right] + F(\omega_j^2) \int_x^{x_i} dz z^{\mu} e^{-iqz} \right\}. \end{aligned}$$

Заметим, что последнее слагаемое равно нулю из-за дельты $\delta(x_i - x)$ функции в лагранжиане.

Или можно написать

$$F(D_{\rho_j}^2) I_x^{x_i} = \int_0^1 d\tau F(\tau D_{\rho_j}^2 - (1-\tau) \omega_j^2) c_{ij} \times \\ \times \left(\partial_{\rho_j}^\nu A_\nu(x_i) - 2i \omega_j^\nu A_\nu(x_i) \right) + F(-\omega_j^2) I_x^{x_i}. \quad (65)$$

Это тождество верно для любых функций $F(z)$ аналитичных в окрестности $z = 0$. Окончательно получаем:

$$J_{X_q-em}^\mu(x) = \prod_{i=1}^4 \int d^4 x_i \int d^4 y J_{4q}^\mu(x_1, \dots, x_4) A_\rho(y) E_X^\rho(x; x_1, \dots, x_4, y), \quad (66)$$

$$E_X^\rho(x; x_1, \dots, x_4, y) = \prod_{i=1}^4 \int \frac{d^4 p_i}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 r}{(2\pi)^4} \tilde{E}_X^\rho(p_1, \dots, p_4, r) \times \\ \times \exp(-ip_1(x - x_1) + ip_2(x - x_2) + ip_3(x - x_3) - ip_4(x - x_4)) - ir(x - y),$$

$$\tilde{E}_X^\rho(p_1, \dots, p_4, r) = \int_0^1 d\tau \sum_{j=1}^3 \left\{ e_c \left[-\tilde{\Phi}'_X(-z_{1j}) l_{1j}^\rho + \tilde{\Phi}'_X(-z_{2j}) l_{2j}^\rho \right] \right. \\ \left. + e_q \left[-\tilde{\Phi}'_X(-z_{4j}) l_{4j}^\rho + \tilde{\Phi}'_X(-z_{3j}) l_{3j}^\rho \right] \right\},$$

здесь

$$l_{ij} = c_{ij}(c_{ij}r + 2\omega_j), \quad (i = 1, \dots, 4; \quad j = 1, \dots, 3),$$

$$z_{i1} = \tau(c_{i1}r + \omega_1)^2 + (1-\tau) \omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2,$$

$$z_{i2} = (c_{i1}r + \omega_1)^2 + \tau(c_{i2}r + \omega_2)^2 + (1-\tau) \omega_2^2 + \omega_3^2,$$

$$z_{i3} = (c_{i1}r + \omega_1)^2 + (c_{i2}r + \omega_2)^2 + \tau(c_{i3}r + \omega_3)^2 + (1-\tau) \omega_3^2$$

или

$$J_{J/\psi-em}^\mu = \int d^4 y_1 \int d^4 y_2 \int d^4 z J_{2q}^\nu (y_1, y_2) A_\rho(z) E_{J/\psi}^\rho (y; y_1, y_2, z), \quad (67)$$

$$E_{J/\psi}^\rho (y; y_1, y_2, z) = \int \frac{d^4 p_1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 p_2}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \times \\ \times \exp \left(-ip_1 (y_1 - y) + ip_2 (y_2 - y) + iq(z - y) \right) \tilde{E}_{J/\psi}^\rho (p_1, p_2, q),$$

$$\tilde{E}_{J/\psi}^\rho (p_1, p_2, q) = e_c \int_0^1 d\tau \left\{ -\tilde{\Phi}'_{J/\psi}(-z_-) l_-^\rho - \tilde{\Phi}'_{J/\psi}(-z_+) l_+^\rho \right\},$$

где

$$z_{\mp} = \tau \left(p \mp \frac{1}{2} q \right) - (1-\tau)p^2, \quad l_{\mp} = p \mp \frac{1}{4} q, \quad p = \frac{1}{2}(p_1 + p_2).$$

2.3 Калибровочная инвариантность матричного элемента $V \rightarrow \gamma$ -перехода

Продемонстрируем выполнение калибровочной инвариантности на примере вычисления матричного элемента перехода $V \rightarrow \gamma$, где V есть векторный мезон. Соответствующие диаграммы показаны на рисунке 4. Для вычислений понадобятся следующие вершины: сильная $V\bar{q}q$ - вершина, задаваемая лагранжианом (9) и током (10) с $H=M=V$ и $\gamma_M = \gamma^\mu$; электромагнитная $\gamma\bar{q}q$ - вершина, задаваемая лагранжианом (55) и сложная электромагнитная $V\gamma\bar{q}q$ - вершина, задаваемая лагранжианом (61) и током (67).

Матричный элемент перехода $V \rightarrow \gamma$, вычисленный вне массовой поверхности, должен удовлетворять условию калибровочной инвариантности $p_\nu M_{V \rightarrow \gamma}^{\mu\nu}(p) = 0$. Каждая по отдельности диаграмма рисунок 4 не является калибровочно-инвариантной. Лишь в сумме происходит сокращение калибровочно-неинвариантных частей и восстанавливается калибровочная инвариантность. После взятия Т-произведений и перехода к импульсному пространству, вклад от диаграммы (с) записывается в виде:

$$\begin{aligned}
M_c^{\mu\nu} &= \int \frac{d^4k}{4\pi^2 i} \Phi_\rho(-k^2) \text{tr} \times \left(\gamma^\mu S \left(k + \frac{1}{2} p \right) \gamma^\nu S \left(k - \frac{1}{2} p \right) \right) \\
&= g^{\mu\nu} [I_c^{(1)}(p^2) + I_c^2(p^2)] + (g^{\mu\nu} p^2 - p^\mu p^\nu) I_c^\perp(p^2).
\end{aligned} \tag{68}$$

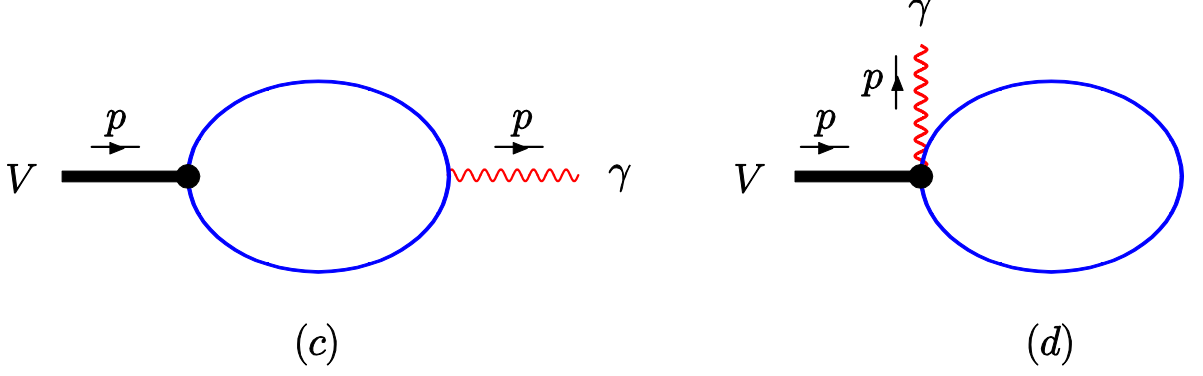


Рисунок 4 – Диаграммы, описывающие переход $V \rightarrow \gamma$

Калибровочно-неинвариантные части записываются в виде:

$$\begin{aligned}
I_c^{(1)}(p^2) &= \int_0^\infty \frac{dt}{(s+t)^2} e^{-z_1}, \\
I_c^{(2)}(p^2) &= \int_0^\infty \frac{dt}{(s+t)^2} \int_0^\infty d\alpha e^{-z_2} \left[-\frac{1}{s+t} + \frac{2t^2}{(s+t)^2} \left(\alpha - \frac{1}{2} \right)^2 p^2 \right],
\end{aligned} \tag{69}$$

где

$$\begin{aligned}
z_1 &= tm^2 - \frac{st}{s+t} \frac{p^2}{4}, \\
z_2 &= t(m^2 - \alpha(1-\alpha)p^2) - \frac{st}{s+t} \left(\alpha - \frac{1}{2} \right)^2 p^2,
\end{aligned}$$

в то время как калибровочно-инвариантная часть имеет вид:

$$I_c^\perp(p^2) = \int_0^\infty \frac{dt}{(s+t)^2} \int_0^1 d\alpha e^{-z_2} \left[\frac{1}{2} - \frac{2t^2}{(s+t)^2} \left(\alpha - \frac{1}{2} \right)^2 \right]. \tag{70}$$

Для диаграммы (d) аналогичные вклады имеют вид:

$$\begin{aligned}
M_d^{\mu\nu}(p) &= -\int \frac{d^4k}{4\pi^2 i} \left(2k + \frac{1}{2}p\right)^\mu \times \\
&\int_0^1 d\alpha \Phi'_\pi \left(-\alpha \left(k + \frac{1}{2}p\right)^2 - (1-\alpha)k^2\right) \times \text{tr}(\gamma^\nu S(k)) = \\
&= g^{\mu\nu} I_d^{(3)}(p^2) + (g^{\mu\nu} p^2 - p^\mu p^\nu) I_d^\perp(p^2),
\end{aligned} \tag{71}$$

где

$$\begin{aligned}
I_d^{(3)}(p^2) &= \int_0^\infty \frac{dt s}{(s+t)^2} \int_0^1 d\alpha e^{-z_3} \left[-\frac{1}{s+t} - \left(1 - \frac{2s\alpha}{s+t}\right) \frac{s\alpha}{s+t} \frac{p^2}{4} \right], \\
I_d^\perp(p^2) &= \int_0^\infty \frac{dt s}{(s+t)^2} \int_0^1 d\alpha e^{-z_3} \frac{1}{4} \left(1 - \frac{2s\alpha}{s+t}\right) \frac{s\alpha}{s+t},
\end{aligned}$$

и

$$z_3 = tm^2 - \left(1 - \frac{s\alpha}{s+t}\right) \frac{s\alpha}{4} p^2.$$

здесь $s = 1/\Lambda_V^2$. Тут показано, что калибровочно-неинвариантные части $I_c^{(1,2)}$ и $I_d^{(3)}$ в сумме сокращаются. Во-первых, можно выразить подынтегральные выражения в интегралах $I_c^{(2)}$ и $I_d^{(3)}$ через производные от показателей экспоненты z_2 и z_3 , соответственно:

$$\begin{aligned}
I_c^{(2)}(p^2) &\rightarrow -\frac{1}{s+t} + \frac{2t^2}{(s+t)^2} \left(\alpha - \frac{1}{2}\right)^2 p^2 = -\frac{1}{s+t} \left[1 - \left(\alpha - \frac{1}{2}\right) \frac{\partial z_2}{d\alpha}\right], \\
I_d^{(3)}(p^2) &\rightarrow -\frac{1}{s+t} - \frac{p^2}{4} \left(1 - \frac{2s\alpha}{s+t}\right) \frac{s\alpha}{s+t} = -\frac{1}{s+t} \left[1 - \alpha \frac{\partial z_3}{\partial \alpha}\right].
\end{aligned}$$

Далее, можно выполнить интегрирование по α с учётом граничных условий $z_2(\alpha=1) = z_2(\alpha=0) = z_3(\alpha=1) = z_1$. Имеем:

$$I_c^{(2)}(p^2) = - \int_0^\infty \frac{dt t}{(s+t)^3} \int_0^1 d \left[\left(\alpha - \frac{1}{2} \right) e^{-z_2} \right] = - \int_0^\infty \frac{dt t}{(s+t)^3} e^{-z_1},$$

$$I_d^{(3)}(p^2) = - \int_0^\infty \frac{dt s}{(s+t)^3} \int_0^1 d \left[\alpha e^{-z_3} \right] = - \int_0^\infty \frac{dt}{(s+t)^3} e^{-z_1}.$$

В итоге, складывая все калибровочно-неинвариантные части, получаем:

$$I_c^{(1)}(p^2) + I_c^{(2)}(p^2) + I_d^{(3)}(p^2) = \int_0^\infty \frac{dt}{(s+t)^2} e^{-z_1} \left[1 - \frac{t}{s+t} - \frac{s}{s+t} \right] \equiv 0. \quad (72)$$

Окончательное калибровочно-инвариантное выражение для матричного элемента перехода $V \rightarrow \gamma$ имеет вид:

$$\begin{aligned} M_{V \rightarrow \gamma}^{\mu\nu}(p) &= (g^{\mu\nu} p^2 - p^\mu p^\nu) M_{V \rightarrow \gamma}(p^2), \\ M_{V \rightarrow \gamma}(p^2) &= \int_0^{1/\lambda^2} \frac{dt t}{(s+t)^2} \int_0^1 d\alpha e^{-z_2} \left[\frac{1}{2} - \frac{2t^2}{(s+t)^2} \left(\alpha - \frac{1}{2} \right)^2 \right] \\ &+ \int_0^{1/\lambda^2} \frac{dt s}{(s+t)^2} \int_0^1 d\alpha e^{-z_3} \frac{1}{4} \left(1 - \frac{2s\alpha}{s+t} \right) \frac{s\alpha}{s+t}. \end{aligned} \quad (73)$$

Здесь ввели инфракрасное обрезание, гарантирующее конфайнмент кварков.

2.4 Краткие выводы

Из полученных результатов можно подытожить следующее:

- Для того, чтобы обеспечить калибровочную инвариантность в развиваемом подходе введено электромагнитное взаимодействие кварков и мезонов. Введение электромагнитного взаимодействия в нелокальный лагранжиан адрон – кваркового взаимодействия происходит с помощью известного метода P - экспоненты и определения её производной пути – независимым образом.

- Построены явные представления для лагранжиана, описывающий адрон – фотон – кварковое взаимодействие, линейное по электромагнитному полю. Определен лагранжиан электромагнитного взаимодействия на примере J/ψ – мезона, являющимся кварк-антикварковым состоянием, и $X(3872)$ – мезона, рассматриваемого как тетракварк со спином 1.

- Продемонстрировано выполнение калибровочной инвариантности на примере вычисления матричного элемента $V \rightarrow \gamma$ перехода.

3 ЭКЗОТИЧЕСКИЙ X(3872) - МЕЗОН

3.1 Некоторые детали экспериментальных исследований чармония

Новая эра физики чармония началась в 2002 г. За последние десять лет обнаружено более десяти новых состояний, содержащих $c\bar{c}$ -пару. Эти открытия стали возможны в основном благодаря огромной интегральной светимости, набранной в экспериментах BaBar и Belle на B-фабриках – асимметричных e^+e^- - коллайдерах, работающих при энергии в системе центра масс пучков, близкой к 10 ГэВ. Использование различных механизмов рождения чармония позволило превратить эти установки, созданные для исследования CP-нарушения в B-мезонах, в мощные *фабрики чармония*.

Важную информацию о новых состояниях чармония удалось получить и в экспериментах, работающих при энергии e^+e^- - аннигиляции в области порога открытого чарма (CLEO и BES), а также в экспериментах на $p\bar{p}$ -коллайдере Tevatron (CDF и DØ). Однако именно B-фабрики внесли по-настоящему революционные перемены в эту казавшуюся давно понятой область физики. Сегодня, когда коллаборация BaBar завершила набор данных, а коллаборация Belle закончит его в ближайшее время, можно подвести предварительные итоги этих открытий.

Лишь три из недавно найденных состояний: h_c , $\eta_c(2S)$, $\chi_{c2}(2P)$ идентифицированы как вероятные кандидаты в возбуждения чармония. Для остальных, с массами выше порога открытого чарма, ввели термин "чармониеподобное" состояние, говорящий об обязательном присутствии $c\bar{c}$ -пары, однако подчёркивающий, что их свойства плохо согласуются с ожидаемыми в модели чармония. В распадах B-мезонов были найдены состояния X(3872), Y(3940), X(4140), $Z^+(4430)$ и $Z_{1,2}^+$. В процессе парного рождения e^+e^- - аннигиляции обнаружены частицы X(3940) и X(4160). Новые состояния с квантовыми числами $J^{PC} = 1^{--}$, Y(4260), Y(4360) и Y(4660), рождаются в e^+e^- - аннигиляции и распадаются на чармоний и пару пионов. Открытие последнего семейства заставило по-новому взглянуть на инклюзивное сечение аннигиляции e^+e^- в адроны вблизи порога рождения открытого чарма, давно измеренное и, казалось, уже объяснённое. Для понимания природы структур в этом сечении (ψ -состояний) и природы нового семейства Y возникла необходимость изучения эксклюзивных сечений рождения пар очарованных адронов. Такие измерения появились совсем недавно, и их интерпретация далеко не тривиальна.

Попытки теоретического объяснения новых состояний разнообразны. В наиболее консервативных предлагается пересмотреть влияние открывающихся порогов рождения различных пар очарованных адронов на параметры состояний чармония, предсказанных потенциальными моделями. Однако большинство теоретиков признают, что необычные свойства новых чармониеподобных состояний трудно объяснить, не допуская существования экзотических систем (отличных от привычных связанных состояний тяжёлых

$c\bar{c}$ -кварков). Среди них — молекулярные, тетракварковые или гибридные состояния. В настоящий момент ни одна из предложенных традиционных или экзотических моделей не в состоянии объяснить всё многообразие свойств новых состояний одновременно.

3.2 Открытие экзотического $X(3872)$ – мезона

Узкое состояние, названное $X(3872)$ -мезоном, было открыто коллаборацией Belle в 2003 г. в распадах $B^+ \rightarrow K^+ J/\psi \pi^+ \pi^-$ [1]. Помимо известного резонанса $\psi(2S)$ в спектре инвариантных масс комбинаций $J/\psi \pi^+ \pi^-$ был обнаружен второй пик вблизи массы $3.87 \text{ ГэВ}/c^2$ (рисунок 5). Статистическая значимость сигнала составила 10.3σ , а число сигнальных событий в пике $X(3872)$ - (35.7 ± 68) , откуда было вычислено отношение

$$\frac{B(B^+ \rightarrow K^+ X(3872))B(X(3872) \rightarrow J/\psi \pi\pi)}{B(B^+ \rightarrow K^+ \psi(2S))B(J/\psi \rightarrow J/\psi \pi\pi)} = 0.063 \pm 0.012 \pm 0.007. \quad (74)$$

Казалось бы, масса найденного состояния и наблюдаемый канал распада (среди продуктов распада присутствует частица, содержащая $c\bar{c}$ -пару) свидетельствовали о том, что $X(3872)$ - одно из состояний чармония. Однако значения измеренных параметров $X(3872)$ вызывали сомнение в этом напрашивающемся объяснении. Масса, определённая в работе Belle, $M_X = (3872.0 \pm 0.6 \pm 0.5) \text{ МэВ}/c^2$, оказалась равной в пределах ошибок сумме масс D^0 - и D^{*0} -мезонов, породив естественное подозрение, что это совпадение неслучайно. Сегодня после скрупулёзных исследований склонны верить в то, что близость массы $X(3872)$ к порогу $D^0 D^{*0}$ связана с природой открытой частицы.

Ширина сигнала $X(3872)$ согласуется с нулём: $\Gamma_{tot} < 2,3 \text{ МэВ}$ на 90% CL. Столь малое значение для состояния с массой на $\approx 138 \text{ МэВ}/c^2$ выше порога рождения $D\bar{D}$ означает, что распад $X(3872) \rightarrow D\bar{D}$ либо запрещён, например, сохранением чётности (если $X(3872)$ имеет ненатуральные спин-чётности: $J^{PC} = 0^-, 1^+, 2^-$ и т.д.), либо по какой-то причине сильно подавлен, например, большим орбитальным моментом (если $J^{PC} = 3^-, 4^+$ и т.д.). Подавление может носить и динамический характер, если $X(3872)$ не является состоянием чармония и помимо $c\bar{c}$ -пары содержит глюон или пару лёгких кварков. Распад $X(3872)$ в $D\bar{D}$ не наблюдается экспериментально, и установленный верхний предел отношения $\Gamma(X(3872) \rightarrow D\bar{D}) / \Gamma(X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-) < 7$ на 90% CL [131], хотя и является недостаточно строгим, позволяет получить представление о возможной степени подавления. Для сравнения, это отношение превышает 440 для традиционного состояния чармония $\psi(3770)$, имеющего массу существенно более близкую к порогу $D\bar{D}$ [132].

В работе [1, р.8] было обнаружено ещё одно необычное свойство новой частицы: для сигнальных событий масса системы $\pi^+\pi^-$ концентрируется вблизи кинематического предела $M_{X(3872)} - M_{J/\psi} = 0.78 \text{ ГэВ}/c^2$ (рисунок б), как если бы распад происходил через ρ^0 -мезон. Поскольку для чармония распад в $J/\psi \rho^0$ подавлен изотопической симметрией, доказательство того, что наблюдаемая динамика обусловлена вкладом ρ^0 -мезона, свидетельствовало бы против гипотезы традиционного чармония (для сравнения, вероятность подавленного изоспином распада $\psi(2S) \rightarrow J/\psi \pi^0$ составляет всего $(1.26 \pm 0.13) \times 10^{-3}$). Для того, чтобы удостовериться, действительно ли $\pi^+\pi^-$ -система является ρ^0 -мезоном, необходимо измерить квантовые числа $X(3872)$.

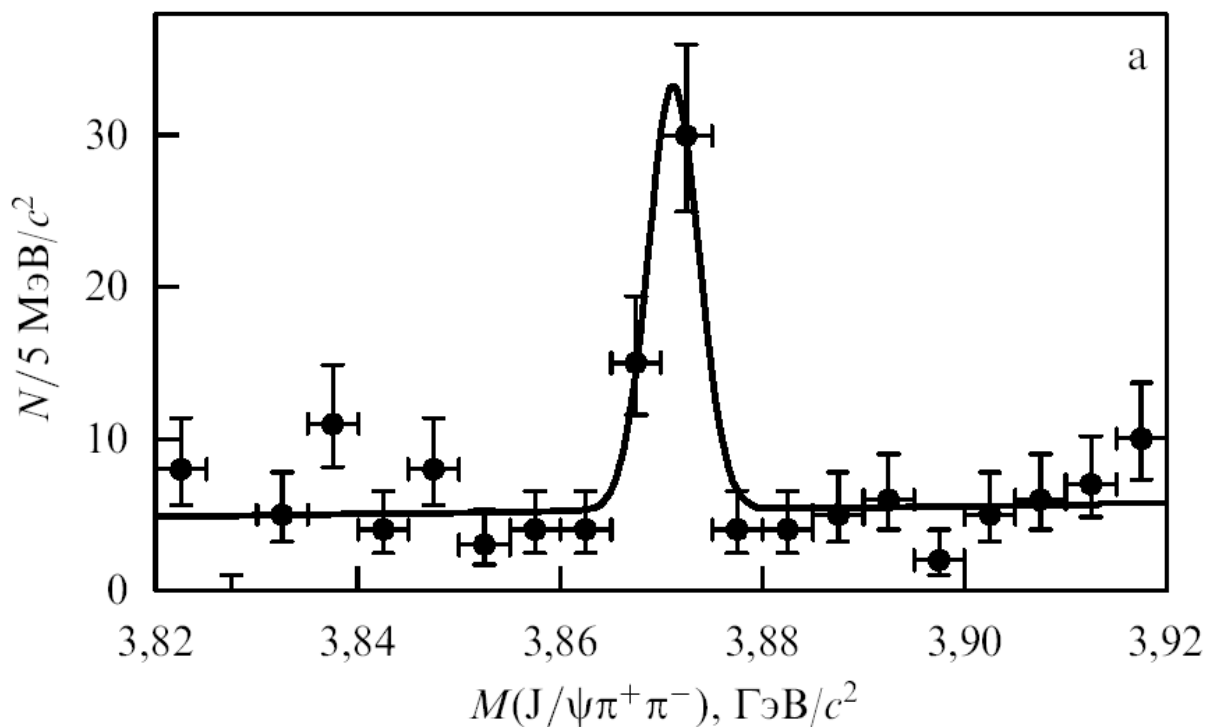


Рисунок 5 – Спектр масс $J/\psi \pi^+ \pi^-$ -комбинаций, результаты подгонки показаны сплошной кривой

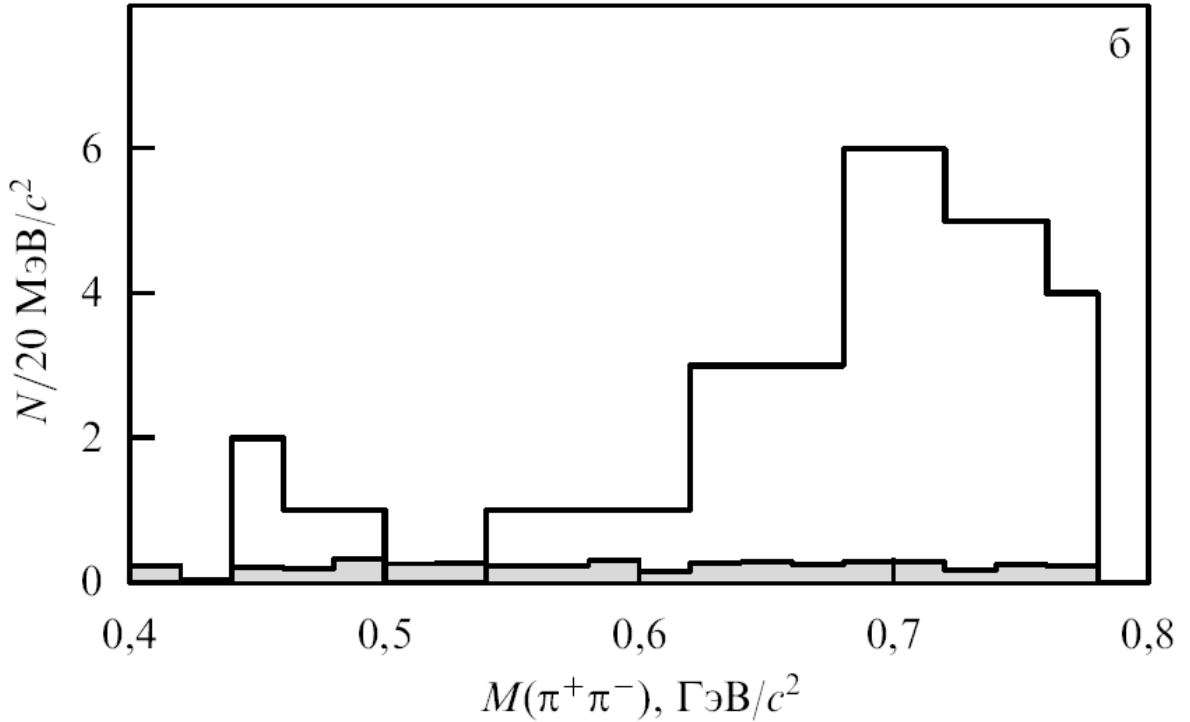


Рисунок 6 – Спектр масс $\pi^+\pi^-$ -комбинаций из сигнальной области X(3872) (гистограмма) и перенормированный спектр контрольного образца, представляющий собой вклад фона (заштрихованная гистограмма)

3.3 X(3872) – мезон в других экспериментах

Открытие X(3872) – мезона вскоре было подтверждено коллаборациями CDF [4, p.8] и D0 [5, p.8] в инклюзивном рождении в $p\bar{p}$ -взаимодействиях. Спектры инвариантных масс $J/\psi \pi^+\pi^-$ - комбинаций, в которых помимо большого пика $\psi(2S)$ наблюдается отчётливый второй пик, соответствующий рождению X(3872), представлены на рисунке 7. Обе коллаборации подтвердили, что система $\pi^+\pi^-$ рождается преимущественно с большими массами. Исследование вершины рождения X(3872) позволило сделать вывод, что X(3872) рождается преимущественно в $p\bar{p}$ - взаимодействиях непосредственно и лишь $(16.1 \pm 4.9 \pm 2.0)\%$ всех восстановленных X(3872) являются продуктами распадов адронов, содержащих b -кварк.

Рождение X(3872) – мезона в распаде $B^+ \rightarrow K^+ X(3872)$ было также подтверждено коллаборацией BaBar [3, p.11]. Более того, коллаборация BaBar предприняла остроумную попытку измерить вероятности распадов $B^+ \rightarrow K^+ X(3872)$ и $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+\pi^-$ по отдельности [133]. Для этого в событии реконструировали только заряженный каон из частицы, кроме X(3872), были зарегистрированы и их импульсы измерены. В силу сохранения энергии – импульса масса невосстановленной частицы равна: $M_X = \left((E_{CM} - E_{B^-} - E_{K^+})^2 - (\mathbf{p}_{B^-} + \mathbf{p}_{K^+})^2 \right)^{1/2}$. Хотя в этой работе [133] сигнал

$X(3872)$ увидеть не удалось (в то время как ожидаемые состояния чармония наблюдались), был сделан важный вывод: распад $B^+ \rightarrow K^+ X(3872)$ имеет сравнительно малую вероятность, а значит, вероятность распада $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$ велика: $B(X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-) > 4.2\%$ на 90% CL! Столь внушительное значение вероятности кажется удивительным, учитывая, что для чармония этот распад подавлен изотопической симметрией.

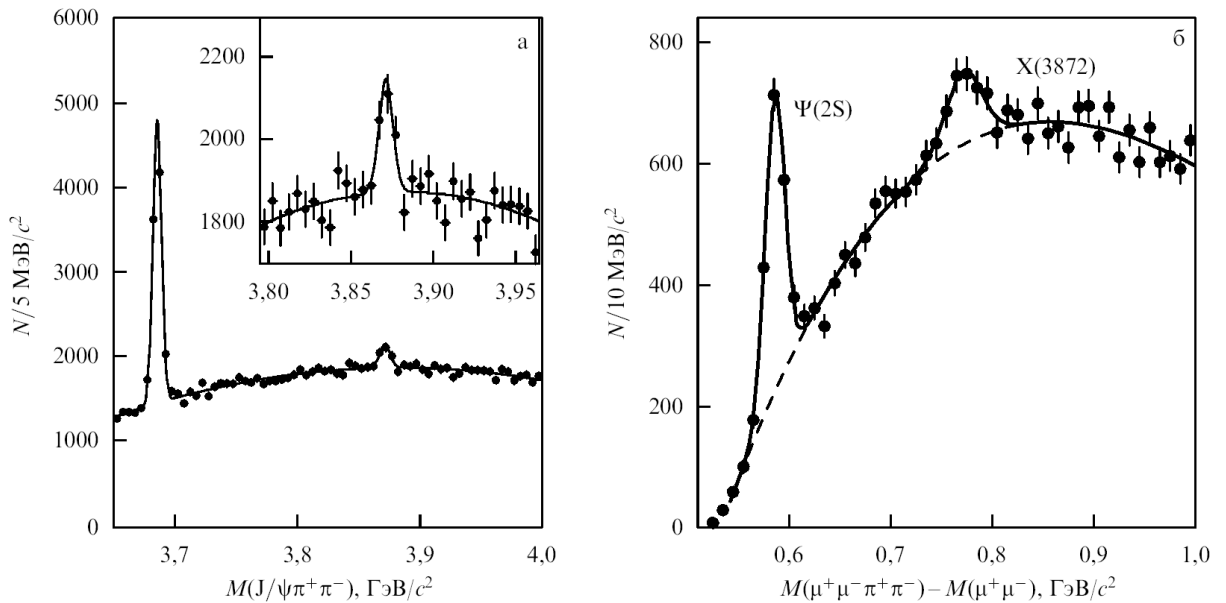


Рисунок 7 –Спектр инвариантных масс $J/\psi \pi^+ \pi^-$ комбинаций в эксперименте CDF (а). Спектр разницы масс комбинаций $\mu^+ \mu^- \pi^+ \pi^-$ и $\mu^+ \mu^-$ при условии $M(\pi^+ \pi^-) > 0.5 \text{ ГэВ}/c^2$ в эксперименте DØ (б)

3.4 Экспериментальные определения квантовых чисел $X(3872)$ – мезона

Год спустя после открытия $X(3872)$ коллаборация Belle обнаружила указание на существование распада $X(3872) \rightarrow J/\psi \gamma$ [8, p.8]. Это наблюдение было подтверждено коллаборацией BaBar [9, p.8], а в 2008 г. BaBar представила новые результаты более точных измерений вероятности $X(3872) \rightarrow J/\psi \gamma$ [16, p.10]. Спектр инвариантных масс $J/\psi \gamma$ из распадов $B^+ \rightarrow K^+ J/\psi \gamma$, измеренный в работе [16, p.10], приведён на рисунке 8а. Вероятность распада получается $B(B^+ \rightarrow K^+ X(3872)) B(X(3872) \rightarrow J/\psi \gamma) = (2.8 \pm 0.8 \pm 0.1) \times 10^{-6}$ согласуется со значениями, полученными ранее Belle и BaBar.

Коллаборация BaBar сообщила также о наблюдении новой моды распада $X(3872) \rightarrow \psi(2S) \gamma$ [16, p.10] (рисунок 8б) с вероятностью:

$B(B^+ \rightarrow K^+ X(3872))B(X(3872) \rightarrow J/\psi(2S) \gamma) = (9.5 \pm 2.7 \pm 0.6) 10^{-6}$. Несмотря на существенно меньший фазовый объём в этом распаде, его вероятность оказалась в три раза больше вероятности распада в J/ψ . Этот неожиданный результат следует принимать с осторожностью, поскольку ошибки обоих измерений достаточно велики.

Из наблюдения радиационных переходов в J/ψ и $\psi(2S)$, фиксирующих положительную зарядовую чётность $X(3872)$ - мезона ($C_{X(3872)} = C_{J/\psi} C_\gamma = +1$), следует, что система $\pi^+\pi^-$ обладает отрицательной зарядовой чётностью, а значит, нечётным угловым моментом и отрицательной пространственной чётностью. Эти квантовые числа свидетельствуют о том, что распад $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+\pi^-$ действительно происходит через ρ^0 -мезон. В работе коллаборации Belle [8, p.8] было найдено указание на существование распада $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+\pi^-\pi^0$. В системе трёх π -мезонов доминировал вклад подпорогового ω -резонанса, а вероятность этого распада оказалась сравнимой с вероятностью $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+\pi^-$. Существование перехода $X(3872)$ в J/ψ с испусканием как чётного, так и нечётного числа π -мезонов также свидетельствует о большом нарушении изотопической инвариантности в распадах $X(3872)$.

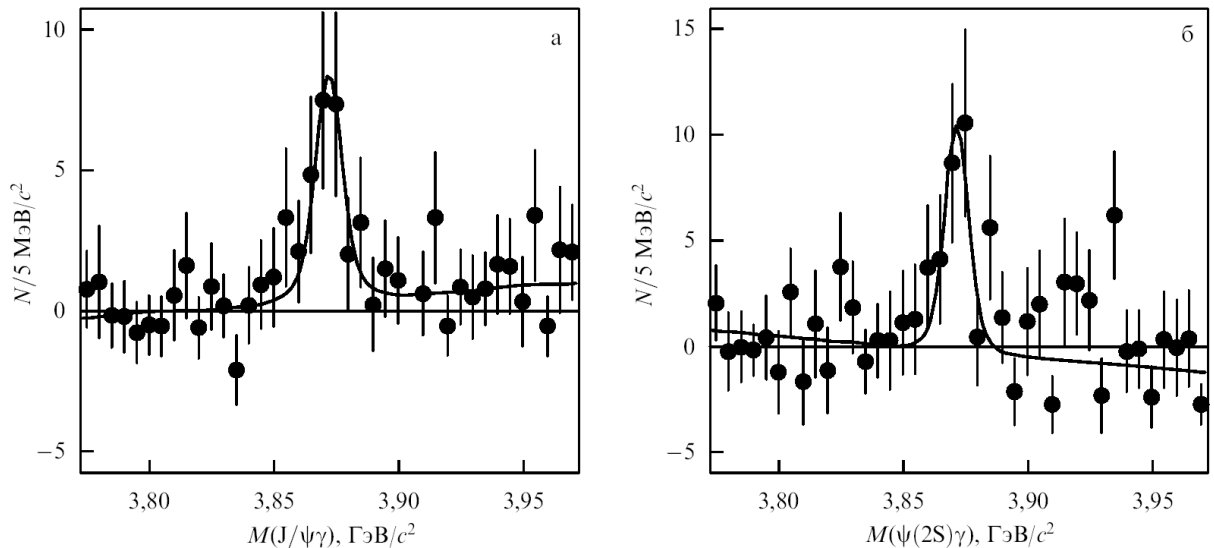


Рисунок 8 – Спектр инвариантных масс (а) $J/\psi \gamma$ и (б) $\psi(2S) \gamma$ в эксперименте ВаВар после вычитания фона

Прямое измерение квантовых чисел $X(3872)$ - мезона возможно, если провести угловой анализ распадов этого состояния. Сохранение углового момента, чётности и зарядовой чётности в сильных распадах позволяет предсказать (иногда неоднозначно) распределения по некоторому набору угловых переменных для определённого набора J^{PC} . Распад

$X(3872) \rightarrow J/\psi \rho^0 \rightarrow (l^+l^-)(\pi^+\pi^-)$ характеризуется тремя углами, которые можно выбрать, например, следующим образом:

- угол между импульсами π^+ и $X(3872)$ в системе покоя $\pi^+\pi^-$ - системы (определяет поляризацию системы $\pi^+\pi^-$);

- угол между импульсами l^+ и $X(3872)$ в системе покоя J/ψ (определяет поляризацию J/ψ);

- угол между плоскостями $(\pi^+\pi^-)$ и (l^+l^-) в системе покоя $X(3872)$.

Если экзотический $X(3872)$ – мезон рождается в двухчастичных распадах В-мезонов, то появляется возможность использовать для анализа дополнительные угловые переменные. Следует лишь помнить, что распад В-мезона идёт посредством слабого взаимодействия, в котором сохраняется угловой момент, но не сохраняется пространственная чётность.

Коллаборация Belle [134] сравнила ожидаемые угловые распределения для частицы с квантовыми числами $J^{PC} = 0^{++}$ или 0^{-+} с результатом эксперимента и исключила эти возможности. В то же время данные хорошо согласуются с гипотезой $J^{PC} = 1^{++}$. Позднее коллаборация CDF [10, р.10] провела более полный и последовательный анализ, в котором проверялись все возможные наборы квантовых чисел J^{PC} с $J \leq 3$, причём даже недопустимые для состояний чармония. Результат подгонки угловых распределений примерно равновероятно допускает $J^{PC} = 1^{++}$ или 2^{-+} . Остальные квантовые числа полностью исключены.

3.5 Распады $X(3872)$ – мезона в очарованные мезоны

В 2005 г. коллаборация Belle сообщила о наблюдении избытка событий в спектре инвариантных масс $D^0\bar{D}^0\pi^0$ - комбинаций из распада $B \rightarrow KD^0\bar{D}^0\pi^0$. Значимость около порогового пика составила 6.4σ , а масса, измеренная в предположении резонансного состояния, распадающегося в $D^0\bar{D}^0\pi^0$, равнялась $(3875.2 \pm 0.7^{+0.9}_{-1.8})$ МэВ/ c^2 [11, р.8]. Однако надёжно определить, является ли этот распад трёхчастичным или происходит через промежуточное $D^0\bar{D}^{*0}$ - состояние, не удалось. Годом позднее коллаборация BaBar представила результаты исследования распадов $B \rightarrow KD^0\bar{D}^{*0}$ и подтвердила наличие пика с массой $(3875.1^{+0.7}_{-0.5} \pm 0.5)$ МэВ/ e^2 [12] (рисунок 9а). Значения масс, полученные в работах Belle и BaBar, хорошо согласуются между собой, а их среднее отличается от массы, измеренной в $J/\psi\pi^+\pi^-$ -моду распада, на 3 МэВ/ e^2 (4.5σ).

Эти результаты лишь усилили недоумение, связанное с $X(3872)$: является ли обнаруженный пик в спектре инвариантных масс $D^0\bar{D}^0\pi^0$ - комбинаций ещё одной новой частицей, отличной от $X(3872)$, или в эксперименте наблюдается распад $X(3872) \rightarrow D^0\bar{D}^0\pi^0$? В последнем случае различие масс может объясняться статистической или систематической ошибкой, хотя не исключено,

что за наблюдаемым сдвигом кроется физическое объяснение. Например, в работах [135-138] было высказано предположение о том, что X(3872) – мезон виртуальное состояние с массой чуть ниже порога $D^0\bar{D}^{*0}$. Тогда в канале распада $J/\psi \pi^+\pi^-$ сигнал будет узким, а в канале $D^0\bar{D}^{*0}$ будет наблюдаться сдвиг в массе и заметная ширина сигнала.

В 2008 г. коллаборация Belle представила новые результаты исследования распадов $B \rightarrow KD^0\bar{D}^{*0}$ на большей статистике данных (рисунок 9б) [139]. Вероятность распада и ширина сравнимы с величинами, ранее опубликованными Belle [77, p.11] для нерезонансных $D^0\bar{D}^0\pi^0$ - распадов, а масса оказалась на 1σ ниже ($M = (3872.6_{-0.4}^{+0.5} \pm 0.4)$ МэВ/с²) и теперь согласуется со среднемировым значением для X(3872) в $J/\psi\pi^+\pi^-$ -моду [132, p.50].

3.6 Интерпретации X(3872) – мезона и их проверки

Измеренным квантовым числам X(3872) соответствуют два до сих пор неоткрытых состояний чармония: $\chi_{1c}(2P)(2^3P_1)$ и $\eta_{2c}(1^1D_2)$. Первое, $\chi_{1c}(2P)$, может быть узким, если его масса близка к порогу $D^0\bar{D}^{*0}$. Хотя такое значение массы $\chi_{1c}(2P)$ противоречит потенциальным моделям, предсказывающим для неё значение в диапазоне 3.93–3.99 ГэВ/с², не следует считать этот аргумент против $\chi_{1c}(2P)$ серьёзным. Как уже обсуждалось, измерение массы $\chi_{1c}(2P)$ не свидетельствует о надёжности предсказания масс. Более критичным для гипотезы о том, что X(3872) может быть отождествлён с $\chi_{1c}(2P)$, является малая вероятность распада X(3872) в $J/\psi\gamma$. Оценки парциальной ширины распада $\chi_{1c}(2P) \rightarrow J/\psi\gamma$ дают значение ~ 10 кэВ, в то время как типичная ширина распада с нарушением изоспина для чармония не превышает ~ 0.5 кэВ. В то же время измеренное отношение $B(X(3872) \rightarrow J/\psi\gamma) / B(X(3872) \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-) < 0.4$ на 90 % CL, т.е. на два порядка ниже ожидаемого.

Предсказываемая масса второго кандидата, η_{2c} , слишком мала [140, 141], но, что более важно, это состояние не ожидается узким, вне зависимости от его массы. Хотя для него также запрещён распад в $D\bar{D}$, распад η_{2c} через двухглюонную аннигиляцию должен иметь парциальную ширину в несколько МэВ или даже в несколько десятков МэВ. Подавленные изоспином распады просто не могут конкурировать с распадами на лёгкие адроны, и они должны иметь ничтожно малую вероятность.

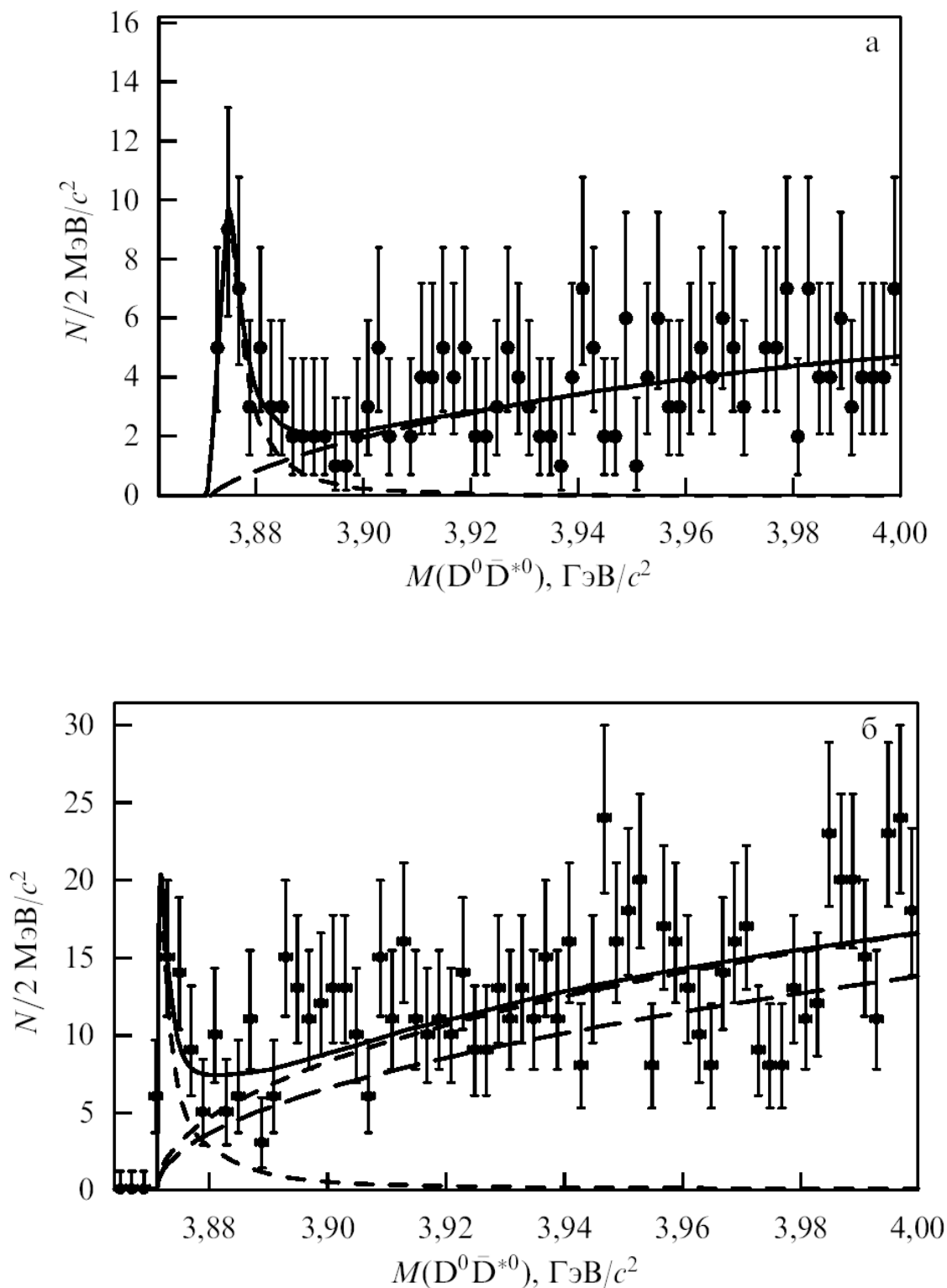


Рисунок 9 – Спектр инвариантных масс $D^0 D^{*0}$ - комбинаций в экспериментах (а) Belle и (б) BaBar

К настоящему времени в литературе имеется несколько различных интерпретаций X(3872):

- молекулой, состоящей из $D^0 \bar{D}^{*0}$ [19 – 45, p.10];

- тетракварком, т.е. связанным состоянием кварка и дикварка [46 – 54, р. 10];
- проявлением порогового эффекта [55, р.10];
- гибридом кварков и глюонов [56, 57, р.10];
- глоболов [58, р.10].

Подробное описание теории и эксперимента для новых состояний чармония можно найти в обзорах [59 – 64, р.10].

Таким образом, наиболее интригующим вопросом в настоящее время является интерпретация $X(3872)$ – мезона либо как сильно связанной молекулы с энергией связи $M_X - (M_{D^{*0}} + M_{D^0}) = -0.30 \pm 0.40$ МэВ, либо как тетракварк, являющегося связанным состоянием цветных дикварков.

Молекулярная природа $X(3872)$ – мезона интенсивно обсуждается в последнее время в литературе. В работе [65, р.10] на основе предположения о том, что $X(3872)$ является $D^0 \bar{D}^{*0}$ молекулой, было оценено сечение его рождения на теватроне в Национальной ускорительной лаборатории им.Э.Ферми. Полученный верхний предел для сечения рождения оказался почти в 30 раз меньше значения сечения, наблюдаемого на эксперименте. На основе этого был сделан вывод, что маловероятно образование сильно связанной $D^0 \bar{D}^{*0}$ –молекулы при S – волновом резонансном рассеянии при высоких энергиях адронов.

Однако, авторы работы [66, р.11] указывали на необходимость учёта перерассеяния очарованных мезонов при анализе, проведённом в работе [65, р.10]. В этом случае теоретическая верхняя оценка может возрасти на несколько порядков и стать сравнимой с экспериментальной величиной. Такое заключение позднее критиковалось в работе [67, р.11]. Во-первых, было указано, что, используя результаты работы [66, р.11], можно предсказать новое молекулярное состояние $X_s(4080)$, состоящее из $D_s \bar{D}_s^*$ -пары. Однако такое состояние не было найдено на теватроне. Во-вторых, авторы [65, р.10] высказывали вполне обоснованное сомнение о применимости теоремы Ватсона для учёта конечных состояний в вычислениях, проделанных в работе [66, р.11].

Интерпретация $X(3872)$ как тетракварка была впервые предложена и применена для описания имеющихся экспериментальных данных в работе [46, р.10]. $X(3872)$ в этом случае является одним из членов семейства $c\bar{q}c\bar{q}'$ четырёхкварковых состояний, включающего в себя также два заряженных состояний. Наивная четырёхкварковая модель ожидает равных вероятностей распадов $B \rightarrow KX(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$ и $B \rightarrow KX^-(3872) \rightarrow J/\psi \pi^- \pi^0$. В качестве проверки этой гипотезы коллаборация BaBar безуспешно искала заряженного партнёра $X(3872)$ в последней цепочке распадов [142]. Установленные верхние пределы вероятности его рождения (примерно на порядок меньше вероятности рождения самого $X(3872)$) исключили изовекторную гипотезу для $X(3872)$. После этого измерения четырёхкварковую модель модернизировали (дикварк-антидикварковая модель [46 – 48, р.10]): теперь заряженный партнёр рождается слабо, нейтральный «собрат» $X(3872)$,

масса которого согласно представлениям этой модели на $\sim 10 \text{ МэВ}/c^2$ больше, предпочитает рождаться в распадах заряженных В-мезонов. Для проверки новой гипотезы обе коллаборации, BaBar [143] и Belle [144], исследовали X(3872) из распадов $B^+ \rightarrow K^+ X(3872)$ и $B^0 \rightarrow K_S^0 X(3872)$. Полученные отношения вероятностей распадов $B(B^0 \rightarrow K^0 X(3872))/B(B^+ \rightarrow K^+ X(3872))$, равные $0.41 \pm 0.24 \pm 0.05$ (BaBar) и $0.82 \pm 0.22 \pm 0.05$ (Belle), не противоречат единице. Разность значений измеренных масс X(3872) - состояний, рождённых заряженными и нейтральными В-мезонами, $\Delta M = M_{XK^+} - M_{XK^0} = (2.7 \pm 1.6 \pm 0.4) \text{ МэВ}/c^2$ (BaBar) и $(0.18 \pm 0.89 \pm 0.26) \text{ МэВ}/c^2$ (Belle), согласуется с нулём и противоречит дикварк-антидикварковой модели.

Среди других возможностей рассматриваются гибриды [56, p.10] или пороговые эффекты [145].

3.7 Краткие выводы

Итак, на основе полученных результатов в экспериментах [1, 3 – 5, p.8] можно сделать следующие выводы:

- За последние десять лет важную информацию о новых состояниях чармония удалось получить и в экспериментах, работающих при энергии e^+e^- - аннигиляции в области порога открытого чарма (CLEO и BES), а также в экспериментах на $p\bar{p}$ -коллайдере Tevatron (CDF и DØ). Однако именно В-фабрики внесли по-настоящему революционные перемены в эту казавшуюся давно понятой область физики. Лишь три из недавно найденных состояний: h_c , $\eta_c(2S)$, $\chi_{c2}(2P)$ идентифицированы как вероятные кандидаты в возбуждения чармония. Для остальных, с массами выше порога открытого чарма, ввели термин "чармониеподобное" состояние, говорящий об обязательном присутствии $c\bar{c}$ -пары, однако подчёркивающий, что их свойства плохо согласуются с ожидаемыми в модели чармония. В распадах В-мезонов были найдены состояния X(3872), Y(3940), X(4140), $Z^+(4430)$ и $Z_{1,2}^+$.

- Узкое состояние, названное X(3872) - мезоном, было открыто коллаборацией Belle в 2003 г. в распадах $B^+ \rightarrow K^+ J/\psi \pi^+ \pi^-$ [1, p.8]. Помимо известного резонанса $\psi(2S)$ в спектре инвариантных масс комбинаций $J/\psi \pi^+ \pi^-$ был обнаружен второй пик вблизи массы $3.87 \text{ ГэВ}/c^2$. Открытие X(3872) – мезона вскоре было подтверждено коллаборациями CDF [4, p.8] и D0 [5, p.8] в инклюзивном рождении в $p\bar{p}$ -взаимодействиях. Спектры инвариантных масс $J/\psi \pi^+ \pi^-$ - комбинаций, в которых помимо большого пика $\psi(2S)$ наблюдается отчётливый второй пик, соответствующий рождению X(3872).

- Из наблюдения радиационных переходов в J/ψ и $\psi(2S)$, фиксирующих положительную зарядовую чётность X(3872)- мезона ($C_{X(3872)} = C_{J/\psi} C_\gamma = +1$), следует, что система $\pi^+ \pi^-$ обладает отрицательной зарядовой чётностью, а

значит, нечётным угловым моментом и отрицательной пространственной чётностью. Эти квантовые числа свидетельствуют о том, что распад $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$ действительно происходит через ρ^0 -мезон. В работе коллаборации Belle [8] было найдено указание на существование распада $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^- \pi^0$. В системе трёх π -мезонов доминировал вклад подпорогового ω -резонанса, а вероятность этого распада оказалась сравнимой с вероятностью $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$. Существование перехода $X(3872)$ в J/ψ с испусканием как чётного, так и нечётного числа π -мезонов также свидетельствует о большом нарушении изотопической инвариантности в распадах $X(3872)$.

- Коллаборация Belle [134] сравнила ожидаемые угловые распределения для частицы с квантовыми числами $J^{PC} = 0^{++}$ или 0^{-+} с результатом эксперимента и исключила эти возможности. В то же время данные хорошо согласуются с гипотезой $J^{PC} = 1^{++}$. Позднее коллаборация CDF [10] провела более полный и последовательный анализ, в котором проверялись все возможные наборы квантовых чисел J^{PC} с $J \leq 3$, причём даже недопустимые для состояний чармония. Результат подгонки угловых распределений примерно равновероятно допускает $J^{PC} = 1^{++}$ или 2^{-+} . Остальные квантовые числа полностью исключены.

Наиболее интригующим вопросом структуры образования $X(3872)$ – мезона в настоящее время является интерпретация $X(3872)$ – мезона, либо как сильно связанная молекула с энергией связи равной $M_X - (M_{D^{*0}} + M_{D^0}) = -0.30 \pm 0.40$ МэВ, либо как тетракварк, являющийся связанным состоянием цветных дикварков.

4 СИЛЬНЫЕ И РАДИАЦИОННЫЕ РАСПАДЫ X(3872) – МЕЗОНА

В этой главе вычислим ширины сильных и радиационных распадов X(3872) - мезона в рамках развиваемого подхода. Подробное описание X-мезона как тетракварка, построение соответствующего лагранжиана и вычисление эффективной константы связи было дано в первой главе. Введение электромагнитного взаимодействия с помощью P – экспоненты и построение лагранжиана взаимодействия, линейного по электромагнитному взаимодействию, было выполнено во второй главе.

4.1 Сильные распады $X \rightarrow J/\psi + 2\pi(3\pi)$ и $X \rightarrow D + \bar{D} + \pi$

4.1.1 Матричные элементы переходов $X \rightarrow J/\psi + \rho(\omega)$ и $X \rightarrow D + \bar{D}^*$

В данном разделе вначале вычислим матричные элементы переходов, $X \rightarrow J/\psi + \rho(\omega)$ и $X \rightarrow D + \bar{D}^*$. Соответствующие диаграммы Фейнмана изображены на рисунке 10.

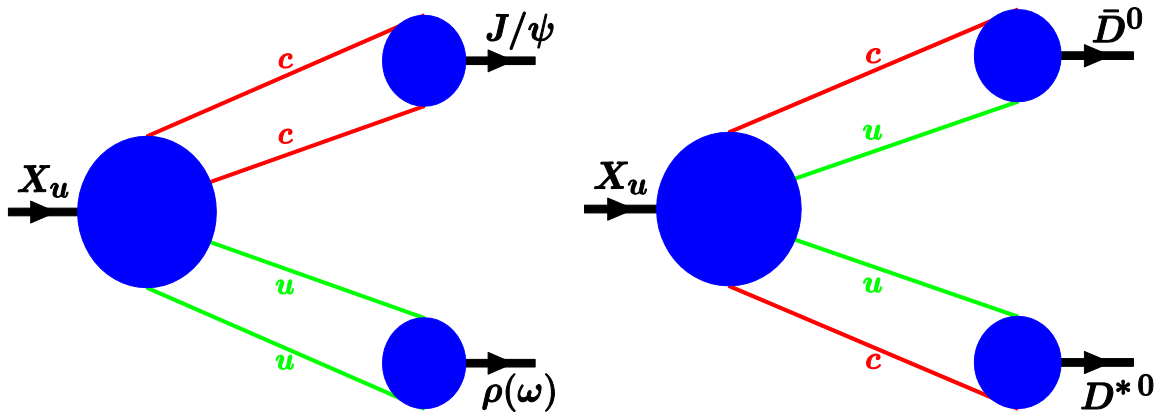


Рисунок 10 – Диаграммы Фейнмана, описывающие переходы $X \rightarrow J/\psi + \rho(\omega)$ и $X \rightarrow D + \bar{D}^*$

Поскольку в обоих случаях масса X(3872) находится очень близко к соответствующим кинематическим порогам

$$m_X - (m_{J/\psi} + m_\rho) = -0.90 \pm 0.41 \text{ МэВ},$$

$$m_X - (m_{D^0} - m_{D^{*0}}) = -0.30 \pm 0.34 \text{ МэВ}.$$

векторные мезоны ρ , ω и D^* мезоны должны рассматриваться вне их массовой поверхности. Тогда матричный элемент $X_u \rightarrow J/\psi + \rho(\omega)$ перехода записывается в виде:

$$\begin{aligned}
& M^{\mu\nu\rho}(X_u(p, \mu) \rightarrow J/\psi(q_1, \nu) + \nu^0(q_2, \rho)) = \\
& = 6g_X g_{J/\psi} g_{\nu^0} \int \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4 i} \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4 i} \bar{\Phi}_X(-K_1^2) \times \\
& \times \Phi_{J/\psi}\left(-\left(k_1 + \frac{1}{2}q_1\right)^2\right) \Phi_{\nu^0}\left(-\left(k_2 + \frac{1}{2}q_2\right)^2\right) \times \\
& \times \text{tr}\left[i\gamma^5 S_c(k_1) \gamma^\nu S_c(k_1 + q_1) \gamma^\mu S_u(k_2) \gamma^\rho S_u(k_2 + q_2)\right] = \\
& = \varepsilon^{q_1 q_2 \mu \nu} q_1^\rho M_{X J\nu}^{(1)} + \varepsilon^{q_1 q_2 \mu \nu} q_2^\rho M_{X J\nu}^{(2)} + \varepsilon^{q_1 q_2 \mu \rho} q_2^\nu M_{X J\nu}^{(3)} + \varepsilon^{q_1 q_2 \nu \rho} q_1^\mu M_{X J\nu}^{(4)} + \\
& + \varepsilon^{q_1 \mu \nu \rho} M_{X J\nu}^{(5)} + \varepsilon^{q_2 \mu \nu \rho} M_{X J\nu}^{(6)} + \varepsilon^{q_1 q_2 \mu \rho} q_1^\nu M_{X J\nu}^{(7)} + \varepsilon^{q_1 q_2 \nu \rho} q_2^\mu M_{X J\nu}^{(8)}, \tag{75}
\end{aligned}$$

здесь

$$K_1^2 = \frac{1}{2}\left(k_1 + \frac{1}{2}q_1\right)^2 + \frac{1}{2}\left(k_2 + \frac{1}{2}q_2\right)^2 + \frac{1}{4}(\omega_u q_1 - \omega_c q_2)^2,$$

где $\nu^0 = \rho, \omega$. Отметим, что в случае, когда X и J/ψ находятся на массовой поверхности, т.е. $\xi_\mu(q_1^\mu + q_2^\mu) = 0$ и $\xi_\nu q_1^\nu = 0$, число независимых лоренцовских структур уменьшается до 6. Далее, используя очевидные соотношения:

$$M(X_d \rightarrow J/\psi + \rho) = -M(X_u \rightarrow J/\psi + \rho),$$

$$M(X_d \rightarrow J/\psi + \omega) = -M(X_u \rightarrow J/\psi + \omega)$$

можно выразить амплитуды распадов физических состояний, определённых уравнением (19), через амплитуды распадов чистого X_u - состояния:

$$M(X_l \rightarrow J/\psi + \omega) = (\cos\theta + \sin\theta)M(X_u \rightarrow J/\psi + \omega),$$

$$M(X_h \rightarrow J/\psi + \omega) = (\cos\theta - \sin\theta)M(X_u \rightarrow J/\psi + \omega),$$

$$M(X_l \rightarrow J/\psi + \rho) = (\cos\theta - \sin\theta)M(X_u \rightarrow J/\psi + \rho),$$

$$M(X_h \rightarrow J/\psi + \rho) = -(\cos\theta + \sin\theta)M(X_u \rightarrow J/\psi + \rho).$$

В случае распада $X \rightarrow \bar{D} + D^*$, соответствующий матричный элемент записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned} & M^{\mu\nu}(X_q(p, \mu) \rightarrow \bar{D}(q_1) + D^*(q_2)) = \\ & = 3\sqrt{2}g_X g_D g_{D^*} \int \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4 i} \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4 i} \bar{\Phi}_X(-K_2^2) \times \\ & \times \Phi_D(-(k_1 + \omega_c q_1)^2) \Phi_{D^*}(-(k_2 + \omega_c q_2)^2) \times \\ & \times \text{tr}[i\gamma^5 S_c(k_1) \gamma^5 S_q(k_1 + q_1) \gamma^\mu S_c(k_2) \gamma^\nu S_q(k_2 + q_2)] + \\ & + (m_q \leftrightarrow m_c, \omega_q \leftrightarrow \omega_c) = \\ & = g^{\mu\nu} M_{XDD^*}^{(1)} + q_1^\mu q_1^\nu M_{XDD^*}^{(2)} + q_1^\mu q_2^\nu M_{XDD^*}^{(3)} + q_2^\mu q_1^\nu M_{XDD^*}^{(4)} + q_2^\mu q_2^\nu M_{XDD^*}^{(5)}. \end{aligned} \quad (76)$$

здесь

$$K_2^2 = \frac{1}{8}(k_1 - k_2)^2 + \frac{1}{8}(k_1 - k_2 + q_1 - q_2)^2 + \frac{1}{4}(k_1 + k_2 + \omega_c p)^2.$$

Имеется несколько полезных соотношений между различными амплитудами:

$$M(X_u \rightarrow \bar{D}^0 + D^{*0}) = M(X_u \rightarrow D^0 + \bar{D}^{*0}), \quad (77)$$

$$M(X_d \rightarrow D^+ + D^{*-}) = M(X_d \rightarrow D^- + \bar{D}^{*+}).$$

Следует отметить, что распад X-мезона в пару D запрещён по квантовым числам.

4.1.2 Определение ширины распадов X(3872) мезона

Далее используя матричные элементы (75) для распада $X \rightarrow J/\psi + \rho(\omega)$ можно вычислить ширины распадов $X \rightarrow J/\psi + 2\pi(3\pi)$, в предположении, что они идут через промежуточные $\rho(\omega)$ резонансы. Будем использовать

приближение узких резонансов, которое достаточно оправдано в данном случае, поскольку ширины $\rho(\omega)$ резонансов значительно меньше их масс.

В этом приближении дифференциальное сечение реакции $X \rightarrow J/\psi + n\pi$ записывается в виде:

$$\frac{d\Gamma(X \rightarrow J/\psi + n\pi)}{dq^2} = \frac{1}{8m_X^2 \pi} \cdot \frac{1}{3} |M_{X J\nu}|^2 \cdot \frac{\Gamma_{\nu^0} m_{\nu^0}}{\pi} \frac{p^*(q^2) B(\nu^0 \rightarrow n\pi)}{(m_{\nu^0}^2 - q^2) + \Gamma_{\nu^0}^2 m_{\nu^0}^2}, \quad (78)$$

где

$$\frac{1}{3} |M_{X J\nu}|^2 = \frac{1}{3} \sum_{pol} |\varepsilon_X^\mu \varepsilon_{J/\psi}^\nu \varepsilon_{\nu^0}^\rho M_{\mu\nu\rho}|^2.$$

Здесь $p^*(q^2) = \lambda^{1/2}(m_X^2, m_{J/\psi}^2, q^2)/2m_X$ является импульсом J/ψ (или $(n\pi)$ системы), в системе центра масс. Квадрат переданного импульса меняется в следующей кинематической области: $(nm_\pi)^2 \leq q^2 \leq (m_X - m_{J/\psi})^2$.

Существенным моментом при выводе формулы (78) является пренебрежение корреляционными поляризациями. Как было показано в работе [146], их учёт не даёт никаких эффектов, если промежуточные состояния находятся на массовой поверхности. Отметим, что в наших расчетах сохраняем зависимость от q^2 в матричных элементах, которая определяется уравнением (75). Берем массы и ширины $\rho(\omega)$ - мезонов из [2, p.8] (все размерные величины даны в единицах МэВ): $m_\rho = 775,49$, $\Gamma_\rho = 146.2$, $B(\rho \rightarrow 2\pi) = 1$, $m_\omega = 782.65$, $\Gamma_\omega = 8.49$, $B(\omega \rightarrow 3\pi) = 0.892$. При численных расчётах используем значения свободных параметров модели, которые были определены с помощью фита наименьших квадратов в таблицах 1 и 2.

Имеются два новых свободных параметра: угол смешивания θ в уравнении (19) и параметр Λ_X , характеризующий размер X-мезона. В данной диссертации изменяли параметр Λ_X в достаточно широком интервале $2.5 \leq \Lambda_X \leq 4$ ГэВ, и нашли, что отношение

$$\frac{\Gamma(X_u \rightarrow J/\psi + 3\pi)}{\Gamma(X_u \rightarrow J/\psi + 2\pi)} \approx 0.25 \quad (79)$$

очень устойчиво при вариации Λ_X . Тогда, используя данный результат и среднее значение, полученное из экспериментальных данных, приведенных в уравнении (2), можно найти

$$\frac{\Gamma(X_{l,h} \rightarrow J/\psi + 3\pi)}{\Gamma(X_{l,h} \rightarrow J/\psi + 2\pi)} \approx 0.25 \cdot \left(\frac{1 \pm \tan \theta}{1 \mp \tan \theta} \right) \approx 1, \quad (80)$$

что даёт $\theta \approx \pm 18.4^\circ$ для $X_l \rightarrow "+"$ и $X_h \rightarrow "-"$, соответственно. Эти результаты согласуются с результатами, полученными в [46, p.10]: $\theta \approx \pm 20^\circ$ и [51, p.10]: $\theta \approx \pm 23.5^\circ$.

4.1.3 Зависимость ширины распада от размерного параметра X- мезона

Ширина распада является достаточно чувствительной к изменению параметра Λ_X , характеризующий размер X(3872) - мезона как это показано на рисунке 11. В данном интервале абсолютное значение ширины распада $\Gamma(X \rightarrow J/\psi + n\pi)$ меньше 0.30 МэВ , что соответствует экспериментальному ограничению $\Gamma(X(3872)) \leq 2.3 \text{ МэВ}$.

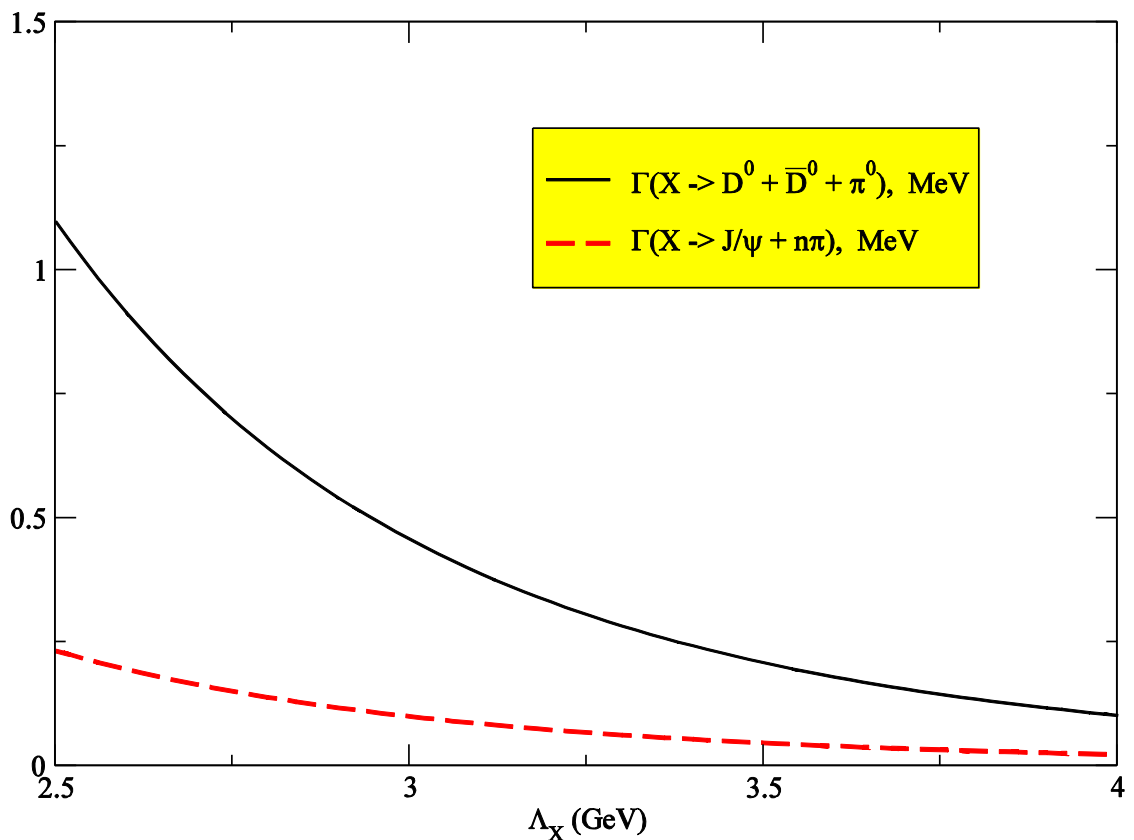


Рисунок 11 – Зависимость ширин распадов $\Gamma(X_l \rightarrow \bar{D}^0 D^0 \pi^0)$ и $\Gamma(X \rightarrow J/\psi + n\pi)$ от параметра Λ_X

Аналогичным образом, вычисляется ширина распада $X \rightarrow D^0 \bar{D}^0 \pi^0$. В приближении узких резонансов дифференциальное сечение данной реакции записывается в виде:

$$\frac{d\Gamma(X_u \rightarrow \bar{D}^0 D^0 \pi^0)}{dq^2} =$$

$$= \frac{1}{2m_X^2 \pi} \cdot \frac{1}{3} |M_{XDD^*}|^2 \frac{\Gamma_{D^{*0}} m_{D^{*0}}}{\pi} \frac{p^*(q^2) B(D^{*0} \rightarrow D^0 \pi^0)}{(m_{D^{*0}}^2 - q^2)^2 + \Gamma_{D^{*0}}^2 m_{D^{*0}}^2}$$
(81)

здесь

$$\frac{1}{3} |M_{XDD^*}|^2 = \frac{1}{3} \sum_{pol} |\varepsilon_X^\mu \varepsilon_{D^{*0}}^\nu M_{\mu\nu}|^2,$$

$$p^*(q^2) = \lambda^{1/2}(m_X^2, m_{D^0}^2, q^2) / 2m_X,$$

где $M_{\mu\nu}$ - матричный элемент, определённый уравнением (76). Кинематическая область задаётся неравенствами

$$(m_{D^0} + m_{\pi^0})^2 \leq q^2 \leq (m_X - m_{D^0})^2$$

и является очень узкой $3.99928 \leq q^2 \leq 4.02672 \text{ ГэВ}^2$. Отметим, то, что учли оба канала с промежуточными D^{*0} и \bar{D}^{*0} мезонами. Брали массы и ширины D^{*+} и D^{*0} мезонов из данных [2, р.8] и [25, р.10], [48, р.10] (все размерные величины в единицах МэВ):

$$m_{D^{*+}} = 2010.27, \quad \Gamma_{D^{*+}} = 0.096,$$

$$m_{D^{*0}} = 2006.97, \quad B(D^{*+} \rightarrow D^+ \pi^0) = 0.307,$$

$$\Gamma_{D^{*0}} = 0.070, \quad B(D^{*+} \rightarrow D^0 \pi^0) = 0.619.$$

Зная эти значения, ширина распада вычисляется по формуле:

$$\Gamma(X_l \rightarrow \bar{D}^0 D^0 \pi^0) = \cos^2 \theta^2 \Gamma(X_u \rightarrow \bar{D}^0 D^0 \pi^0).$$

Зависимость ширины от параметра Λ_X показана на том же рисунке 11. Используя результаты [2, р.8]

$$10^5 B(B^\pm \rightarrow K^\pm X) \cdot B(X \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-) = 0.95 \pm 0.19,$$

$$10^5 B(B^\pm \rightarrow K^\pm X) \cdot B(X \rightarrow D^0 \bar{D}^0 \pi^0) = 10.0 \pm 4.0,$$

можно определить отношение

$$\frac{\Gamma(X \rightarrow D^0 \bar{D}^0 \pi^0)}{\Gamma(X \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-)} = 10.5 \pm 4.7. \quad (82)$$

Теоретическое значение, полученное из отношений ширин распадов, показанных на рисунке 11, равно

$$\left. \frac{\Gamma(X \rightarrow D^0 \bar{D}^0 \pi^0)}{\Gamma(X \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-)} \right|_{\text{теор}} = 4.5 \pm 0.2. \quad (83)$$

4.2 Влияние X – мезона на поведение сечения диссоциации J/ψ – мезона

X – мезон, рассматриваемый как 4-х кварковое состояние $\bar{c} s \bar{q} q$, может оказать влияние на поведение сечения диссоциации J/ψ - мезона лёгкими мезонами. Например, в реакции $J/\psi + \pi \rightarrow \bar{D} + D$, X - мезон может появиться в s-канале в промежуточном состоянии. Прежде чем переходить к количественным оценкам, хотела бы отметить, что данная реакция диссоциации J/ψ - мезона была рассмотрена в рамках модели – релятивистской модели конституэнтных кварков в работе [92, p.11]. Для полноты картины приводим здесь соответствующие диаграммы Фейнмана, на рисунке 12.

Поведение сечений каждой отдельной моды $J/\psi + \pi \rightarrow \bar{D} + D$, $J/\psi + \pi \rightarrow D^* + \bar{D}$, $J/\psi + \pi \rightarrow D^* + \bar{D}^*$, так же, как и поведение суммарного сечения показаны на рисунке 13.

Если учтём влияние X - мезона, то это приведёт к появлению дополнительной s-канальной диаграммы, показанной на рисунке 14.

Соответствующий вклад в сечение записывается в виде:

$$\begin{aligned} & \sigma(J/\psi + \nu^0 \rightarrow D + \bar{D}^*) + \sigma(J/\psi + \nu^0 \rightarrow \bar{D} + D^*) = \\ & = 2(\cos\theta \mp \sin\theta)^2 \sigma(J/\psi + \nu^0 \rightarrow X \rightarrow \bar{D} + D^*), \\ & \sigma(J/\psi + \nu^0 \rightarrow X_u \rightarrow \bar{D} + D^*) = \\ & = \frac{1}{16\pi s} \frac{\lambda^{1/2}(s, m_D^2, m_{D^*}^2)}{\lambda^{1/2}(s, m_{J/\psi}^2, m_{\nu^0}^2)} \frac{1}{9} \sum_{pol} \frac{|A|^2}{(s - m_X^2)^2 + \Gamma_X^2 m_X^2}, \end{aligned} \quad (84)$$

здесь

$$A = \varepsilon_{J/\psi}^\nu \varepsilon_{\nu^0}^\rho M_{\mu\nu\rho} \left(-g^{\mu\alpha} + \frac{p^\mu p^\alpha}{m_X^2} \right) \varepsilon_{D^*}^\beta M_{\alpha\beta},$$

где $p = p_1 + p_2 = q_1 + q_2$. Если $v^0 = \rho$, то берём знак “минус”, если ω – берём знак “плюс”.

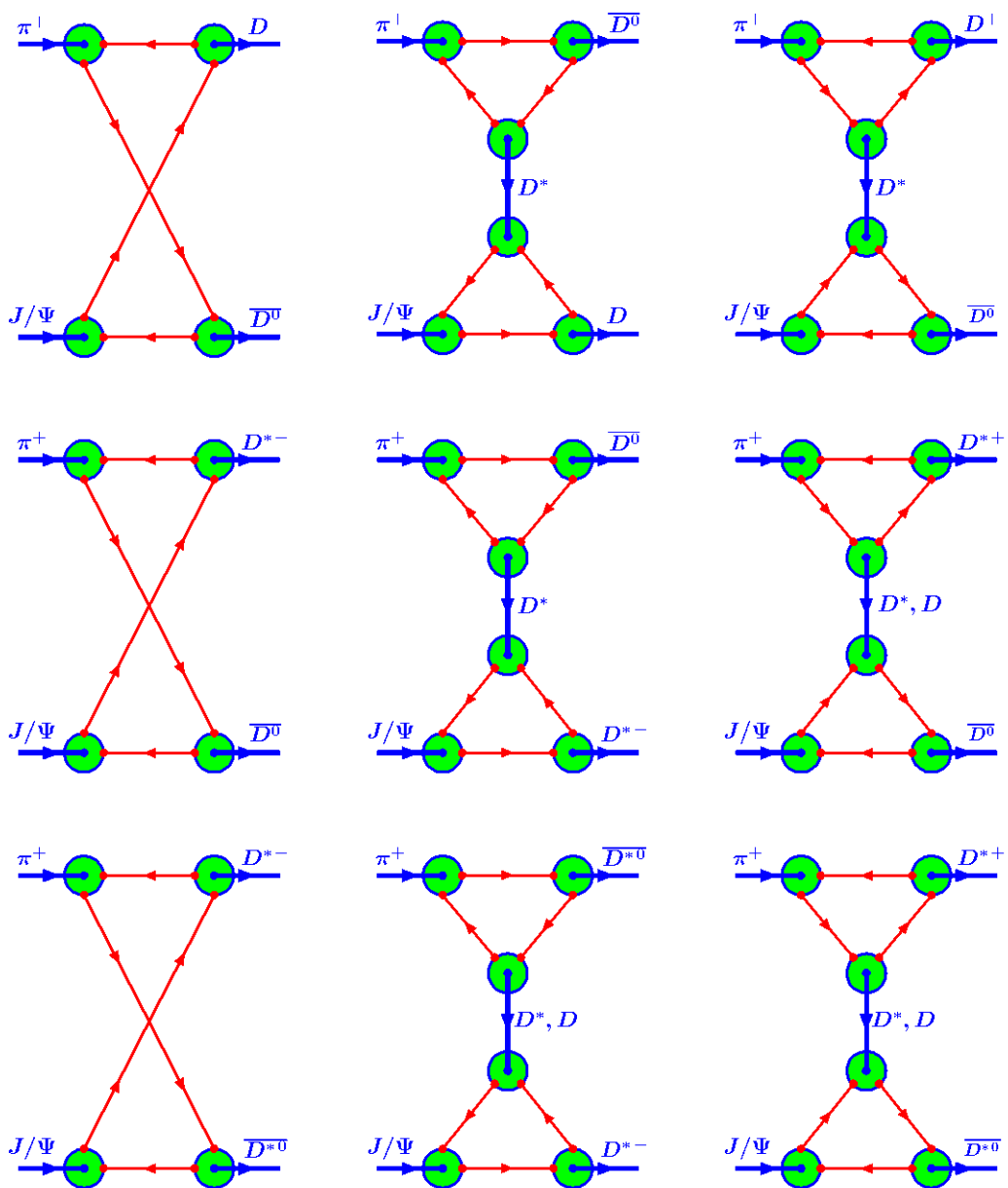


Рисунок 12 – Диаграммы, описывающие реакцию диссоциации J/ψ - мезона в работе [92, p.12]

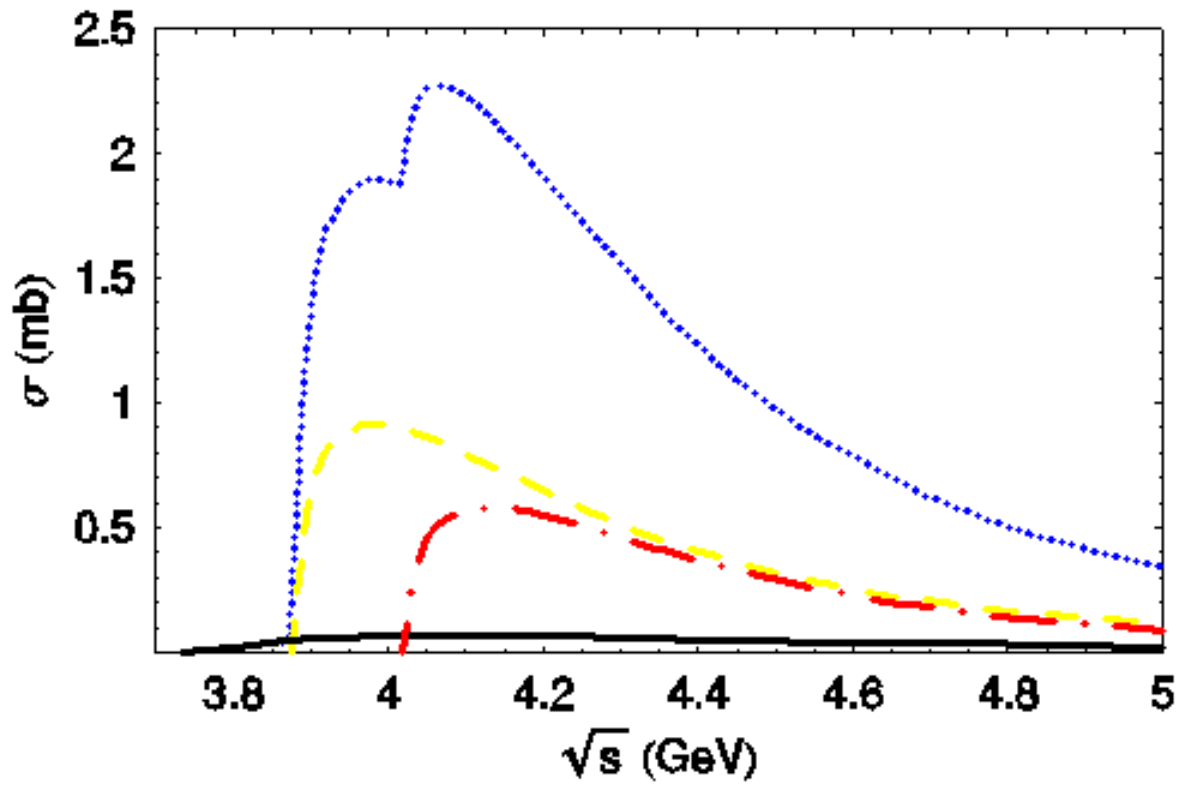


Рисунок 13 – Полное сечение реакции диссоциации J/ψ - мезона, вычисленное в работе [92, p.12]

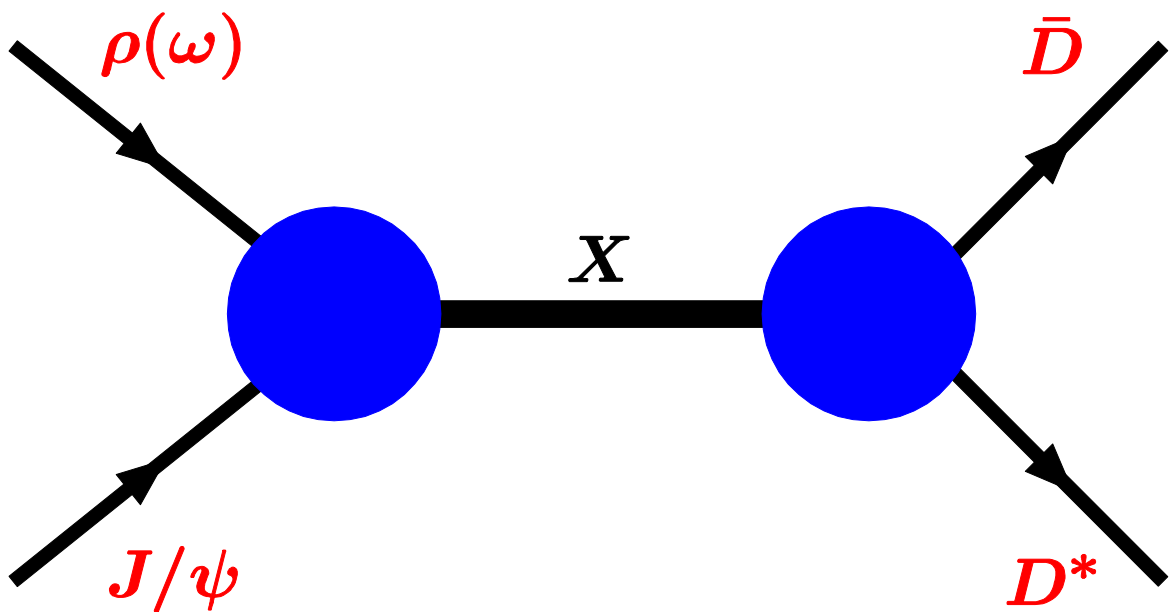


Рисунок 14 – Диаграмма описывающий вклад X -резонанса в процесс J/ψ -диссоциации

Также пренебрегаем эффектами, нарушающими сохранение изотопического спина. Отметим, что для заряженных D-мезонов в конечном состоянии $E = \sqrt{s} \geq m_{D^+} + m_{D^{*+}}$, в то время как для нейтральных D-мезонов в конечном состоянии $E \geq m_{J/\psi} + m_{\nu^0}$. В первом случае сечение обращается в нуль на пороге реакции $E = m_{D^+} + m_{D^{*+}}$. В последнем случае сечение "взрывается" при $E = m_{J/\psi} + m_{\nu^0}$ потому, что канал $J/\psi + \nu^0 \rightarrow D^0 + \bar{D}^{*0}$ экзотермичен и кинематическая функция $\lambda^{1/2}(s, m_{J/\psi}^2, m_{\nu^0}^2)$ в знаменателе обращается в нуль. Для численных оценок полагаем $\Gamma_X = 1$ МэВ. Поведение сечения (84) показано на рисунках 15 и 16. На рисунке 15, в случае заряженных D-мезонов максимальное значение сечения составляет около 0.32 мбарн при $E = 3.88$ ГэВ. Этот результат сравним с результатом сечения $\sigma(J/\psi + \pi \rightarrow D + \bar{D}^*) \approx 0.9$ мбарн при $E = 4.0$ ГэВ, показано на рисунке 13. Таким образом, X-резонанс дает значительный вклад в сечение J/ψ - диссоциации.

Charged D-mesons

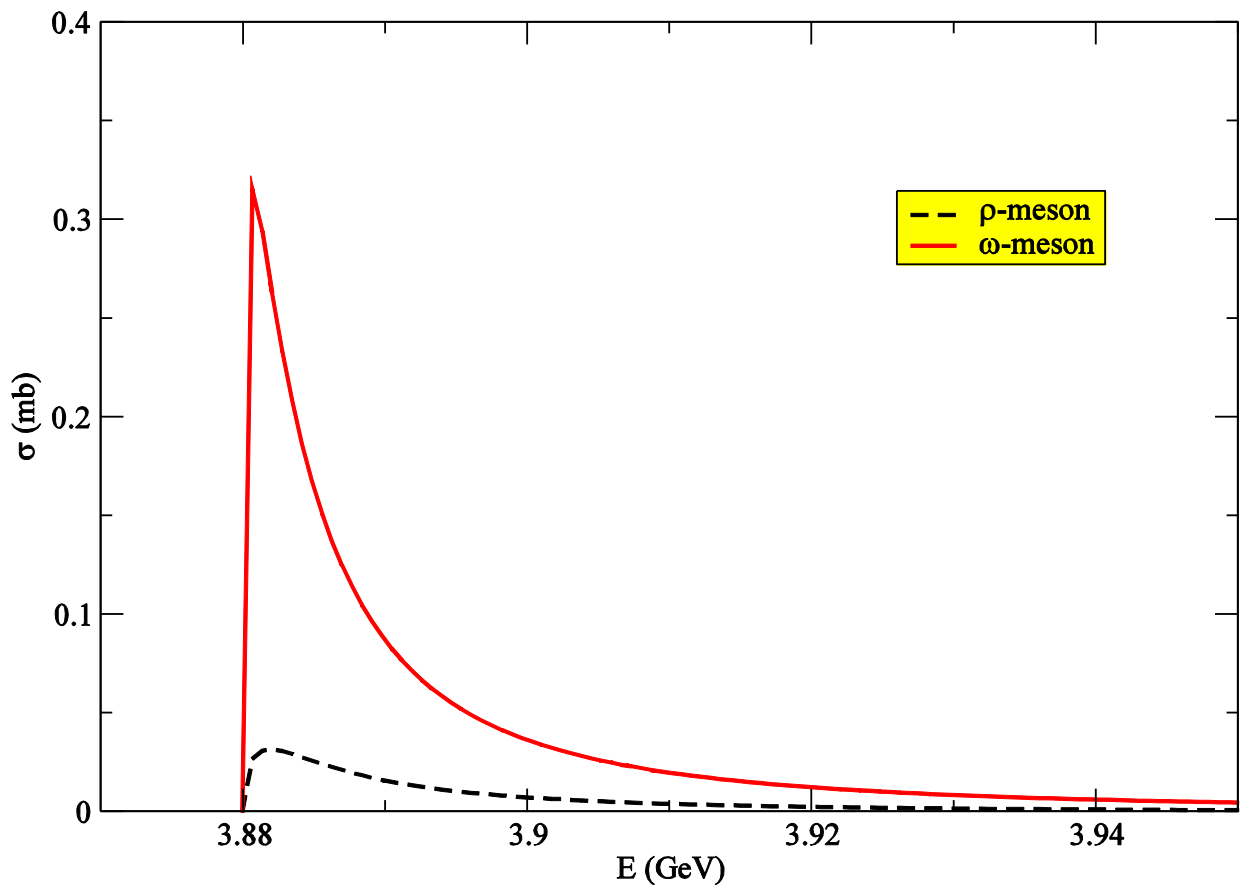


Рисунок 15 – Сечение реакции $J/\psi + \nu^0 \rightarrow X \rightarrow D + D^*$. В случае заряженных D-мезонов

Neutral D-mesons

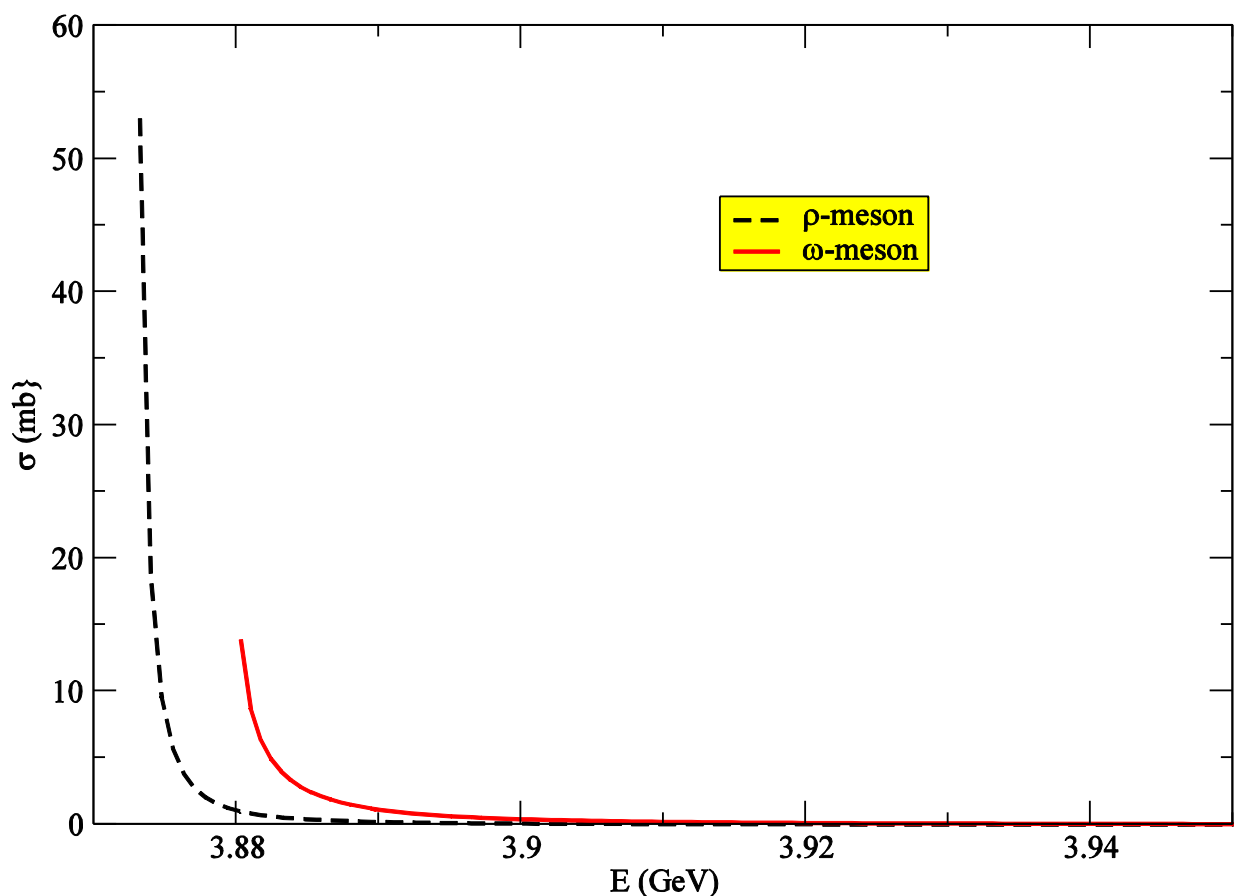


Рисунок 16 – Сечение реакции $J/\psi + \nu^0 \rightarrow X \rightarrow D + D^*$. Нейтральные D-мезоны

4.3 Однофотонный распад $X \rightarrow \gamma + J/\psi$

Однофотонный распад $X \rightarrow \gamma + J/\psi$ описывается набором диаграмм Фейнмана, изображённых на рисунке 17.

Инвариантный матричный элемент записывается в виде:

$$M(X_q(p) \rightarrow J/\psi(q_1)\gamma(q_2)) = i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p - q_1 - q_2) \varepsilon_X^\mu \varepsilon_\gamma^\rho \varepsilon_{J/\psi}^\nu T_{\mu\rho\nu}(q_1, q_2), \quad (85)$$

где

$$T_{\mu\rho\nu}(q_1, q_2) = \sum_{i=a,b,c,d} T_{\mu\rho\nu}^{(i)}(q_1, q_2),$$

$$T_{\mu\rho\nu}^{(a)} = 6\sqrt{2}g_X g_{J/\psi} e_q \int \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4 i} \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_X \left(- \left(k_1 + \frac{1}{2} q_1 \right)^2 \right) \times$$

$$\times \frac{1}{2} \text{tr} \left[\gamma_5 S_c(k_1) \gamma_\nu S_c(k_1 + q_1) \gamma_\mu S_q(k_2) \gamma_\rho S_q(k_2 + q_2) - (\gamma_5 \leftrightarrow \gamma_\mu) \right],$$

$$K_a^2 = \frac{1}{2} \left(k_1 + \frac{1}{2} q_1 \right)^2 + \frac{1}{2} \left(k_2 + \frac{1}{2} q_2 \right)^2 + \frac{1}{4} (\omega_q q_1 - \omega_c q_2)^2,$$

$$T_{\mu\rho\nu}^{(b)} = 6\sqrt{2}g_X g_{J/\psi} \int \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4 i} \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_{J/\psi} \left(- \left(k_2 + \frac{1}{2} q_1 \right)^2 \right) \tilde{E}_{X\rho}(p_1, \dots, p_4, r) \times$$

$$\times \frac{1}{2} \text{tr} \left[\gamma_5 S_q(k_1) \gamma_\mu S_c(k_2) \gamma_\nu S_c(k_2 + q_1) - (\gamma_5 \leftrightarrow \gamma_\mu) \right],$$

здесь

$$p_1 = k_2, \quad p_2 = k_2 + q_1, \quad p_3 = p_4 = -k_1, \quad r = -q_2,$$

$$T_{\mu\rho\nu}^{(c)} = 6\sqrt{2}g_X g_{J/\psi} e_c \int \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4 i} \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_X(-K_c^2) \tilde{\Phi}_{J/\psi} \left(- \left(k_2 + q_2 + \frac{1}{2} q_1 \right)^2 \right) \times$$

$$\times \frac{1}{2} \text{tr} \left[\gamma_5 S_q(k_1) \gamma_\mu S_c(k_2) \gamma_\rho S_c(k_2 + q_2) \gamma_\nu S_c(k_2 + p) - (\gamma_5 \leftrightarrow \gamma_\mu) \right],$$

$$K_c^2 = \frac{1}{2} k_1^2 + \frac{1}{2} \left(k_2 + \frac{1}{2} p \right)^2 + \frac{1}{4} \omega_q^2 p^2,$$

$$T_{\mu\rho\nu}^{(d)} = 6\sqrt{2}g_X g_{J/\psi} e_c \int \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4 i} \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_X(-K_c^2) \tilde{E}_{J/\psi\rho}(p_1, p_2, q)$$

$$\times \frac{1}{2} \text{tr} \left[\gamma_\mu S_q(k_1) \gamma_5 S_c(k_2) \gamma_\nu(k_2 + p) - (\gamma_5 \leftrightarrow \gamma_\mu) \right],$$

где

$$p_1 = -k_2 - p, \quad p_2 = -k_2, \quad q = -q_2.$$

Проверили аналитически до выполнения интегрирования по петлевым переменным, что данный матричный элемент удовлетворяет условию калибровочной инвариантности $q_2^\rho T_{\mu\rho\nu}(q_1, q_2) = 0$. Для проверки достаточно использовать тождества:

$$S(k_2)q_2 S(k_2 + q_2) = S(k_2 + q_2) - S(k_2),$$

$$\int_0^1 d\tau \tilde{\Phi}'(-\tau a - (1-\tau)b)(a-b) = \tilde{\Phi}(-b) - \tilde{\Phi}(-a).$$

Вычисление петлевых интегралов в уравнении (85) происходит с использованием методов, описанных в первой главе. Поскольку все частицы находятся на массовой поверхности, выполняются условия:

$$\varepsilon_X^\mu p_\mu = 0, \quad \varepsilon_{J/\psi}^\nu q_{1\nu} = 0, \quad \varepsilon_\gamma^\rho q_{2\rho} = 0. \quad (86)$$

Данные условия уменьшают число независимых лоренцевских структур до 5:

$$\begin{aligned} T_{\mu\rho\nu}(q_1, q_2) = & \varepsilon_{q_2\mu\nu\rho}(q_1 \cdot q_2)W_1 + \varepsilon_{q_1q_2\nu\rho}q_{1\mu}W_2 + \varepsilon_{q_1q_2\mu\rho}q_{2\nu}W_3 \\ & + \varepsilon_{q_1q_2\mu\nu}q_{1\rho}W_4 + \varepsilon_{q_1\mu\nu\rho}(q_1 \cdot q_2)W_5, \end{aligned} \quad (87)$$

Далее, используя условие калибровочной инвариантности

$$q_2^\rho T_{\mu\nu\rho} = (q_1 \cdot q_2)\varepsilon_{q_1q_2\mu\nu}(W_4 + W_5) = 0, \quad (88)$$

получаем $W_4 = -W_5$, что уменьшает число независимых инвариантов до 4:

$$\begin{aligned} T_{\mu\rho\nu}(q_1, q_2) = & (q_1 \cdot q_2)\varepsilon_{q_2\mu\nu\rho}W_1 + \varepsilon_{q_1q_2\nu\rho}q_{1\mu}W_2 + \varepsilon_{q_1q_2\mu\rho}q_{2\nu}W_3 \\ & + (\varepsilon_{q_1q_2\mu\nu}q_{1\rho} - (q_1 \cdot q_2)\varepsilon_{q_1\mu\nu\rho})W_4. \end{aligned} \quad (89)$$

Условие калибровочной инвариантности, записанное в виде $W_4 = -W_5$, проверяется численно с высокой точностью вычислений.

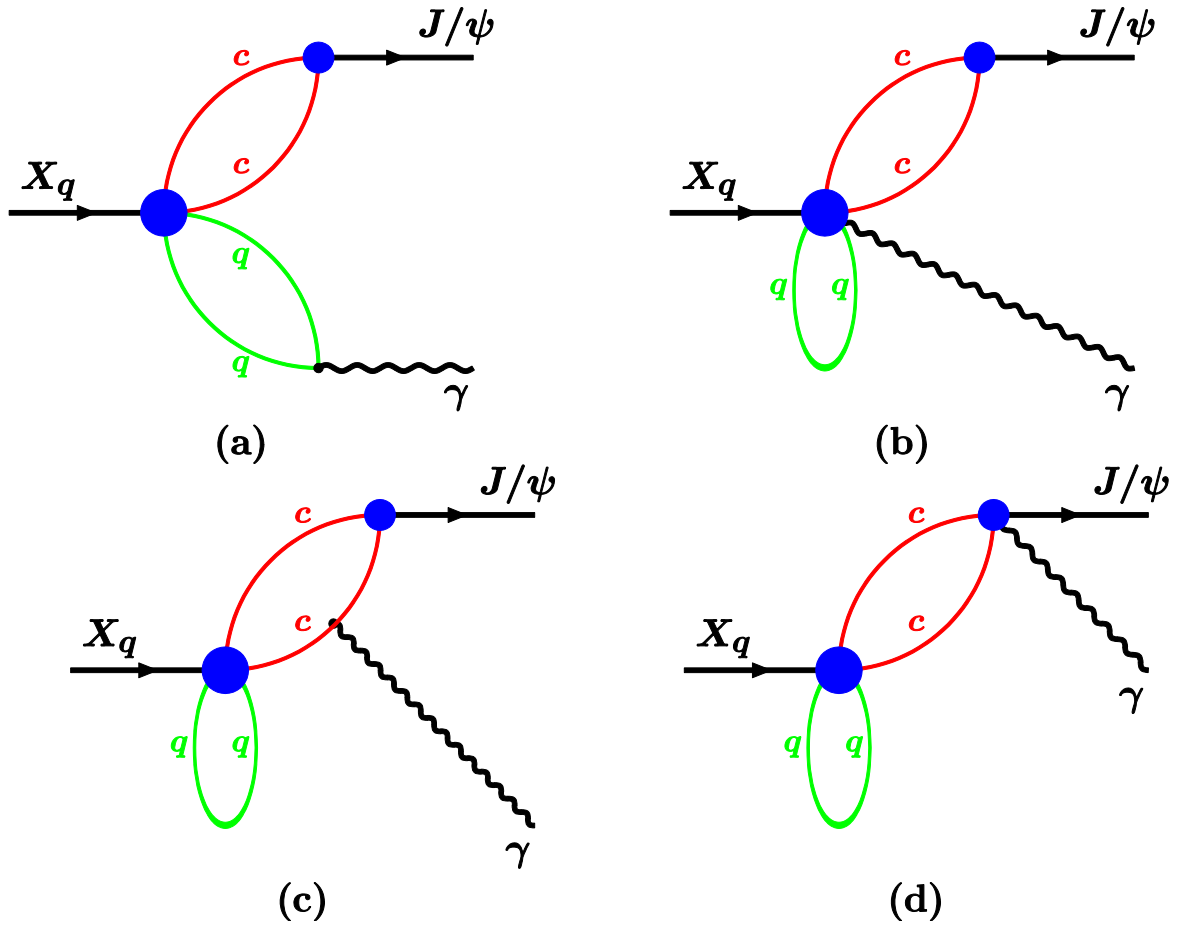


Рисунок 17 – Диаграммы Фейнмана для $X \rightarrow \gamma + J/\psi$ распада

Однако существуют ещё два нетривиальных соотношения между оставшимися четырьмя структурами, которые могут быть выведены из условия того [147], что абсолютно антисимметричный тензор 5-го ранга:

$$T_{\mu[v_1 v_2 v_3 v_4 v_5]} = g_{\mu v_1} \varepsilon_{v_2 v_3 v_4 v_5} + \text{cycl.}(v_1 v_2 v_3 v_4 v_5) \quad (90)$$

тождественно равен нулю, в 4-х измерениях. Последовательно сворачивая данный тензор с произведением 4-х векторов $q_1^\mu q_1^{v_1} q_2^{v_2}$ и $q_2^\mu q_1^{v_1} q_2^{v_2}$, находим два тождества:

$$q_1^2 \varepsilon_{q_2 \mu \nu \rho} + \varepsilon_{q_1 q_2 \nu \rho} q_{1\mu} + (\varepsilon_{q_1 q_2 \mu \nu} q_{1\rho} - (q_1 \cdot q_2) \varepsilon_{q_1 \mu \nu \rho}) = 0, \quad (91)$$

$$(q_1 \cdot q_2) \varepsilon_{q_2 \mu \nu \rho} - \varepsilon_{q_1 q_2 \nu \rho} q_{1\mu} - \varepsilon_{q_1 q_2 \mu \rho} q_{2\nu} = 0. \quad (92)$$

Эти два условия уменьшают набор независимых структур до двух, что соответствует числу независимых инвариантов в реакции с однофотонным обменом: так – называемые $E1$ и $M2$ переходы.

Используя полученные два тождества (91) и (92) в уравнении (89), получаем

$$T_{\mu\rho\nu} = \left(W_1 + W_3 - \frac{m_{J/\psi}^2}{(q_1 \cdot q_2)} W_4 \right) \varepsilon_{q_1 q_2 \mu \rho} q_{2\nu} + \left(W_1 + W_2 - \left(1 + \frac{m_{J/\psi}^2}{(q_1 \cdot q_2)} \right) W_4 \right) \varepsilon_{q_1 q_2 \nu \rho} q_{1\mu}. \quad (93)$$

Сравнивая данное выражение с соответствующими амплитудами в Приложении А, находим, что первый и второй члены в (93) описывают соответственно переходы с продольными и поперечными компонентами J/ψ - мезона.

Величины W_i представляют собой четырехкратные интегралы вида

$$W_i = \int_0^\infty dt \int_0^1 d^3 \beta F_i(t, \beta_1, \beta_2, \beta_3), \quad (94)$$

где для простоты опустили дополнительную зависимость подынтегральной функции F_i от переменных $p^2, q_1^2, q_2^2; m_q, m_c, s_X, s_{J/\psi}$ с $s_X = 1/\Lambda_X^2$ и $s_{J/\psi} = 1/\Lambda_{J/\psi}^2$. Интеграл в формуле (94) имеет точки ветвления при $p^2 = 4(m_q + m_c)^2$ [диаграмма на рисунке 17-а] и при $p^2 = 4m_c^2$ [диаграммы на рисунке 17-б,с,д]. В этих точках интегралы начинают расходиться в обычном смысле, когда $t \rightarrow \infty$. Поэтому для проверки калибровочной инвариантности амплитуды $T_{\mu\rho\nu}(q_1, q_2)$, будем предполагать, что квадрат импульса X -мезона меньше унитарного порога, т.е. $p^2 < 4m_c^2$. В этом случае проверили численно с высокой точностью, что для $m_X = 3.1$ ГэВ и $m_{J/\psi} = 2.9$ ГэВ выполняется калибровочное условие $W_4 = -W_5$. Отметим, что данное калибровочное условие не зависит от констант связи g_X и $g_{J/\psi}$, поэтому, опустили их при численных вычислениях.

Следующим шагом является введение инфракрасного обрезания $1/\lambda^2$ на верхнем пределе при интегрировании по t в уравнении (94). При этом устраняются все возможные пороговые сингулярности, что соответствует введению конфайнмента кварков. Численное значение параметра инфракрасного обрезания было найдено во второй главе с помощью фитирования по экспериментальным данным: $\lambda = 181$ МэВ. Однако, для такого значения λ вклады от диаграмм на рисунке 17-б,с,д имеют нефизический рост при $p^2 = m_X^2$ по сравнению с вкладом из диаграммы на рисунке 17-а. Поскольку роль диаграмм на рисунке 17-б,с,д состоит, в основном, в обеспечении калибровочной инвариантности матричного элемента, на

конечном этапе после построения калибровочно-инвариантной амплитуды будем рассматривать вклады лишь от диаграммы на рисунке 17-а.

Удобным представить ширину распада через спиральные и мультипольные амплитуды. Проекция лоренцевских амплитуд в спиральные амплитуды, дана, в Приложении А. Имеем

$$\Gamma(X \rightarrow \gamma J/\psi) = \frac{1}{12\pi} \frac{|\vec{q}_2|}{m_X^2} \left(|H_L|^2 + |H_T|^2 \right) = \frac{1}{12\pi} \frac{|\vec{q}_2|}{m_X^2} \left(|A_{E1}|^2 + |A_{M2}|^2 \right), \quad (95)$$

где спиральные амплитуды H_L и H_T выражаются через лоренцевские амплитуды:

$$\begin{aligned} H_L &= i \frac{m_X^2}{m_{J/\psi}} |\vec{q}_2|^2 \left[W_1 + W_3 - \frac{m_{J/\psi}^2}{m_X |\vec{q}_2|} W_4 \right], \\ H_T &= i m_X |\vec{q}_2|^2 \left[W_1 + W_2 - \left(1 + \frac{m_{J/\psi}^2}{m_X |\vec{q}_2|} \right) W_4 \right], \end{aligned} \quad (96)$$

где

$$|\vec{q}_2| = \frac{m_X^2 - m_{J/\psi}^2}{2m_X}.$$

Отметим, что мультипольные амплитуды $E1$ и $M2$ связаны со спиральными как $A_{E1/M2} = (H_L \mp H_T)/\sqrt{2}$. Если возьмем параметр $\Lambda_X = 3.0$ ГэВ, то получаем $A_{M2/E1} = 0.11$, т.е. электрическая мультипольная амплитуда A_{E1} является доминирующей, как и ожидалось. Тем не менее, наши предсказания для углового распределения $W(\vartheta) \sim 1 - 0.52 \cos^2 \vartheta$ заметно отличаются от известной формулы $W(\vartheta) \sim 1 - 0.333 \cos^2 \vartheta$ для $E1$ перехода. Было бы интересно проверить экспериментально данное следствие нашей модели для тетракварка.

На рисунке 18 показан график зависимости ширины распада $\Gamma(X_l \rightarrow J/\psi + \gamma)$, а так же для сравнения ширины распада $\Gamma(X_l \rightarrow J/\psi + 2\pi)$, от параметра Λ_X . Отметим, что радиационная ширина распада состояния $X_h = -X_u \sin \theta + X_d \cos \theta$ почти на порядок меньше чем для состояния $X_l = X_u \cos \theta + X_d \sin \theta$. Если взять $\Lambda_X \in (3,4)$ ГэВ со средним значением $\Lambda_X = 3.5$ ГэВ, тогда наши предсказания для отношений ширин записываются следующим образом

$$\frac{\Gamma(X_l \rightarrow J/\psi + \gamma)}{\Gamma(X_l \rightarrow J/\psi + 2\pi)} \Big|_{теор} = 0.15 \pm 0.03, \quad (97)$$

что очень хорошо согласуется с экспериментальными данными полученными коллаборацией Belle [8, p.8]

$$\frac{\Gamma(X \rightarrow J/\psi + \gamma)}{\Gamma(X \rightarrow J/\psi 2\pi)} = \begin{cases} 0.14 \pm 0.05 & Belle[8, p.8] \\ 0.22 \pm 0.06 & BaBar[13, p.8] \end{cases} \quad (98)$$

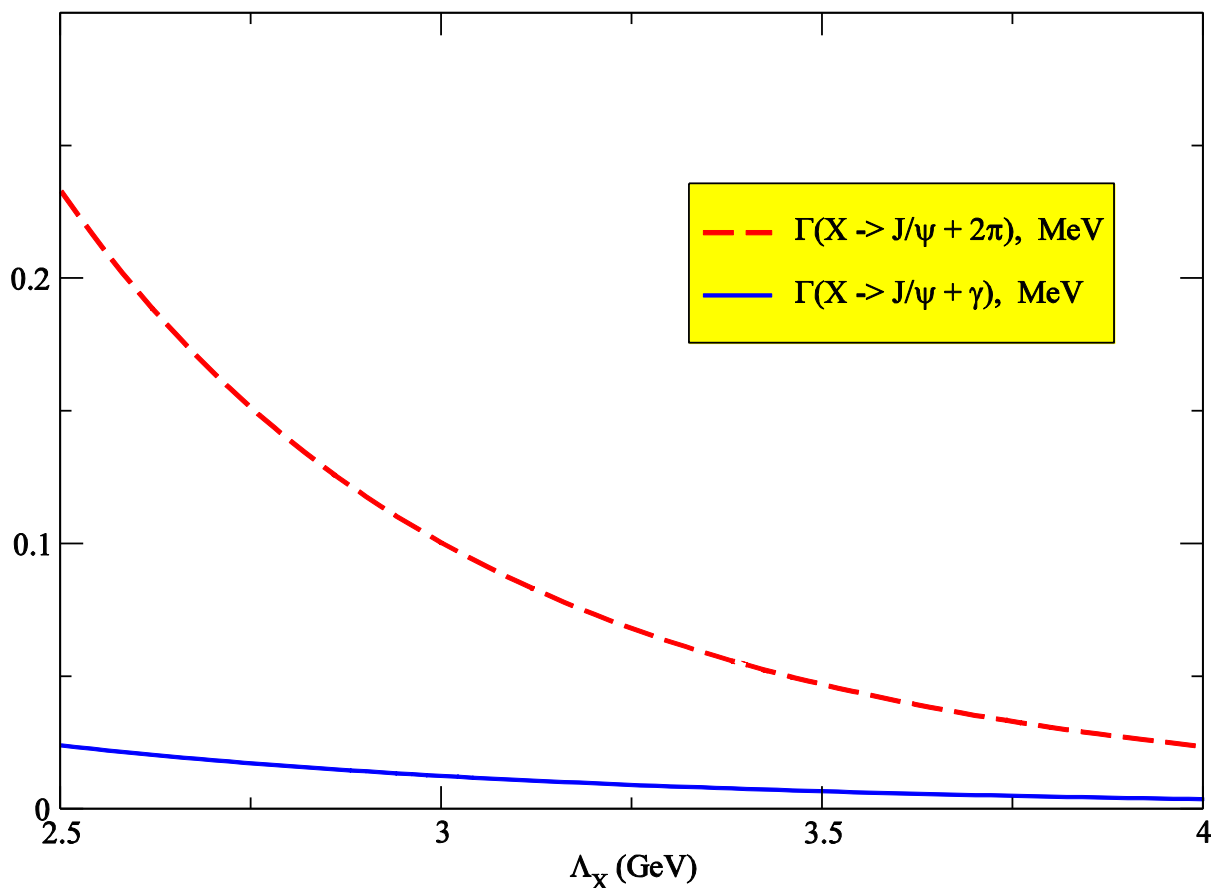


Рисунок 18 – Зависимость ширин распадов $\Gamma(X_l \rightarrow J/\psi + \gamma)$ и $\Gamma(X_l \rightarrow J/\psi + 2\pi)$ от параметра Λ_X

4.4 Краткие выводы

Из полученных результатов можно подытожить следующее:

- Прделан независимый анализ свойств X – мезона в предположении, что данное состояние является тетракварком и ему соответствует интерполирующий 4-х кварковый ток.

- В рамках ковариантной модели кварков вычислены ширины распадов: $X \rightarrow J/\psi + 2\pi(3\pi)$ и $X \rightarrow D^0 + \bar{D}^0 + \pi^0$, идущие через промежуточные состояния $\rho(\omega)$ и D . Для разумных значений параметра Λ_X , который характеризует размер $X(3872)$ - мезона, было найдено согласие с существующими экспериментальными данными.

- Также обсуждено возможное влияние $X(3872)$ - мезона на поведение полного сечения диссоциации J/ψ - мезона лёгкими частицами.

- Изучен радиационный распад $X \rightarrow J/\psi + \gamma$. Вычислен матричный элемент данного перехода и доказана его калибровочная инвариантность. Затем была вычислена ширина данного распада и найдено согласие с существующими экспериментальными данными. Также вычислены спиральные и мультипольные амплитуды и показан способ их получения из ковариантной амплитуды, основанный на ковариантной проекции.

5 ФОРМФАКТОРЫ ДЛЯ ПОЛУЛЕПТОННЫХ, НЕЛЕПТОННЫХ И РЕДКИХ РАСПАДОВ $B(B_s)$ МЕЗОНА

5.1 Переходные формфакторы

Учитывая тот факт, что все модельные параметры зафиксированы, вычислили формфакторы, описывающие переходы тяжелых $B(B_s)$ мезонов в лёгкие мезоны, например, $B, B_s \rightarrow \pi, K, \rho, K^*, \phi$. Эти величины, представляют большой интерес из-за необходимости их знания при описании полулептонных, нелептонных и редких распадов B и B_s мезонов. Как уже отмечалось во введении, они были вычислены, в частности, в рамках подхода правил сумм на световом конусе в области малых значений переданного импульса, и, затем, были экстраполированы во всю кинематическую область.

Прежде всего, дадим определение формфакторов переходов псевдоскаляр и псевдоскаляр-вектор:

$$\begin{aligned}
 & \left\langle P'_{[\bar{q}_3 q_2]}(p_2) \left| \bar{q}_2 O^\mu q_1 \right| P_{[\bar{q}_3 q_1]}(p_1) \right\rangle = \\
 & = N_c g_P g_{P'} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_P(-k + \omega_{13})^2 \tilde{\Phi}_{P'}(-k + \omega_{23})^2 \times \\
 & \times \text{tr} \left[O^\mu S_1(k + p_1) \gamma^5 S_3(k) \gamma^5 S_2(k + p_2) \right] = \\
 & = F_+(q^2) P^\mu + F_-(q^2) q^\mu,
 \end{aligned} \tag{99}$$

$$\begin{aligned}
 & \left\langle P'_{[\bar{q}_3 q_2]}(p_2) \left| \bar{q}_2 (\sigma^{\mu\nu} q_\nu) q_1 \right| P_{[\bar{q}_3 q_1]}(p_1) \right\rangle = \\
 & = N_c g_P g_{P'} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_P(-k + \omega_{13})^2 \tilde{\Phi}_{P'}(-k + \omega_{23})^2 \\
 & \times \\
 & \times \text{tr} \left[\sigma^{\mu\nu} q_\nu S_1(k + p_1) \gamma^5 S_3(k) \gamma^5 S_2(k + p_2) \right] = \\
 & = \frac{i}{m_1 + m_2} (q^2 P_\mu - q \cdot P q^\mu) F_T(q^2),
 \end{aligned} \tag{100}$$

$$\begin{aligned}
& \left\langle V(p_2, \xi_2) \Big|_{[\bar{q}_3 q_2]} \bar{q}_2 O^\mu q_1 \Big| P_{[\bar{q}_3 q_1]}(p_1) \right\rangle = \\
& = N_c g_P g_V \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_P(- (k + \omega_{13})^2) \tilde{\Phi}_V(- (k + \omega_{23})^2) \times \\
& \times \text{tr} \left[O^\mu S_1(k + p_1) \gamma^5 S_3(k) \xi_2^\dagger S_2(k + p_2) \right] = \\
& = \frac{\xi_v^\dagger}{m_1 + m_2} \left(-g^{\mu\nu} P \cdot q A_0(q^2) + P^\mu P^\nu A_+(q^2) + \right. \\
& \left. + q^\mu P^\nu A_-(q^2) + i\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} P_\alpha q_\beta V(q^2) \right), \tag{101}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left\langle V(p_2, \xi_2) \Big|_{[\bar{q}_3 q_2]} \bar{q}_2 (\sigma^{\mu\nu} q_\nu (1 + \gamma^5)) q_1 \Big| P_{[\bar{q}_3 q_1]}(p_1) \right\rangle = \\
& = N_c g_P g_V \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_P(- (k + \omega_{13})^2) \tilde{\Phi}_V(- (k + \omega_{23})^2) \times \\
& \times \text{tr} \left[(\sigma^{\mu\nu} q_\nu (1 + \gamma^5)) S_1(k + p_1) \gamma^5 S_3(k) \xi_2^\dagger S_2(k + p_2) \right] = \\
& = \frac{\xi_v^\dagger}{m_1 + m_2} \left(-g^{\mu\nu} P \cdot q A(q^2) + P^\mu P^\nu A_+(q^2) + \right. \\
& \left. + q^\mu P^\nu A_-(q^2) + i\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} P_\alpha q_\beta V(q^2) \right) = \\
& = \xi_v^\dagger \left(- (g^{\mu\nu} - q^\mu q^\nu / q^2) P \cdot q a_0(q^2) + \right. \\
& \left. + (P^\mu P^\nu - q^\mu P^\nu P \cdot q / q^2) a_+(q^2) + i\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} P_\alpha q_\beta g(q^2) \right). \tag{102}
\end{aligned}$$

Используем обозначения $P = p_1 + p_2$ и $q = p_1 - p_2$. Для векторных мезонов на массовой поверхности $\xi_2^\dagger \cdot p_2 = 0$. И для всех мезонов $p_i^2 = m_i^2$. Поскольку имеются три вида кварков, участвующих в переходе, ввели два индекса $\omega_{ij} = m_{q_j} / (m_{q_i} + m_{q_j})$ ($i, j=1, 2, 3$) так, что $\omega_{ij} + \omega_{ji} = 1$. Формфакторы в уравнении (102) удовлетворяют условию $a_0(0) = a_+(0)$, которое гарантирует, что кинематическая сингулярность не возникает в матричном элементе при $q^2 = 0$. Для полноты картины даём связь наших формфакторов с определениями, используемыми в ряде других работ [108, p.13]. Эти соотношения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 F_+ &= f_+, & F_- &= -\frac{m_1^2 - m_2^2}{q^2} (f_+ - f_0), & (103) \\
 F_T &= f_T, & A_0 &= -\frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} A_1, & A_+ &= A_2, \\
 A_- &= \frac{2m_2(m_1 + m_2)}{q^2} (A_3 - A_0), & V &= V, \\
 a_0 &= T_2, & g &= T_1, & a_+ &= T_2 + \frac{q^2}{m_1^2 - m_2^2} T_3.
 \end{aligned}$$

Формфакторы (103) удовлетворяют следующим ограничениям:

$$A_0(0) = A_3(0), \quad 2m_2 A_3(q^2) = (m_1 + m_2) A_1(q^2) - (m_1 - m_2) A_2(q^2) \quad (104)$$

На Рисунках 19-22 приводим поведение формфакторов, вычисленных в рамках ковариантной кварковой модели во всей кинематической области $0 \leq q^2 \leq q_{\max}^2$. Для сравнения, приводим также результаты анализа правил сумм на световом конусе [107, p.13]. В таблице 3-4, собрали наши результаты для формфакторов в точке максимальной отдачи $q^2 = 0$ и даём для сравнения результаты, полученные в рамках других подходов.

Таблица 3 – Формфакторы при $q^2 = 0$, вычисленные в различных подходах

	Данная работа	[107]	[108]	[112]	[118]	[113,114]	[121]	[87]
$F_+^{B\pi}(0)$	0.29	0.258±0.031	0.25±0.05	0.24±0.05	0.24±0.03	0.29	0.22	0.27
$F_+^{BK}(0)$	0.42	0.335±0.042	0.31±0.04	0.30±0.06	0.25±0.03	0.36	...	0.36
$F_T^{B\pi}(0)$	0.27	0.253±0.028	0.21±0.04	0.25±0.05	...	0.28
$F_T^{B\pi}(0)$	0.40	0.359±0.038	0.27±0.04	0.32±0.06	0.14±0.03	0.35	...	0.34
$V^{B\rho}(0)$	0.28	0.324±0.029	0.32±0.10	0.31±0.06	...	0.31	0.30	...
$V^{BK^*}(0)$	0.36	0.412±0.045	0.39±0.11	0.37±0.07	0.47±0.03	0.44
$V^{B_s\phi}(0)$	0.32	0.434±0.035	0.434±0.035
$A_1^{B\rho}(0)$	0.26	0.240 ±0.024	0.24 ±0.08	0.24 ±0.05	...	0.26	0.27	...
$A_1^{BK^*}(0)$	0.33	0.290±0.036	0.30±0.08	0.29±0.06	0.37±0.03	0.36
$A_1^{B_s\phi}(0)$	0.29	0.311±0.029
$A_2^{B\rho}(0)$	0.24	0.221 ±0.023	0.21± 0.09	0.25 ±0.05	...	0.24	0.28	...
$A_2^{BK^*}(0)$	0.32	0.258±0.035	0.26±0.08	0.30±0.06	0.40±0.03	0.32
$A_2^{B_s\phi}(0)$	0.28	0.234± 0.028
$T_1^{B\rho}(0)$	0.25	0.268± 0.021	0.28± 0.09	0.26± 0.05	...	0.27
$T_1^{BK^*}(0)$	0.33	0.332±0.037	0.33±0.10	0.30±0.06	0.19±0.03	0.39
$T_1^{B_s\phi}(0)$	0.28	0.349 ±0.033

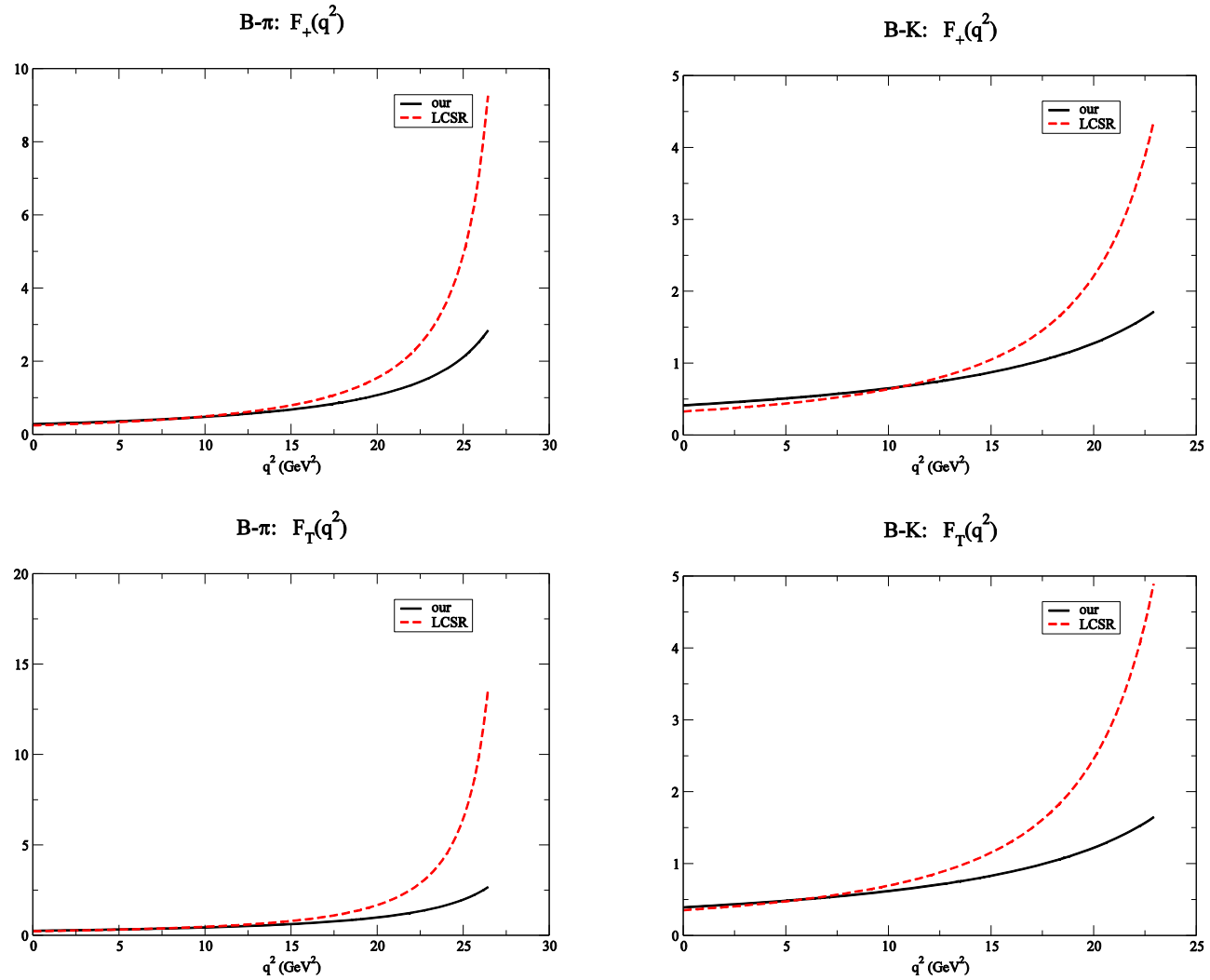


Рисунок 19 – Наши результаты для формфакторов, определённых уравнениями (99) и (100). Левая панель для $B - \pi$ перехода; правая панель для $B - K$ перехода. Для сравнения приведены кривые работы по правилам сумм на световом конусе [107, p.13]

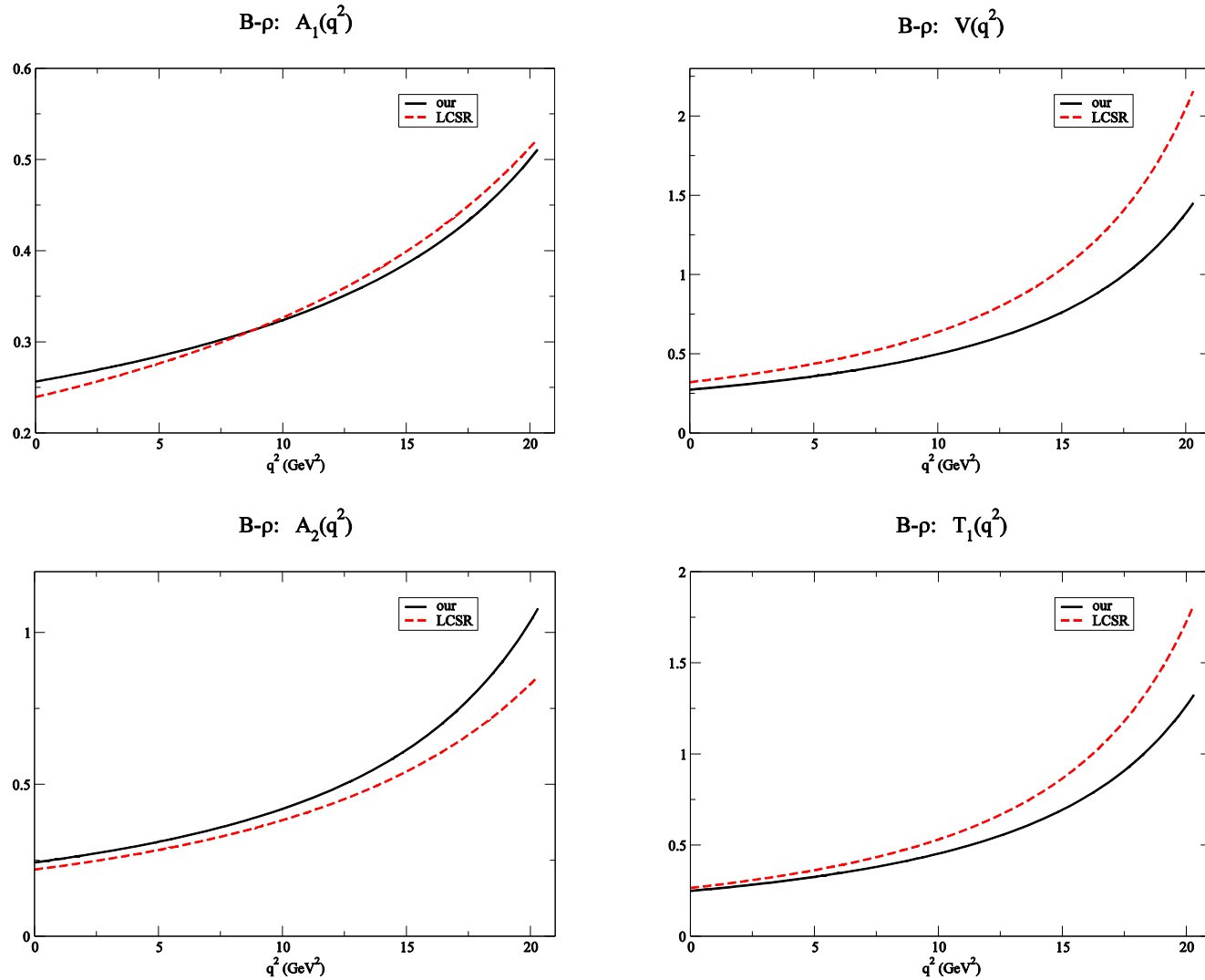


Рисунок 20 – Наши результаты для формфакторов, определенных в уравнениях (101) и (102) для $B - \rho$ перехода. Для сравнения, приводим соответствующие кривые из работы [107, p.13]

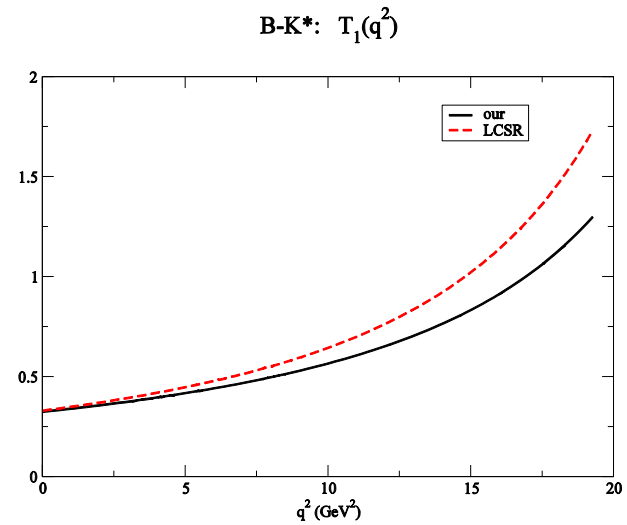
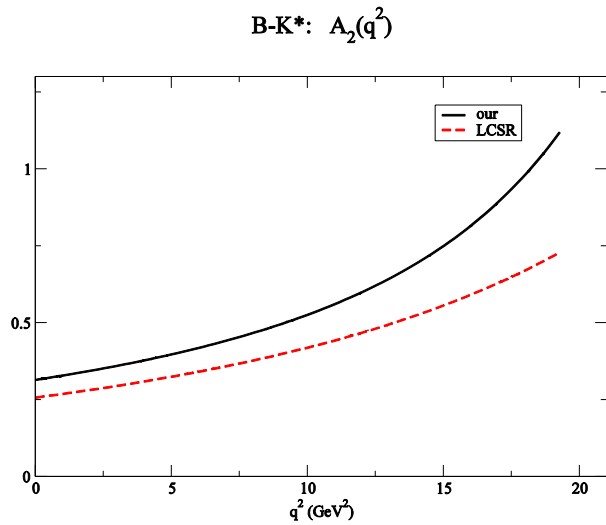
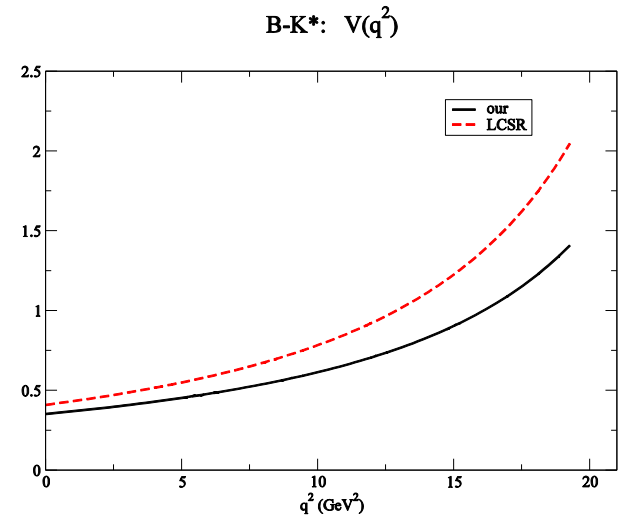
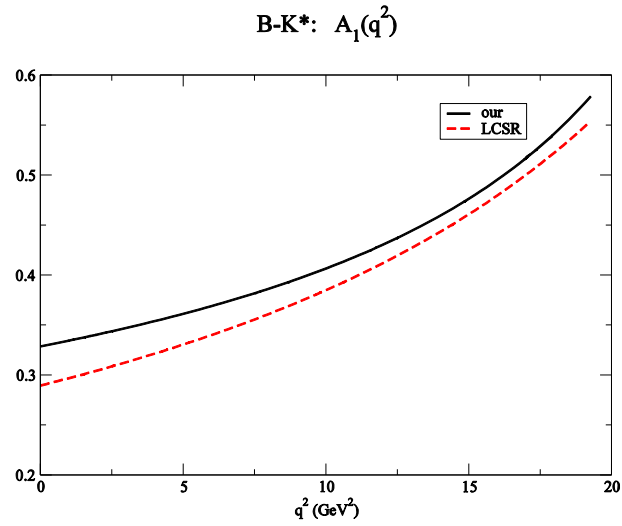


Рисунок 21 – Наши результаты для формфакторов, определенных в уравнениях (101) и (102) для $B - K^*$ перехода. Для сравнения, приводим соответствующие кривые из работы [107, p.13]

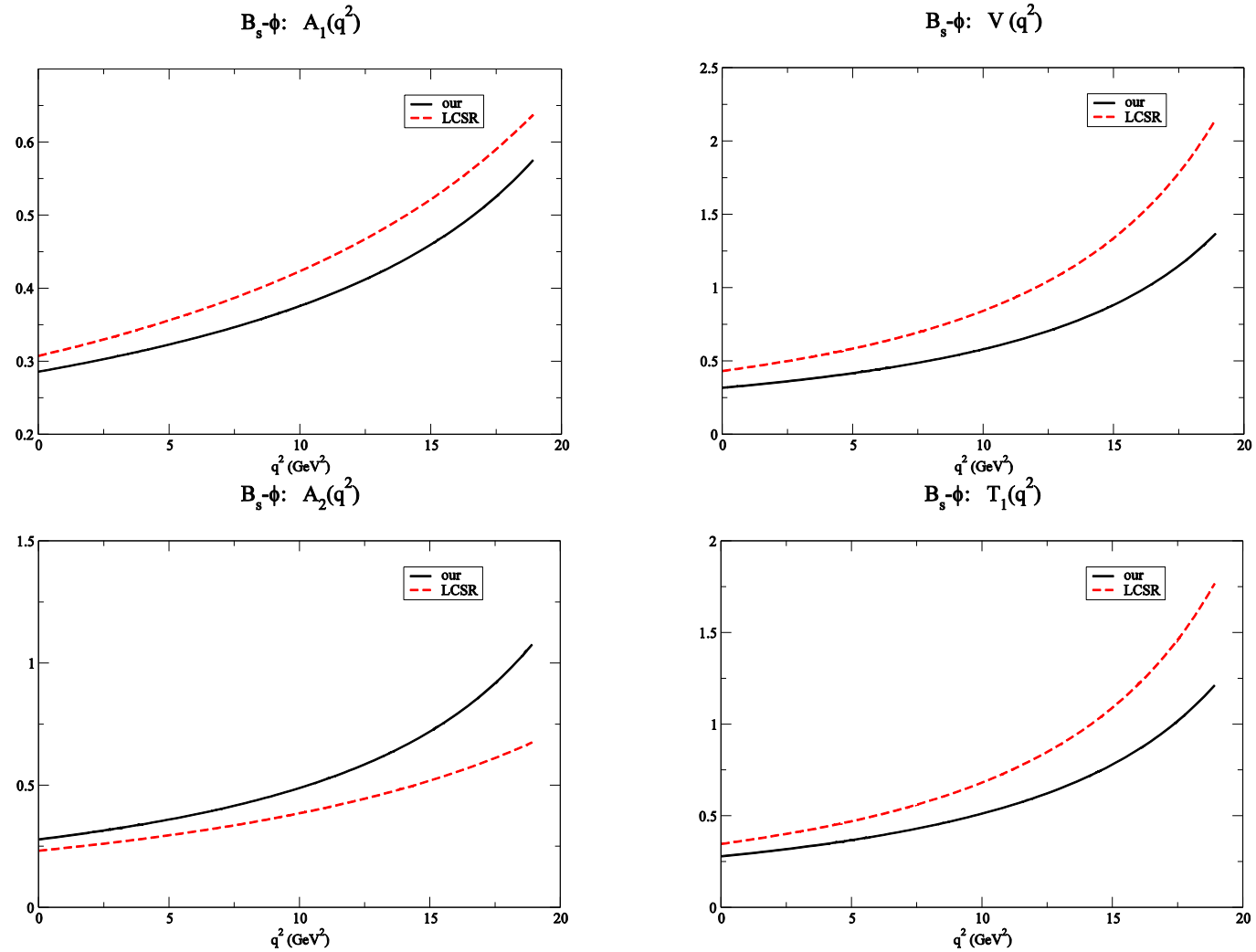


Рисунок 22 – Наши результаты для формфакторов, определенных в уравнениях (101) и (102) для $B_s - \phi$ перехода. Для сравнения, приводим соответствующие кривые из работы [107, p.13]

Как было предложено в работах [116, 117, p.13], можно проверить насколько хорошо формфакторы, вычисленные в ковариантной кварковой модели, удовлетворяют трём соотношениям при малой отдаче, полученными в работе [109, p.13] для трёх пар формфакторов (T_1, V) , (T_2, A_1) , и (T_3, A_2) . На рисунке 23 построили соответствующие отношения

$$R_1 = \frac{T_1(q^2)}{V(q^2)}, \quad R_2 = \frac{T_2(q^2)}{A_1(q^2)}, \quad R_3 = \frac{q^2 T_3(q^2)}{m_B^2 A_2(q^2)}, \quad (105)$$

Эти отношения в пределе симметрии тяжёлых кварков и при малой отдаче все должны быть порядка $1 - (2\alpha_s / (3\pi) \ln(\mu / m_b))$, т.е. близко к 1. Из рисунка 23 следует, что, так же как и экстраполированные формфакторы в правилах сумм на световом конусе, формфакторы, полученные в ковариантной кварковой модели, удовлетворяют этим соотношениям достаточно хорошо в случае R_1 и R_2 . Согласие не очень хорошее в случае отношения R_3 .

Интересно сравнить поведение формфактора для $B - \pi$ переходов, вычисленного в нашей модели из трехточечной однопетлевой диаграммы, с поведением модели векторной доминантности (МВД). В случае обычного монополя имеем

$$F_{МВД}^{B\pi}(q^2) = \frac{F_+^{B\pi}(0)}{m_{B^*}^2 - q^2},$$

где масса полюса находится вблизи низколежащего состояния B^* . Соответствующие кривые приведены на рисунке 24. Видно, что имеется сильный рост формфактора модели векторной доминантности в области полюса. Аналогичное поведение имеет место и в случае формфактора, вычисленного в ковариантной кварковой модели.

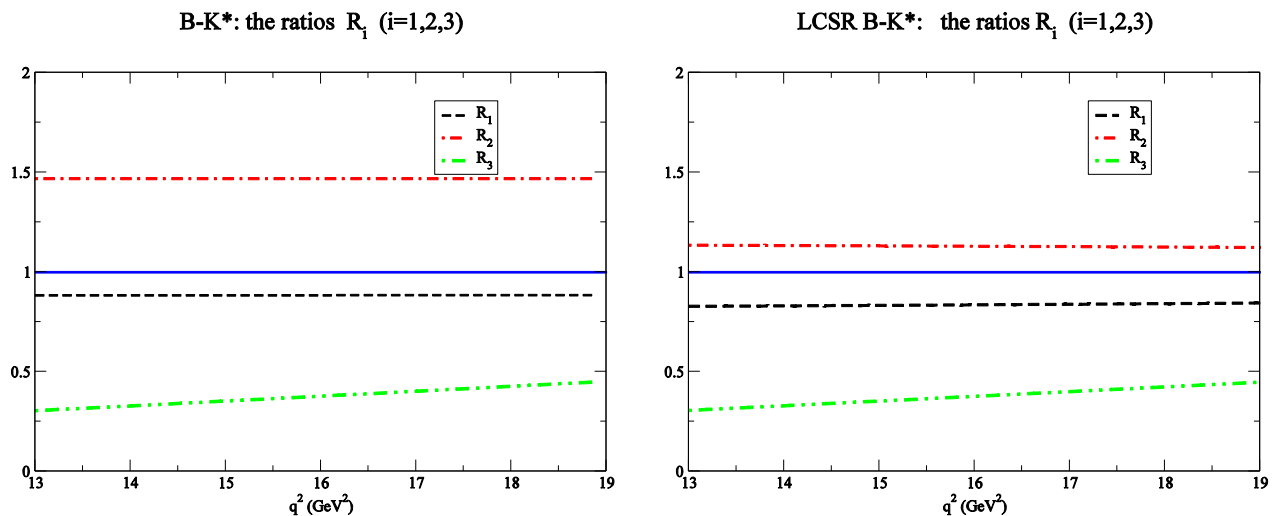


Рисунок 23 – Наши результаты для отношений формфакторов, определенных в уравнении (99) для $B - K^*$ перехода

В- π form factor from loop and B^* -monopole

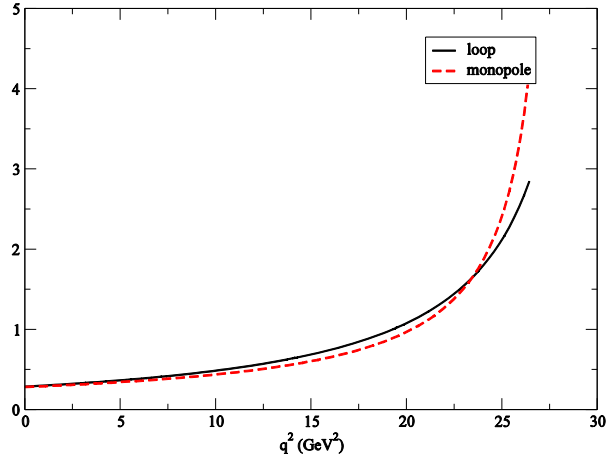


Рисунок 24 – Сравнение формфакторов $B-\pi$ перехода, полученного в ковариантной кварковой модели, с формфактором монопольного типа

5.2 Нелептонные распады B_s -мезона

В качестве приложения вычисленных формфакторов рассмотрим двухчастичные нелептонные распады B_s -мезона: $B_s \rightarrow D_s^{(*)-} D_s^{(*)+}$ и $B_s \rightarrow J/\psi\phi$, которые в последнее время привлекли большой интерес. Отметим, что моды с конечными состояниями $D_s^- D_s^+$, $D_s^* D_s^+ + D_s^- D_s^{*+}$, и $D_s^{*-} D_s^{*+}$ дают наибольший вклад в величину $\Delta\Gamma$ для $B_s - \bar{B}_s$ системы. Мода $J/\psi\phi$ подавлена по цвету, но она весьма интересна для поиска возможных проявлений новой физики, приводящих к CP-нарушению в $B_s - \bar{B}_s$ системе.

Удобно выразить все физические наблюдаемые через спиральные амплитуды H_m . Это позволит представить результаты для ширин распадов в наиболее компактной форме. Кроме того, в случае распадов на два векторных мезона $P \rightarrow VV$, спиральное представление очень удобно для получения спиральных фракций $\Gamma_L, \Gamma_-, \Gamma_+$.

Спиральные амплитуды H_m можно выразить через инвариантные формфакторы следующим образом [86, 89, 90]:

(a) Спин $S=0$:

$$H_t = \frac{1}{\sqrt{q^2}} \left\{ (m_1^2 - m_2^2) F_+ + q^2 F_- \right\}, \quad H_0 = \frac{2m_1 |\mathbf{p}_2|}{\sqrt{q^2}} F_+, \quad (106)$$

(b) Спин $S=0$:

$$H_t = \frac{1}{m_1 + m_2} \frac{m_1 |\mathbf{p}_2|}{m_2 \sqrt{q^2}} \left\{ (m_1^2 - m_2^2) (A_+ - A_0) + q^2 A_- \right\},$$

$$H_{\pm} = \frac{1}{m_1 + m_2} \left\{ - (m_1^2 - m_2^2) A_0 \pm 2m_1 |\mathbf{p}_2| V \right\}, \quad (107)$$

$$H_0 = \frac{1}{m_1 + m_2} \frac{1}{2m_2 \sqrt{q^2}} \left\{ - (m_1^2 - m_2^2) (m_1^2 - m_2^2 - q^2) A_0 \right\} + 4m_1^2 |\mathbf{p}_2|^2 A_+,$$

где $|\mathbf{p}_2| = \lambda^{1/2}(m_1^2, m_2^2, q^2)/(2m_1)$ импульс вылетающих частиц в системе покоя распадающейся частицы.

Эффективный гамильтониан, необходимый для описания нелептонных распадов B_s -мезона, записывается в стандартном виде [102, p.13]:

$$H_{eff} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} V_{cs}^{\dagger} \sum_{i=1}^6 C_i Q_i,$$

здесь

$$\begin{aligned} Q_1 &= (\bar{c}_{a_1} b_{a_2})_{V-A} (\bar{s}_{a_2} c_{a_1})_{V-A}, & Q_2 &= (\bar{c}_{a_1} b_{a_1})_{V-A} (\bar{s}_{a_2} c_{a_2})_{V-A}, \\ Q_3 &= (\bar{s}_{a_1} b_{a_1})_{V-A} (\bar{c}_{a_2} c_{a_2})_{V-A}, & Q_4 &= (\bar{s}_{a_1} b_{a_2})_{V-A} (\bar{c}_{a_2} c_{a_1})_{V-A}, \\ Q_5 &= (\bar{s}_{a_1} b_{a_1})_{V-A} (\bar{c}_{a_2} c_{a_2})_{V+A}, & Q_6 &= (\bar{s}_{a_1} b_{a_2})_{V-A} (\bar{c}_{a_2} c_{a_1})_{V+A}, \end{aligned} \quad (108)$$

где индекс $V - A$ относится к лево-киральному току $O_-^{\mu} = \gamma^{\mu}(1 - \gamma^5)$, а индекс $V + A$ - к право - киральному $O_+^{\mu} = \gamma^{\mu}(1 + \gamma^5)$; a_i - цветовой индекс.

Вычисление матричных элементов с использованием эффективного гамильтониана (108) естественным образом приводит к формулам, соответствующим *наивной* факторизации, но с величинами (формфакторы и лептонные константы распадов), вычисленными в рамках нашего подхода.

Как было указано выше, рассматриваем следующие нелептонные моды распадов B_s -мезона:

$$B_s(p) \rightarrow D_s^-(q_1) D_s^+(q_2), \quad D_s^-(q_1) D_s^{*+}(q_2, \xi_2), \quad D_s^{*-}(q_1, \xi_1) D_s^+(q_2), \quad (106)$$

$$B_s(p) \rightarrow D_s^{*-}(q_1, \xi_1) D_s^{*+}(q_2, \xi_2), \quad J/\psi(q_1, \xi_1) \phi(q_2, \xi_2).$$

Ширины распадов выразим через спиральные амплитуды и константы лептонных распадов. В случае распадов, разрешенных по цвету, имеем

$$\begin{aligned}
\Gamma(B_s \rightarrow D_s^- D_s^+) &= \frac{G_F}{16\pi} \frac{|\mathbf{q}_2|}{m_{B_s}^2} [\lambda_c^{(s)}]^2 \times \\
&\times \left(C_2^{eff} m_{D_s} f_{D_s} H_t^{B_s D_s} (m_{D_s}^2) + 2C_6^{eff} f_{D_s}^{PS} F_S^{B_s D_s} (m_{D_s}^2) \right)^2, \\
\Gamma(B_s \rightarrow D_s^- D_s^{*+}) &= \frac{G_F}{16\pi} \frac{|\mathbf{q}_2|}{m_{B_s}^2} [\lambda_c^{(s)}]^2 \times \\
&\times \left(C_2^{eff} m_{D_s} f_{D_s} H_t^{B_s D_s^*} (m_{D_s}^2) + 2C_6^{eff} \frac{m_{B_s} |\mathbf{q}_2|}{m_{D_s^*}} f_{D_s}^{PS} F_{PS}^{B_s D_s^*} (m_{D_s}^2) \right)^2, \\
\Gamma(B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^+) &= \frac{G_F}{16\pi} \frac{|\mathbf{q}_2|}{m_{B_s}^2} [\lambda_c^{(s)}]^2 \left(C_2^{eff} m_{D_s^*} f_{D_s^*} H_0^{B_s D_s^*} (m_{D_s^*}^2) \right)^2, \tag{110}
\end{aligned}$$

$$\Gamma(B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}) = \frac{G_F}{16\pi} \frac{|\mathbf{q}_2|}{m_{B_s}^2} [\lambda_c^{(s)}]^2 \left(C_2^{eff} m_{D_s^*} f_{D_s^*} \right)^2 \sum_{i=0,\pm} \left(H_i^{B_s D_s^*} (m_{D_s^*}^2) \right)^2,$$

Здесь $\lambda_c^{(s)} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} |V_{cb} V_{cs}^\dagger|$. Коэффициенты Вильсона появляются в комбинациях:

$C_2^{eff} = C_2 + \zeta C_1 + C_4 + \zeta C_3$ и $C_6^{eff} = C_6 + \zeta C_5$, где члены, умноженные на цветовой фактор $\zeta = 1/N_c$, как обычно, будут отброшены при численных расчетах в соответствии с $1/N_c$ - разложением. Также не учитываются аннигиляционные диаграммы, предполагая, что они подавлены во времени подобной области за счёт соответствующих формфакторов.

Ширина подавленного по цвету нелептонного распада $B_s \rightarrow J/\psi\phi$ записывается в виде:

$$\Gamma(B_s \rightarrow J/\psi\phi) = \frac{G_F}{16\pi} \frac{|\mathbf{q}_2|}{m_{B_s}^2} [\lambda_c^{(s)}]^2 \times \tag{111}$$

$$\times \left(C_1^{eff} + C_5^{eff} \right)^2 \left(m_{J/\psi} f_{J/\psi} \right)^2 \sum_{i=0,\pm} \left(H_i^{B_s J/\psi} (m_{J/\psi}^2) \right)^2,$$

где коэффициенты Вильсона равны $C_2^{eff} = C_2 + \zeta C_1 + C_4 + \zeta C_3$ и $C_6^{eff} = C_6 + \zeta C_5$.

Для матричных элементов матрицы Кабиббо-Кобаяши-Маскава используем значения, взятые из [2, p.8]:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline |V_{ud}| & |V_{us}| & |V_{ub}| & |V_{cd}| & |V_{cs}| & |V_{cb}| \\ \hline 0.974 & 0.225 & 0.00389 & 0.230 & 0.975 & 0.0406 \\ \hline \end{array} \quad (112)$$

Для коэффициентов Вильсона берём численные значения из [148]

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline |C_1| & |C_2| & |C_3| & |C_4| & |C_5| & |C_6| \\ \hline -0.257 & 1.009 & -0.005 & -0.078 & 0.000 & 0.001 \\ \hline \end{array} \quad (113)$$

полученные в NNL (“next-to-next-to leading”) приближении в \overline{MS} -ренормализационной схеме с масштабом $\mu = 4.8 \text{ GeV}$ [149]. При вычислениях нужны значения формфактора $B_s - \phi$ перехода при $q^2 = m_{J/\psi}^2$. Они приведены в таблице 4, где сравнили наши результаты с результатами работы [101]. Как видно, согласие в случае формфакторов $A_1(m_{J/\psi}^2)$ и $A_2(m_{J/\psi}^2)$ является весьма удовлетворительным, в то время как наше значение для формфактора $V(m_{J/\psi}^2)$ несколько меньше, чем в работе [101, p.12], а в таблице 5 приведены полученные результаты для брэнчингов.

Наконец, приводим наши результаты для спиральных фракций в случае двух распадов $B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}$ и $B_s \rightarrow J/\psi \phi$. Спиральные фракции для нелептонного распада $B_s \rightarrow VV$ определяется как

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}_L &= \frac{|H_0|^2}{|H_0|^2 + |H_+|^2 + |H_-|^2}, \\ \hat{\Gamma}_\pm &= \frac{|H_\pm|^2}{|H_0|^2 + |H_+|^2 + |H_-|^2}, \end{aligned} \quad (111)$$

$$\hat{\Gamma}_\perp = \frac{1}{2} \frac{|H_+ - H_-|^2}{|H_0|^2 + |H_+|^2 + |H_-|^2}.$$

Отметим, что нормировали спиральные фракции к полной ширине, так что $\left(\hat{\Gamma}_L + \hat{\Gamma}_- + \hat{\Gamma}_+ \right)$. Для распада $B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}$ находим $\left(\hat{\Gamma}_L + \hat{\Gamma}_- + \hat{\Gamma}_+ \right) = (0.549, 0.366, 0.0847)$ а для распада $B_s \rightarrow J/\psi \phi$ $\left(\hat{\Gamma}_L + \hat{\Gamma}_- + \hat{\Gamma}_+ \right) = (0.420, 0.552, 0.0272)$.

Видно, что в случае распада $B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}$ имеет место следующая иерархия $\hat{\Gamma}_L > \hat{\Gamma}_- > \hat{\Gamma}_+$, что находится в соответствии с представлениями простейшей кварковой модели, рассматривающей нелептонные распады на древесном уровне. Подобные оценки проводятся следующим образом: в лидирующем порядке по $m_1 = m_{B_s}$ фракция $\hat{\Gamma}_-$ является подавленной по спиральности фактором $4q^2/m_1^2$, где $q^2 = m_{D_s^{*+}}^2$. Кроме подавления по спиральности, фракция $\hat{\Gamma}_+$ подавлена ещё и по киральности фактором m_2^2/m_1^2 с $m_2 = m_{D_s^{*+}}$ [150 – 152]. Используя количественные оценки для подавляющих факторов, можно найти следующие численные значения для спиральных фракций в распаде $B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}$: (0.583, 0.361, 0.056), что согласуется с результатами наших вычислений. Для процесса $B_s \rightarrow J/\psi\phi$ с большим значением $q^2 = m_{J/\psi}^2$ подавление по спиральности уже не действует, т.к. в данном случае $4q^2/m_1^2 = 1.332$. Оценки, проведённые для данного распада, дают (0.420, 0.560, 0.020), что также достаточно близко к результатам полного расчета в нашем подходе.

Интересно, что в случае распада $B_s \rightarrow J/\psi\phi$ имеет место обратная иерархия: $\hat{\Gamma}_L < \hat{\Gamma}_-$. Экспериментальные данные для спиральных фракций существуют только для распада $B_s \rightarrow J/\psi\phi$: $\hat{\Gamma}_L = 0.541 \pm 0.017$ и $\hat{\Gamma}_\perp = 0.241 \pm 0.023$ [2, p.8]. Видно, что для продольной фракции наш результат $\hat{\Gamma}_L = 0.420$ отличается на несколько стандартных отклонений от экспериментального значения. Для вычисления поперечной фракции используем соотношение $\hat{\Gamma}_\perp \propto |A_\perp|^2 = |H_+ - H_-|^2/2$. Для распада $B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}$ находим $\hat{\Gamma}_\perp = 0.0493$, а для распада $B_s \rightarrow J/\psi\phi$ $\hat{\Gamma}_\perp = 0.167$. Снова наш результат в случае распада $B_s \rightarrow J/\psi\phi$ отличается на несколько стандартных отклонений от экспериментального значения.

Таблица 4 – Формфакторы $B_s - \phi$ перехода при $q^2 = m_{J/\psi}^2$, вычисленные в рамках нашего подхода. Для сравнения приводим результаты работы [101, p.12]

Формфактор	Данная работа	[101]
$A_1(m_{J/\psi}^2)$	0.37	0.42 ± 0.06
$A_2(m_{J/\psi}^2)$	0.48	0.38 ± 0.06
$V(m_{J/\psi}^2)$	0.56	0.82 ± 0.12

Таблица 5 – Брэнчинги (%) для нелептонных распадов B_s -мезона, вычисленные в нашем подходе

Процесс	Данная работа	Эксперимент [2, p.8]
$B_s \rightarrow D_s^- D_s^+$	1.65	$1.04^{+0.29}_{-0.26}$
$B_s \rightarrow D_s^- D_s^{*+} + D_s^{*-} D_s^+$	2.40	2.8 ± 1.0
$B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}$	3.18	3.1 ± 1.4
$B_s \rightarrow J/\psi \phi$	0.16	0.14 ± 0.05

5.3 Краткие выводы

Из полученных результатов можно подытожить следующее:

- В рамках ковариантной кварковой модели с инфракрасным конфайнментом вычислены формфакторы $B(B_S) \rightarrow P(V)$ переходов во всей кинетической области квадрата переданного импульса.

- В качестве применения полученных результатов, вычислены ширины нелептонных распадов таких мезонов, как $B_S \rightarrow D_S^- D_S^+$, $D_S^{*-} D_S^+ + D_S^- D_S^{*+}$, и $B_S \rightarrow D_S^{*-} D_S^{*+}$. Эти моды дают основной вклад в величину $\Delta\Gamma$ в $B_S - \bar{B}_S$ системе.

- Также проанализирован распад $B_S \rightarrow J/\psi \phi$, который подавлен по цвету. Однако, данный распад важен для поиска возможных проявлений новой физики, приводящих к CP -нарушению в $B_S - \bar{B}_S$ системе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Перечислим основные результаты диссертации:

1) Диссертация посвящена теоретическому изучению свойств $X(3872)$ - мезона, который был открыт коллаборацией Belle в 2003 г. в распадах $B^+ \rightarrow K^+ J/\psi \pi^+ \pi^-$ и было подтверждено коллаборациями CDF и D0 в инклюзивном рождении в $p\bar{p}$ -взаимодействиях. Наиболее интригующим вопросом, связанным со структурой $X(3872)$ – мезона, является вопрос интерпретации $X(3872)$ – мезона, либо как сильносвязанной молекулы с энергией связи $M_X - (M_{D^{*0}} - M_{D^0}) = -0.30 \pm 0.40$ МэВ, либо как тетракварка, являющегося связанным состоянием цветных дикварков.

- Проводя анализы экспериментальных данных $X(3872)$ – мезона $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$ и $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^- \pi^0$, из распада $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$ установили, что зарядовые чётности $X(3872)$ - мезона являются положительными ($C_{X(3872)} = C_{J/\psi} C_\gamma = +1$), и тогда система $\pi^+ \pi^-$ обладает отрицательной зарядовой чётностью, это означает, что нечётный угловой момент и отрицательная пространственная чётность. Эти квантовые числа свидетельствуют о том, что распад $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$ действительно происходит через ρ^0 -мезон. В распаде $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^- \pi^0$, т.е. в системе трёх π -мезонов доминировал вклад подпорогового ω -резонанса. Изотопический спин ρ^0 -мезона равен 1, а ω -мезона нулю, поэтому в этих распадах $X(3872)$ мезона нарушается изотопическая инвариантность. С другой стороны, предполагаемая кварковая структура $X(3872)$ мезона должна обеспечить это нарушение. Поэтому $X(3872)$ мезон не может быть сильно связанной молекулой с энергией связи $M_X - (M_{D^{*0}} - M_{D^0}) = -0.30 \pm 0.40$ МэВ, а является связанным состоянием цветных дикварков, т.е. является тетракварковой структурой.

- Исходя из предположения, что $X(3872)$ - мезон является тетракварковой структурой, были вычислены ширины распадов $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$ и $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^- \pi^0$. Полученные результаты удовлетворительно согласуются с существующими экспериментальными данными.

2) Для описания свойств тетракварковых мезонов использована ковариантная модель кварков. В рамках этого подхода определены:

- Лагранжиан взаимодействия $X(3872)$ мезона с их составляющими кварками – тетракварками, которые удовлетворяют всем требованиям квантовой теории поля (КТП);

- Для описания свойств тетракварковых мезонов необходимо определить константу связи g_M кварк – мезонного взаимодействия. В ковариантной модели кварков константа связи g_M определяется из условия связности

$Z_M = 0$, как функция от параметра Λ_H , характеризующего размер адрона. Для этого вычислен вклад собственно энергетической диаграммы для мезонов, состоящих из четырех кварков. Получены аналитические выражения для массового оператора $X(3872)$ – мезона и определена зависимость константы связи g_M от параметра Λ_H .

- Определены численные значения свободных параметров модели, путём фита методом наименьших квадратов величин лептонных констант распадов и ширин основных радиационных распадов к их экспериментальным значениям.

3) Построен лагранжиан электромагнитного взаимодействия, который описывает взаимодействие фотонов с четырехкварковой структурой.

- Впервые для четырехкваркового связанного состояния введено электромагнитное взаимодействие, удовлетворяющее калибровочной инвариантности, с помощью Р- экспоненты Мандельстама. В рамках данного подхода вычислен однофотонный переход экзотического $X(3872)$ – мезона. Показано, что данный переход характеризуется двумя независимыми Лоренц – структурами, соответствующими E1 и M1 переходам. Также вычислены ширины распада $X \rightarrow \gamma + J/\psi$ и величины продольных/поперечных составляющих J/ψ - мезона в этом распаде.

- Вычислен матричный элемент радиационного распада $X \rightarrow J/\psi + \gamma$ и доказана его калибровочная инвариантность. Определена ширина данного распада и показано, что её значение удовлетворительно согласуется с существующими экспериментальными данными.

4) В рамках ковариантной кварковой модели с инфракрасным конфайнментом вычислены формфакторы $B(B_S) \rightarrow P(V)$ переходов во всей кинематической области квадрата переданного импульса. В качестве применения полученных результатов, вычислены ширины нелептонных распадов $B_S \rightarrow D_S^- D_S^+$, $D_S^{*-} D_S^+ + D_S^- D_S^{*+}$, и $B_S \rightarrow D_S^{*-} D_S^{*+}$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Choi S. K. et al. Belle Collaboration. Observation of a new narrow charmonium state in exclusive $B^{\pm} \rightarrow K^{\pm} \pi^+ \pi^- J/\psi$ decays // Phys. Rev. Lett.-2003.-Vol.91.- P.262001.
- 2 Nakamura K. et al. Particle Data Group Collaboration. // J. Phys. G G. - 2010.- Vol.37.- P.075021.
- 3 Aubert B. et al. [BABAR Collaboration]. Observation of the decay $B \rightarrow J/\psi \eta K$ and search for $X(3872) \rightarrow J/\psi \eta$ // Phys. Rev. Lett. - 2004.- Vol.93.- P.041801.
- 4 Acosta D. E. et al. [CDF Collaboration]. Observation of the narrow state $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$ in $\bar{p}p$ collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV // Phys. Rev. Lett.- 2004.- Vol.93. -P.072001.
- 5 Abazov V. M. et al. [D0 Collaboration] . Observation and properties of the $X(3872)$ decaying to $J/\psi \pi^+ \pi^-$ in $\bar{p}p$ collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV // Phys. Rev. Lett.- 2004.-Vol.93. -P.162002.
- 6 Aaltonen T. et al. [CDF Collaboration]. Precision Measurement of the $X(3872)$ Mass in $J/\psi \pi^+ \pi^-$ - Decays // Phys. Rev. Lett. -2009. -Vol.103. -P.152001.
- 7 Yi K. and f. t. C. collaboration. Heavy quark meson spectroscopy at CDF // arXiv:0910.3163 [hep-ex].
- 8 Abe K. et al. [Belle Collaboration]. Evidence for $X(3872) \rightarrow \gamma J/\psi$ and the sub-threshold decay $X(3872) \rightarrow \omega J/\psi$ // arXiv:hep-ex/0505037
- 9 Aubert B. et al. [BABAR Collaboration]. Search for $B^+ \rightarrow X(3872) K^+$ // Phys. Rev. D. -2006.- Vol.74.- P.071101.
- 10 Abulencia A. et al. [CDF Collaboration]. Analysis of the quantum numbers J^{PC} of the $X(3872)$ // Phys. Rev. Lett.- 2007. -Vol.98.- P.132002.
- 11 Gokhroo G. et al. [Belle Collaboration]. Observation of a near-threshold $D^0 \bar{D}^0 \pi^0$ enhancement in $B \rightarrow D^0 \bar{D}^0 \pi^0 K$ decay // Phys. Rev. Lett. - 2006.- V.97. - P.162002.
- 12 Aubert B. et al. [BABAR Collaboration]. Study of Resonances in Exclusive B Decays to $\bar{D}^{(*)} D^{(*)} K$ // Phys. Rev. D.- 2008. -Vol.77.- P.011102.
- 13 del Amo Sanchez P. et. al. (BABAR Collab.) Evidence for the Decay $X(3872) \rightarrow J/\psi \omega$ // Phys. Rev.D. – 2010.- Vol.82.-P.011101.
- 14 Choi S. K. et al. [Belle Collaboration]. Bounds on the Width, Mass Difference and Other Properties of $X(3872) \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi$ Decays // Phys. Rev. D.- 2011.-Vol.84.- P.052004.
- 15 Klempt E. and Zaitsev A. Glueballs, Hybrids, Multiquarks. Experimental facts versus QCD inspired concepts // Phys. Rept. -2007.- Vol.454. P.1.
- 16 Aubert B. et al. [BABAR Collaboration]. Evidence for $X(3872) \rightarrow \psi(2S) \gamma$ in $B^{\pm} \rightarrow X(3872) K^{\pm}$ decays, and a study of $B \rightarrow c \bar{c} \gamma K$ // Phys. Rev. Lett. - 2009. - Vol.102.-P.132001.
- 17 Brambilla N. et.al. Heavy Quarkonium: Progress, Puzzles, and Opportunities // Eur. Phys. J. C. – 2011.-V.71.-P.1534.

- 18 Eidelman S. et.al. Developments in Heavy Quarkonium Spectroscopy // arXiv: 1205.4189 [hep-ex].
- 19 Tornqvist N. A. Isospin breaking of the narrow charmonium state of Belle at 3872-MeV as a deuson // Phys. Lett. B.- 2004. -Vol.590.- P.209.
- 20 Close F. E. and Page P. R. The $D^{*0}\bar{D}^0$ threshold resonance // Phys. Lett. B.- 2004.- Vol.578.- P.119.
- 21 Thomas C. E. and Close F. E. Is X(3872) a molecule? // Phys. Rev. D. -2008. -Vol.78.- P.034007.
- 22 Barnes T. and Godfrey S. Charmonium options for the X(3872) // Phys. Rev. D.-2004. -Vol.69.- P.054008.
- 23 Swanson E. S. Short Range Structure in the X(3872) // Phys. Lett. B.- 2004.- Vol.588.- P.189.
- 24 Swanson E. S. Diagnostic Decays of the X(3872) // Phys. Lett. B.- 2004.- Vol.598.-P.197.
- 25 Voloshin M. B. Interference and binding effects in decays of possible molecular component of X(3872) // Phys. Lett. B. -2004.- Vol.579.- P.316.
- 26 Voloshin M. B. Heavy quark spin selection rule and the properties of the X(3872) // Phys. Lett. B. -2004. -Vol.604.- P.69.
- 27 Voloshin M. B. X(3872) diagnostics with decays to D anti-D gamma // Int. J. Mod. Phys. A. -2006.-Vol.21.- P.1239.
- 28 Dubynskiy S. and Voloshin M. B. Pionic transitions from X(3872) to χ_{cJ} // Phys. Rev. D. -2008.- Vol.77.- P.014013.
- 29 Kalashnikova Yu. S. Coupled-channel model for charmonium levels and an option for X(3872) // Phys. Rev. D.- 2005.- Vol.72.- P.034010.
- 30 Braaten E. and Kusunoki M. Low-energy universality and the new charmonium resonance at 3870-MeV // Phys. Rev. D.- 2004.- Vol.69.- P.074005.
- 31 Braaten E. and Kusunoki M. Factorization in the Production and Decay of the X(3872) // Phys. Rev. D.- 2005.- Vol.72.- P.014012.
- 32 Braaten E. and Kusunoki M. Decays of the X(3872) into J/psi and light hadrons // Phys. Rev. D. -2005.- Vol.72.- P.054022.
- 33 Braaten E. and Lu M. Operator product expansion in the production and decay of the X(3872) // Phys. Rev. D.- 2006.- Vol.74.- P.054020.
- 34 Braaten E., Lu M. and Lee J. Weakly-bound hadronic molecule near a 3-body threshold // Phys. Rev. D.- 2007.- Vol.76.- P.054010.
- 35 Liu Y. R., Liu X., Deng W. Z. and Zhu S. L. Is X(3872) Really a Molecular State? // Eur. Phys. J. C.- 2008.- Vol.56. -P.63.
- 36 Cheuk-Yin Wong Molecular states of heavy quark mesons // Phys. Rev. C. - 2004. -Vol.69. -P.055202.
- 37 Fleming S., Kusunoki M., Mehen T. and van Kolck U. Pion Interactions in the X(3872) // Phys. Rev. D. -2007. -Vol.76. -P.034006.
- 38 Fleming S. and Mehen T. Hadronic Decays of the X(3872) to χ_{cJ} in Effective Field Theory // Phys. Rev. D. -2008. -Vol.78. -P.094019.
- 39 AlFiky , M. T., Gabbiani F. and Petrov A. A. X(3872): Hadronic molecules in effective field theory // Phys. Lett. B. -2006.- Vol.640.-P.238.

- 40 Colangelo P., De Fazio F. and Nicotri S. $X(3872) \rightarrow D\bar{D}\gamma$ decays and the structure of X3872 // Phys. Lett. B. -2007. -Vol.650.- P.166.
- 41 Dong Y. B., Faessler A., Gutsche T. and Lyubovitskij V. E. Estimate for the X(3872) to gamma J/psi decay width // Phys. Rev. D.- 2008. -Vol.77. -P.094013.
- 42 Dong Y., Faessler A., Gutsche T., Kovalenko S. and Lyubovitskij V. E. X(3872) as a hadronic molecule and its decays to charmonium states and pions // Phys. Rev. D. -2009. -Vol.79. -P.094013.
- 43 Dong Y., Faessler A., Gutsche T. and Lyubovitskij V. E. J/psi gamma and psi(2S) gamma decay modes of the X(3872) // J. Phys. G G. -2011. -Vol.38. -P.015001.
- 44 Lee I. W., Faessler A., Gutsche T. and Lyubovitskij V. E. X(3872) as a molecular DD^* state in a potential model // Phys. Rev. D. -2009.- Vol.80. -P.094005.
- 45 Fernandez-Carames T., Valcarce A. and Vijande J. Charmonium spectroscopy above thresholds // Phys. Rev. Lett. -2009.- Vol.103. -P.222001.
- 46 Maiani L., Piccinini F., Polosa A. D. and Riquer V. Diquark-antidiquarks with hidden or open charm and the nature of X(3872) // Phys. Rev. D. -2005. -Vol.71. -P.014028.
- 47 Bigi I., Maiani L., Piccinini F., Polosa A. D. and Riquer V. Four-Quark Mesons in Non-leptonic B Decays—Could They Resolve Some Old Puzzles? // Phys. Rev. D. -2005. -Vol.72. -P.114016.
- 48 Maiani L., Polosa A. D. and Riquer V. Indications of a Four-Quark Structure for the X(3872) and X(3876) Particles from Recent Belle and BABAR Data // Phys. Rev. Lett. -2007. -Vol.99.- P.182003.
- 49 Ebert D., Faustov R. N. and Galkin V. O. Relativistic description of heavy tetraquarks,” // Phys. Atom. Nucl. -2009. -Vol.72. -P.184.
- 50 Ebert D., Faustov R. N. and Galkin V. O. Masses of heavy tetraquarks in the relativistic quark model // Phys. Lett. B. -2006.- Vol.634. -P.214.
- 51 Nielsen M., Navarra F. S. and Lee S. H. New Charmonium States in QCD Sum Rules: A Concise Review // Phys. Rept. -2010. -Vol.497. -P.41.
- 52 Navarra F. S. and Nielsen M. $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$ and $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^- \pi^0$ decay widths from QCD sum rules // Phys. Lett. B. -2006. -Vol.639. -P.272.
- 53 Terasaki K. A new tetra-quark interpretation of X(3872) // Prog. Theor. Phys. -2007.- Vol.118. -P.821.
- 54 Terasaki K. omega-rho(0) mixing as a possible origin of the hypothetical isospin non-conservation in the $X(3872) \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi$ decay // Prog. Theor. Phys.-2010. -Vol.122.- P.1285.
- 55 Bugg D. V. Reinterpreting several narrow ‘resonances’ as threshold cusps // Phys. Lett. B. -2004. -Vol.598. -P.8.
- 56 Li B. A. Is X(3872) a possible candidate of hybrid meson // Phys. Lett. B. -2005.- Vol.605. -P.306.
- 57 Close F. E. and Godfrey S. Charmonium hybrid production in exclusive B meson decays // Phys. Lett. B. -2003. -Vol.574. -P.210.

- 58 Seth K. K. An Alternative Interpretation of X(3872) // Phys. Lett. B.- 2005. - Vol.612. -P.1.
- 59 Eichten E., Godfrey S., Mahlke H. and Rosner J. L. Quarkonia and their transitions // Rev. Mod. Phys. -2008. -Vol.80. -P.1161.
- 60 Godfrey S. and Olsen S. L. The Exotic XYZ Charmonium-like Mesons // Ann. Rev.Nucl. Part. Sci. -2008. -Vol.58. -P.51.
- 61 Voloshin M. B. Charmonium // Prog. Part. Nucl. Phys. -2008. -Vol.61. - P.455.
- 62 Zhu S. L. New hadron states // Int. J. Mod. Phys. E.- 2008.- Vol.17. -P.283.
- 63 Swanson E. S. The New heavy mesons: A Status report // Phys. Rept. -2006. -Vol.429.-P.243.
- 64 Bauer G. The x(3872) meson and exotic spectroscopy at CDF II // Int. J. Mod. Phys. A.- 2006.- Vol.21.- P.959.
- 65 Bignamini C., Grinstein B., Piccinini F., Polosa A. D. and Sabelli C. Is the X(3872) Production Cross Section at Tevatron Compatible with a Hadron Molecule Interpretation? // Phys. Rev. Lett. -2009. -Vol.103. -P.162001.
- 66 Artoisenet P. and Braaten E. Production of the X(3872) at the Tevatron and the LHC // Phys. Rev. D. -2010. -Vol.81. -P.114018.
- 67 Bignamini C., Grinstein B., Piccinini F., Polosa A. D., Riquer V. and Sabelli C. More loosely bound hadron molecules at CDF? // Phys. Lett. B. -2010. -Vol.684. - P.228.
- 68 Branz T., Faessler A., Gutsche T., Ivanov M. A., Körner J. G. and Lyubovitskij V. E. Relativistic Constituent Quark Model With Infrared Confinement // Phys. Rev. D. -2010. -Vol.81. -P.034010.
- 69 Anikin I. V., Ivanov M. A., Kulimanova N. B. and Lyubovitskij V. E. The Extended Nambu-Jona-Lasinio model with separable interaction: Low-energy pion physics and pion nucleon form-factor // Z. Phys. C. -1995. -Vol.65. -P.681.
- 70 Ivanov M. A., Lyubovitskij V. E. The $\gamma^* \pi^0 \rightarrow \gamma$ form factor // Phys. Lett. B. -1997. -Vol.408. -P.435.
- 71 Faessler A., Gutsche T., Ivanov M. A., Lyubovitskij V. E. and Wang P. Pion and sigma meson properties in a relativistic quark model // Phys. Rev. D. -2003.- Vol.68. -P.014011.
- 72 Ivanov M. A., Locher M. P. and Lyubovitskij V. E. Electromagnetic form factors of nucleons in a relativistic three-quark model, // Few Body Syst. -1996. - Vol.21. -P.131.
- 73 Faessler A., Gutsche T., Holstein B. R., Ivanov M. A., Körner J. G. and Lyubovitskij V. E. Semileptonic decays of the light $J(P)=1/2(+)$ ground state baryon octet // Phys. Rev. D. -2008.-Vol.78.- P.094005.
- 74 Ivanov M. A., Lyubovitskij V. E., Körner J. G. and Kroll P. Heavy baryon transitions in a relativistic three-quark model // Phys. Rev. D. -1997. -Vol.56. -P.348.
- 75 Ivanov M. A., Körner J. G., Lyubovitskij V. E. and Rusetsky A. G. Exclusive nonleptonic decays of bottom and charm baryons in a relativistic three quark model: Evaluation of nonfactorizing diagrams // Phys. Rev. D. -1998. -Vol.57. -P.5632.

76 Ivanov M. A., Körner J. G., Lyubovitskij V. E. and Rusetsky A. G. One-pion charm baryon transitions in a relativistic three-quark model // Phys. Lett. B. -1998. - Vol.442. -P.435.

77 Ivanov M. A., Körner J. G., Lyubovitskij V. E. and Rusetsky A. G. Strong and radiative decays of heavy flavored baryons // Phys. Rev. D. -1999.- Vol.60. - P.094002.

78 Ivanov M. A., Körner J. G. and Lyubovitskij V. E. One-photon transitions between heavy baryons in a relativistic three-quark model // Phys. Lett. B. -1999.- Vol.448. -P.143.

79 Ivanov M. A., Körner J. G., Lyubovitskij V. E. and Rusetsky A. G. Lambda/b and Lambda/c baryon decays at finite values of heavy quark masses // Phys. Lett. B. - 2000. -Vol.476. P.58.

80 Faessler A., Gutsche T., Ivanov M. A., Körner J. G. and Lyubovitskij V. E. Semileptonic decays of double heavy baryons // Phys. Lett. B.- 2001. -Vol.518. - P.55.

81 Faessler A., Gutsche T., Ivanov M. A., Körner J. G., Lyubovitskij V. E., Nicmorus D. and Pumsard K. Magnetic moments of heavy baryons in the relativistic three-quark model // Phys. Rev. D. -2006. -Vol.73. -P.094013.

82 Faessler A., Gutsche T., Ivanov M. A., Körner J. G. and Lyubovitskij V. E. Semileptonic decays of double heavy baryons in a relativistic constituent three-quark model // Phys. Rev. D. -2009. -Vol.80. -P.034025.

83 Branz T., Faessler A., Gutsche T., Ivanov M. A., Körner J. G., Lyubovitskij V. E. and Oehl B. Radiative decays of double heavy baryons in a relativistic constituent three-quark model including hyperfine mixing // Phys. Rev. D. -2010. - Vol.81. -P.114036.

84 Ivanov M. A. and Santorelli P. Leptonic and semileptonic decays of pseudoscalar mesons // Phys. Lett. B. -1999. -Vol.456.- P.248.

85 Ivanov M. A., Santorelli P. and Tancredi N. The Semileptonic form-factors of B and D mesons in the quark confinement model // Eur. Phys. J. A.- 2000. -Vol.9. -P.109.

86 Ivanov M. A., Körner J. G. and Santorelli P. The Semileptonic decays of the Bc meson // Phys. Rev. D. -2001. -Vol.63. -P.074010.

87 Faessler A., Gutsche T., Ivanov M. A., Körner J. G. and Lyubovitskij V. E. The Exclusive rare decays $B \rightarrow K(K^*) \bar{l}l$ and $B_c \rightarrow D(D^*) \bar{l}l$ in a relativistic quark model // Eur. Phys. J. direct C. -2002. -Vol.4. -P.18.

88 Ivanov M. A., Körner J. G. and Pakhomova O. N. The nonleptonic decays $B/c^+ \rightarrow D/s^+ \bar{D}^0$ and $B/c^+ \rightarrow D/s^+ D^0$ in a relativistic quark model // Phys. Lett. B. -2003. -Vol.555.- P.189.

89 Ivanov M. A., Körner J. G. and Pakhomova O. N. Exclusive semileptonic and nonleptonic decays of the Bc meson // Phys. Rev. D. -2006. -Vol.73.- P.054024.

90 Ivanov M. A., Körner J. G. and Santorelli P. Semileptonic decays of Bc mesons into charmonium states in a relativistic quark model // Phys. Rev. D. -2005. - Vol.71. -P.094006; // Erratum-ibid. D.- 2007. -Vol.75. -P.019901.

- 91 Ivanov M. A., Körner J. G. and Santorelli P. The J/ψ dissociation cross-sections in a relativistic quark model // *Phys. Rev. D.* -2004.-Vol.70. -P.014005.
- 92 Efimov G. V. and Ivanov M. A. The Quark Confinement Model of Hadrons // IOP Publishing, Bristol & Philadelphia.- 1993.
- 93 Efimov G. V. and Ivanov M. A. Light Mesons In The Quark Confinement Model // ЭЧАЯ. -1989. -Т.20. -С.1129.
- 94 Efimov G. V. and Ivanov M. A. Confinement And Quark Structure Of Light Hadrons // *Int. J. Mod. Phys. A.* -1989. -Vol.4. -P.2031.
- 95 Ivanov M. A., Ladygina N. B. and Lyubovitskij V. E. Semileptonic decays of heavy baryons // *Phys. Part. Nucl.* -1995.- Vol.26. -P.60;
- 96 Salam A. // *Nuovo Cim.*- 1962. -Vol.25.- P.224.
- 97 Weinberg S. // *Phys. Rev.* -1963. -Vol.130. -P.776.
- 98 Hayashi K. et al. // *Fort. Phys.*- 1967.- Vol.15. -P.625.
- 99 Stone S. Heavy Flavor Physics // To appear in Proceedings of the DPF-2011 Conference, Providence, RI.- August 8-13, 2011.
- 100 El-Bennich B., J. P. B. C. de Melo, Leitner O., Loiseau B., Dedonder J. P. // in Erice School on Nuclear Physics 2011: From Quarks and Gluons to Hadrons and Nuclei (unpublished).
- 101 Faller S., Fleischer R., Mannel T. Precision Physics with $B^0 \rightarrow J/\psi \phi$ at the LHC: The Quest for New Physics // *Phys. Rev. D.*- 2009. -V.79.- P.014005.
- 102 Buchalla G., Buras A. J., Lautenbacher M. E. Weak decays beyond leading logarithms // *Rev. Mod. Phys.* -1996. -Vol.68. -P.1125-1144.
- 103 Beneke M., Buchalla G., Neubert M. and Sachrajda C. T. QCD factorization for $B \rightarrow \pi \pi$ decays: Strong phases and CP violation in the heavy quark limit // *Phys. Rev. Lett.* -1999. -Vol.83. -P.1914.
- 104 Beneke M., Neubert M. QCD factorization for $B \rightarrow PP$ and $B \rightarrow PV$ decays // *Nucl. Phys. B.* -2003. -Vol.675. -P.333-415.
- 105 Feldmann T. Soft-Collinear Effective Theory: Recent Results and Applications // *PoS CONFINEMENT 8 007.* -2008.
- 106 Bauer C. W., Fleming S., Pirjol D., Stewart I. W. An Effective field theory for collinear and soft gluons: Heavy to light decays // *Phys. Rev. D.*- 2001. -Vol.63. P.114020.
- 107 Ball P. and Zwicky R. // *Phys. Rev. D.*- 2005. -Vol.71. -P.014029.
- 108 Khodjamirian A., Mannel T. et.al// *Phys. Rev. D.* -2007. -Vol.75. -P.054013.
- 109 Grinstein B., Pirjol D. Exclusive rare $B \rightarrow K l^+ l^-$ decays at low recoil: Controlling the long-distance effects // *Phys. Rev. D.*-2004. -Vol.70. -P.114005.
- 110 Bobeth C., Hiller G., van Dyk D. The Benefits of $B \rightarrow K_{l1} l^+ l^-$ Decays at Low Recoil // *Journal of High Energy Physics.*- 2010. -Vol.1007. -P.098.
- 111 Bobeth C., Hiller G., van Dyk D. More Benefits of Semileptonic Rare B Decays at Low Recoil: CP Violation // *Journal of High Energy Physics.* -2011.- Vol.1107.- P.067.
- 112 Ivanov M. A., Körner J. G., Kovalenko S. G., Roberts C. D. B- to light-meson transition form-factors // *Phys. Rev. D.* -2007. -Vol.76. -P.034018.

- 113 Melikhov D., Nikitin N. and Simula S. Rare exclusive semileptonic $b \rightarrow s$ transitions in the standard model // Phys. Rev. D. -1998. -Vol.57. -P.6814.
- 114 Melikhov D. Dispersion approach to quark-binding effects in weak decays of heavy mesons // Eur. Phys. J. direct C. -2002. -Vol.4. -P.1.
- 115 Ebert D., Faustov R. N., Galkin V. O. New analysis of semileptonic B decays in the relativistic quark model // Phys. Rev. D. -2007. -Vol. 75. -P.074008.
- 116 Ladisa M., Nardulli G., Santorelli P. Semileptonic and rare B meson decays into a light pseudoscalar meson // Phys. Lett. B. -1999. -Vol.455. -P.283-290.
- 117 Colangelo P., De Fazio F., Ladisa M., Nardulli G., Santorelli P. and Tricarico A. Semileptonic and rare B meson transitions in a QCD relativistic potential model // Eur. Phys. J. C. -1999.- Vol.8. -P.81.
- 118 Colangelo P., De Fazio F., Santorelli P., Scrimieri E. QCD sum rule analysis of the decays $B \rightarrow K l^+ l^-$ and $B \rightarrow K^* l^+ l^-$ // Phys. Rev. D. 1996. V.53. P.3672-3686.
- 119 Colangelo P., Santorelli P. Dependence of the form-factors of $B \rightarrow \pi$ lepton neutrino on the heavy quark mass // Phys. Lett. B. -1994. -Vol.327.- P.123-128.
- 120 Ivanov M. A., Körner J. G., Kovalenko S. G., Santorelli P. and Saidullaeva G. G. Form factors for semileptonic, nonleptonic and rare B (Bs) meson decays // Phys. Rev. D.-2012. -Vol.85. -P.034004.
- 121 Ebert D., Feldmann T. and Reinhardt H. Extended NJL model for light and heavy mesons without q anti- q thresholds // Phys. Lett. B. -1996. -Vol.388. -P.154.
- 122 Volkov M. K. and Yudichev V. L. Chiral SU(2) x SU(2) model with infrared quark confinement // Phys. Atom. Nucl.-2000. -Vol.63. -P.464.
- 123 Mandelstam S. Quantum Electrodynamics Without Potentials // Annals Phys. -1962. -Vol.19.- P.1.
- 124 Terning J. Gauging nonlocal Lagrangians // Phys. Rev. D.- 1991. -Vol.44. - P.887.
- 125 Dorokhov A. E. and Broniowski W. Vector and axial vector correlators in a nonlocal chiral quark model // Eur. Phys. J. C.- 2003. -Vol.32. -P.79.
- 126 Vermaseren J. A. M. The FORM project // Nucl. Phys. Proc. Suppl. -2008. - Vol.183.- P.19.
- 127 Laiho J., Lunghi E., Van de Water R. S. Lattice QCD inputs to the CKM unitarity triangle analysis // Phys. Rev. D. -2010. -Vol.81. -P.034503.
- 128 Chiu T. W., et al. [TWQCD Collaboration]. Beauty mesons in lattice QCD with exact chiral symmetry // Phys. Lett. B. -2007. -Vol.651.- P.171-176.
- 129 Becirevic D., Boucaud P., Leroy J. P., Lubicz V., Martinelli G., Mescia F., Rapuano F. Nonperturbatively improved heavy - light mesons: Masses and decay constants // Phys. Rev. D. -1999.- Vol.60. -P.074501.
- 130 Rosner J. L., Stone S. Leptonic Decays of Charged Pseudoscalar Mesons // [arXiv:1002.1655 [hep-ex]].
- 131 Chistov R et al. (Belle Collab.) //Phys. Rev. Lett.-2004.-Vol. 93.-P. 051803
- 132 Amsler C et al. (Particle Data Group) // Phys. Lett. B.-2008.-Vol.1.-P. 667
- 133 Aubert B et al. (BaBar Collab.)//Phys. Rev. Lett.-2006.-Vol. 96.-P. 052002
- 134 Abe K et al. (Belle Collab.)// hep-ex/0505038

- 135 Voloshin M B Phys. Rev. D.-2007.-Vol. 76.-P. 014007
- 136 Hanhart C et al. Phys. Rev. D.-2007.-Vol. 76.-P. 034007
- 137 Braaten E, Lu M.// Phys. Rev. D.-2008.-Vol. 77.-P. 014029
- 138 Dunwoodie W, Ziegler V Phys. Rev. Lett.-2008.-Vol. 100.-P. 062006
- 139 Aushev T et al. (and Belle Collab.)// arXiv:0810.0358
- 140 Barnes T, Godfrey S, Swanson E .S.// Phys. Rev. D.-2005.-Vol. 72.-P. 054026
- 141 Eichten E J, Lane K, Quigg C. // Phys. Rev. D.-2004.-Vol. 69.-P. 094019
- 142 Aubert B et al. (BaBar Collab.) //Phys. Rev. D.-2005.-Vol. 71.-P. 031501
- 143 Aubert B et al. (BaBar Collab.) //Phys. Rev. D.-2008.-Vol. 77.-P. 111101
- 144 Adachi I et al. (Belle Collab.)// arXiv:0809.1224
- 145 Bugg D V //Phys. Lett. B- 2004.-Vol. 8.-P.598
- 146 Uhlemann C. F. and Kauer N. Narrow-width approximation accuracy // Nucl. Phys. B. -2009.- Vol.814. -P.195.
- 147 Körner J. G., Mauser M. C. One loop corrections to polarization observables // Lect. Notes Phys. -2004. -Vol.647.- P.212-244.
- 148 Altmannshofer W., Ball P., Bharucha A., Buras A. J., Straub D. M., Wick M. Symmetries and Asymmetries $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$ Decays in the Standard Model and Beyond // J. of High Energy Phys. -2009. -Vol.0901. -P.019.
- 149 Bobeth C., Misiak M., Urban J. Photonic penguins at two loops and $m(t)$ dependence of $BR[B \rightarrow X(s)lepton^+lepton^-]$ // Nucl. Phys. B. -2000. -Vol.574. - P.291-330.
- 150 Körner J. G. and Goldstein G. R. Quark And Particle Helicities In Hadronic Charmed Particle Decays Phys. Lett. B.- 1979. -Vol.89. -P.105.
- 151 Ali A., Körner J. G., Kramer G. and Willrodt J. Nonleptonic Weak Decays of Bottom Mesons // Z. Phys. C. -1979. -Vol.1. -P.269.
- 152 Beneke M., Rohrer J. and Yang D. Branching fractions, polarisation and asymmetries of $B \rightarrow VV$ decays // Nucl. Phys. B. -2007.- Vol.774. -P.64.
- 153 Körner J. et al. Zweig Forbidden Radiative Orthoquarkonium Decays In Perturbative QCD // Nucl. Phys. B. -1983.- Vol.229.- P.115.
- 154 Auvil P.R. and Brehm J.J. // Phys. Rev. -1966. -Vol.145. -P.1152.
- 155 Cottingham W. N. and Pollard B. R. A Uni.ed Treatment Of Electromagnetic Decays, Electroproduction And Pair Production In $E^+ E^-$ Annihilation For Hadrons Of Arbitrary Spin // Annals Phys. -1977. -Vol.105.- P.111.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Спиральные и мультипольные амплитуды в распаде

$$X(3872) \rightarrow \gamma + J/\psi (\rightarrow l^+ l^-)$$

Материалы, представленные в этом приложении взяты из аналогичного материала, имеющегося в работе [153] в несколько ином виде. Имеется две независимые спиральные амплитуды $H_{\lambda_X; \lambda_\gamma; \lambda_{J/\psi}}$, которые обозначим $H_i (i = L, T)$ согласно спиральности конечного состояния мезона J/ψ . Значения $\lambda_{J/\psi} = 0$ и $\lambda_{J/\psi} = \pm 1$ приняты для продольной и поперечной спиральности J/ψ -мезона. Из чётности следует, что $H_{+;-} = -H_{-;+} = H_L$ и $H_{0;++} = -H_{0;--} = H_T$.

Ищем ковариантное представление для проекторов $\mathbb{P}_{L,T}^{\mu\rho\nu}$ на продольные и поперечные составляющие, при действии которых на лоренцовскую амплитуду $T_{\mu\rho\nu}$ получаются спиральные амплитуды $H_{L,T}$:

$$H_i = \mathbb{P}_i^{\mu\rho\nu} T_{\mu\rho\nu}, \quad (i = L, T). \quad (\text{A.1})$$

Легко проверить, что следующие представления для проекторов удовлетворяют требуемым условиям:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}_L^{\mu\rho\nu} &= \frac{1}{2} \left(\varepsilon_X^\mu(+)\bar{\varepsilon}_\gamma^{\dagger\rho}(-) - \varepsilon_X^\mu(-)\bar{\varepsilon}_\gamma^{\dagger\rho}(+) \right) \varepsilon_{J/\psi}^{\dagger\nu}(0), \\ \mathbb{P}_T^{\mu\rho\nu} &= \frac{1}{2} \varepsilon_X^\mu(0) \left(\bar{\varepsilon}_\gamma^{\dagger\rho}(+)\varepsilon_{J/\psi}^{\dagger\nu}(-) - \bar{\varepsilon}_\gamma^{\dagger\rho}(-)\varepsilon_{J/\psi}^{\dagger\nu}(+) \right), \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

где приняты обозначения Якоби-Вика для 4-х векторов поляризации [154]. Предполагается, что ось z направлена по импульсу J/ψ - мезона. Черта над векторами поляризации фотонов $\bar{\varepsilon}_\gamma^\rho(\lambda_\gamma)$ указывает на то, что спиральности фотона определены относительно отрицательного направления оси z . В данном контексте важно учитывать обе конфигурации чётности, связанные с отражением спиральности как это дано в уравнении (A.2). Явный вид векторов поляризации в системе покоя X -мезона приведён ниже:

$$\varepsilon_{X\mu}(\pm) = \frac{1}{\sqrt{2}}(0; \pm 1, i, 0), \quad p^\alpha = (m_X; 0, 0, 0), \quad \varepsilon_{X\mu}(0) = (0; 0, 0, -1),$$

$$\varepsilon_{J/\psi\nu}^\dagger(\pm) = \frac{1}{\sqrt{2}}(0; \pm 1, i, 0), \quad q_1^\alpha = \left(\frac{m_X^2 + m_{J/\psi}^2}{2m_X}; 0, 0, |\vec{q}_2| \right),$$

$$\varepsilon_{J/\psi\nu}^\dagger(0) = \frac{1}{m_{J/\psi}} \left(|\vec{q}_2|; 0, 0, -\frac{m_X^2 + m_{J/\psi}^2}{2m_X} \right), \quad (\text{A.3})$$

$$\varepsilon_{J/\psi\rho}^\dagger(\pm) = \frac{1}{\sqrt{2}} (0; \mp 1, -i, 0), \quad q_2^\alpha = |\vec{q}_2| (1; 0, 0, -1).$$

Удобное ковариантное представление для проекторов на спиральные амплитуды имеет вид

$$\mathbb{P}_i^{\mu\rho\nu} = h_i^{\mu'\rho\nu'} S_X^{(1)\mu}{}_{\mu'}(p) (-g^{\rho\rho'}) S_{J/\psi\nu'}^{(1)}(q_1), \quad (\text{A.4})$$

где

$$h_L^{\mu\rho\nu} = \frac{i}{2} \frac{m_{J/\psi}}{(q_1 \cdot q_2)^2} \varepsilon^{\mu\rho q_1 q_2} q_2^\nu, \quad h_T^{\mu\rho\nu} = -\frac{i}{2} \frac{m_X}{(q_1 \cdot q_2)^2} q_2^\mu \varepsilon^{\rho\nu q_1 q_2}, \quad (\text{A.5})$$

и где пропагаторы массивных векторных полей ($V = X, J/\psi$) выбираются в виде:

$$S_V^{(1)\alpha}{}_{\alpha'}(p_V) = -g^{\alpha\alpha'} + \frac{p_V^\alpha p_{V\alpha'}}{m_V^2}. \quad (\text{A.6})$$

Пропагаторы массивных векторных полей в уравнении (A.4) выполняют роль проекторов на соответствующие трехмерные подпространства в системе покоя векторной частицы. Для фотонов числитель пропагатора имеет вид $-g^{\rho\rho'}$. Проектирующие операторы ортонормированны в смысле, что $\mathbb{P}_i^{\mu\rho\nu} \mathbb{P}_{j\mu\rho\nu}^\dagger = -\frac{1}{2} \delta_{ij}$.

Угловое распределение в распаде $X(3872) \rightarrow \gamma + J/\psi (\rightarrow l^+ l^-)$ определяется как

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma}{d\cos\vartheta} &= BR(J/\psi \rightarrow l^+ l^-) \frac{1}{4\pi} \frac{1}{2S_X + 1} \frac{|\vec{q}_2|}{m_X^2} \times \\ &\times \left(\frac{3}{4} \sin^2 \vartheta |H_L|^2 + \frac{3}{8} (1 + \cos^2 \vartheta) |H_T|^2 \right), \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

где ϑ полярный угол между направлением лептонов l^\pm и первоначальным направлением вылета J/ψ . При этом работаем в системе покоя J/ψ -мезона.

Вместо спиральных амплитуд можно использовать мультипольные амплитуды A_{E1} и A_{M2} . Связь между ними даётся формулами [155]:

$$A_{E1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(H_L - H_T), \quad A_{M2} = \frac{1}{\sqrt{2}}(H_L + H_T). \quad (\text{A.8})$$

Соответствующие проекторы на мультипольные амплитуды записываются в виде:

$$\text{IP}_{E1}^{\mu\rho\nu} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\text{IP}_L^{\mu\rho\nu} - \text{IP}_T^{\mu\rho\nu}), \quad \text{IP}_{M2}^{\mu\rho\nu} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\text{IP}_L^{\mu\rho\nu} + \text{IP}_T^{\mu\rho\nu}) \quad (\text{A.9})$$

В таблице A1 даны проекции спиральных и мультипольных амплитуд, получившиеся из основных лоренцевских структур в уравнении (87). Видно, что эти лоренцевские структуры удовлетворяют условиям (91) и (92). Мультипольные амплитуды $A_{E1, M2}$, полученные из структур $K_{\mu\rho\nu}^{(i)}$ ($i = 2, 4, 5, 6$) имеют правильное низкоэнергетическое поведение $A_{E1} \sim |\vec{q}_2|$ и $A_{M2} \sim |\vec{q}_2|^2$. Лидирующий вклад по $|\vec{q}_2|$ в угловое распределение пропорционален $\|A_{E1}\|^2$, что даёт $W(\cos\vartheta) \propto (3 - \cos^2\vartheta)$. Следующая за лидирующим вкладом поправка $2\text{Re}(A_{E1}A_{M2}^*)$ подавлена одной степенью $|\vec{q}_2|$. Не лидирующий вклад в угловое распределение пропорционален $W(\cos\vartheta) \propto (3 - \cos^2\vartheta)$ (в тех же самых единицах).

Таблица А1 – Спиральные и мультипольные проекции основных тензоров $K_{\mu\rho\nu}^{(i)} : K_{\mu\rho\nu}^{(1)} = \varepsilon_{\mu\rho\nu q_1}$, $K_{\mu\rho\nu}^{(2)} = q_{1\mu} \varepsilon_{\rho\nu q_1 q_2}$, $K_{\mu\rho\nu}^{(3)} = q_{1\rho} \varepsilon_{\mu\nu q_1 q_2}$, $K_{\mu\rho\nu}^{(4)} = q_{2\nu} \varepsilon_{\mu\rho q_1 q_2}$, $K_{\mu\rho\nu}^{(5)} = \varepsilon_{\mu\rho\nu q_2}$, $K_{\mu\rho\nu}^{(6)} = K_{\mu\rho\nu}^{(3)} (q_1 q_2) K_{\mu\rho\nu}^{(1)}$. Тензоры $K_{\mu\rho\nu}^{(i)}$ ($i = 2, 4, 5, 6$) являются калибровочно инвариантными и удовлетворяют условию $q_2^\rho K_{\mu\rho\nu}^{(i)}$

i	$H_L^{(i)} = \text{IP}_L^{\mu\rho\nu} K_{\mu\rho\nu}^{(i)}$	$H_T^{(i)} = \text{IP}_T^{\mu\rho\nu} K_{\mu\rho\nu}^{(i)}$	$A_{E1}^{(i)} = \text{IP}_{E1}^{\mu\rho\nu} K_{\mu\rho\nu}^{(i)}$	$A_{M2}^{(i)} = \text{IP}_{M2}^{\mu\rho\nu} K_{\mu\rho\nu}^{(i)}$
1	$im_{J/\psi}$	$-i \frac{m_X^2 + m_{J/\psi}^2}{2m_X}$	$\frac{i}{\sqrt{2}} \frac{(m_X + m_{J/\psi})^2}{2m_X}$	$-\frac{i}{\sqrt{2}} \frac{2m_X}{(m_X + m_{J/\psi})^2} \vec{q}_2 ^2$
2	0	$im_X \vec{q}_2 ^2$	$-\frac{i}{\sqrt{2}} m_X \vec{q}_2 ^2$	$\frac{i}{\sqrt{2}} m_X \vec{q}_2 ^2$
3	0	0	0	0
4	$i \frac{m_X^2}{m_{J/\psi}} \vec{q}_2 ^2$	0	$\frac{i}{\sqrt{2}} \frac{m_X^2}{m_{J/\psi}} \vec{q}_2 ^2$	$\frac{i}{\sqrt{2}} \frac{m_X^2}{m_{J/\psi}} \vec{q}_2 ^2$
5	$i \frac{m_X}{m_{J/\psi}} \vec{q}_2 $	$-i \vec{q}_2 $	$\frac{i}{\sqrt{2}} \frac{m_X + m_{J/\psi}}{2m_{J/\psi}} \vec{q}_2 $	$\frac{i}{\sqrt{2}} \frac{2m_X}{m_{J/\psi} (m_X + m_{J/\psi})} \vec{q}_2 $
6	$im_X m_{J/\psi} \vec{q}_2 $	$-i \frac{m_X^2 + m_{J/\psi}^2}{2m_X} \vec{q}_2 $	$-\frac{i}{\sqrt{2}} \frac{(m_X + m_{J/\psi})^2}{2} \vec{q}_2 $	$\frac{i}{\sqrt{2}} \frac{2m_X^2}{(m_X + m_{J/\psi})^2} \vec{q}_2 ^3$