

Таспаганбетова Жанар Абдуловна

ОГРАНИЧЕННОСТЬ И КОМПАКТНОСТЬ МАТРИЧНЫХ ОПЕРАТОРОВ В ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

аннотация диссертации представленной на соискание ученой
степени доктора PhD по специальности 6D060100 - “Математика”

Актуальность исследования. Одной из основных задач в теории матриц является нахождение необходимых и достаточных условий на элементы матрицы, при которых матричный оператор действует непрерывно из одного нормированного пространства в другое, при этом очень важно найти значение нормы матричного оператора, в крайнем случае, найти верхние и нижние оценки. Однако в некоторых пространствах, имеющее важное теоретическое и практическое значения, вышеуказанные проблемы являются открытыми. Поэтому исследователи выделяют некоторый класс матричных операторов, и для операторов из этого класса исследуют вопросы ограниченности и компактности.

В работе М. Stieglitz, Н. Tietz приведена сводка результатов действия матричных операторов в l_1 пространствах последовательностей со значениями норм, однако указано, что нахождение критерия действия матричного оператора из l_p в l_q , $p > 1$, $q > 1$ и значение его нормы в общем случае остается открытым. Эти операторы, имея самостоятельное значение, являются дискретными аналогами интегральных операторов, играющее очень большую роль в функциональном анализе.

Теория матричных операторов не только имеет важное значение, но и различные разносторонние применения. Этой актуальной задаче посвящена предлагаемая диссертационная работа.

Объект исследования: дискретные неравенства типа Харди, весовые пространства последовательностей, матричные операторы, ограниченность, компактность, монотонные последовательности, суммируемые матрицы, суперпозиция операторов, аддитивные неравенства.

Цель работы. Основной целью диссертационной работы является получение критериев ограниченности, компактности и оценок норм матричных операторов в пространствах последовательностей.

Научная новизна. В диссертационной работе рассматривается треугольный бесконечномерный матричный оператор, где элементы матрицы удовлетворяют более слабому условию, чем были рассмотрены ранее. Вводятся расширяющие классы матричных операторов, изучаются их свойства, приводятся примеры. Доказывается, что эти классы операторов включают в себя широко известные классические операторы анализа, такие как оператор многократного суммирования, операторы Чезаро, Гельдера и другие. Для этих классов матричных операторов получены следующие новые результаты:

- в терминах элементов матрицы и весовых последовательностей необходимые и достаточные условия ограниченности, компактности матричных операторов в весовых Лебеговых пространствах последовательностей при различных соотношениях метрики;

- необходимые и достаточные условия выполнения неравенства типа Харди на конусе невозрастающих неотрицательных последовательностей при различных соотношениях метрики;

- критерий ограниченности и компактности суперпозиций матричных операторов в весовых пространствах последовательностей;

- необходимые и достаточные условия выполнения трехвесового неравенства типа Харди в весовых пространствах последовательностей;

- двусторонняя оценка для суммируемых матриц в весовых пространствах последовательностей и на конусе монотонных последовательностей.

Общая методика исследования. Используется метод разбиения на “пачки” последовательности значений матричного оператора в каждой точке, позволяющий удобно оценить суммы по пачкам, благодаря которому достигаются основные результаты данной диссертационной работы. В ходе оценки используются различные классические неравенства, а также весовые неравенства Харди.

Теоретическая и практическая значимость. Работа носит теоретический характер. Ее результаты могут быть применены в теории функций, в теории вложения дискретных весовых пространств типа Соболева и в теории разностных операторов.

Публикации. Результаты диссертации опубликованы в 20 работах, из них 2 статьи в журналах с импакт фактором, 3 статьи в изданиях,

рекомендованных Комитетом по контролю в сфере образования и науки МОН РК, 3 статьи в зарубежных изданиях.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения и четырех разделов, заключения и списка использованных источников, включающего 119 наименований. Диссертация состоит из 136 страниц.