Abstract

M. D. Shinibayev[1], A. A. Bekov[1], S. S. Daiyrbekov[2], K. A. Ulukbayev[2], K. S. Astemesova[3], D. I. Usipbekoba[3]

([1]The Institute of space research named after U. M. Sultangazyn, JSC «NCKIT», Almaty, Kazakhstan.
[2]Syrdarya university, Zhetysai, Kazakhstan.
[3]Kazakh national technical university named after K. I. Satpayev Almaty, Kazakhstan)

ORBITAL MOVEMENTS OF THE TRIAL BODY IN THE CASE OF SMALL INCLINATION OF THE ORBIT TO THE DATUM PLANE

Keywords: dynamics, the orbits, the force field, the force function, the orbital parameters.

There is defined new space intermediate orbit which allows to simulate a task about movement artificial satellite in a gravitational field of the central and external body. There is considered the case of a small inclination of an orbit.

The intermediate orbit falls into to the category of the far. It is noncentral and allows to develop rather simple analytical theory of movement artificial satellite which is suitable for establishing the initial conditions and orbit parameters with preliminarly chosen properties.

The creation of such theory gives the chance to predict driving of far artificial satellites in a gravitational field of the central and external body, on the long-lived time frames as the solution of their differential equations does not contain members of:

$$At,\quad Bt\cos nt,\quad Cte^{nt},$$

types. A, B, C are permanent sizes , t is timeв, n – const.

The force function of the second Hill's task is the basis for the new intermediate orbit [1]

$$U=\frac{\mu}{r}+\frac{1}{2}\nu r^2+\frac{1}{2}(\nu'-\nu)z^2, \tag{1}$$

μ is gravitational parameter; ν, ν' are permanent parameters, which consider the movement of perigee and orbit junction.

In (1) the first item there is considered the gravitational field of the central body, the remained items consider the part of the gravitational field of the external body. Non centrality of the field of inclination is caused by presence of the last member in (1).

In the given article [2, 3] $z^2 \neq 0$, $z > 0$, $z = O(k^2)$ is suggested in contrast to other researches . Assuming this, (1) it is:

$$U=\frac{\mu}{\rho}+\frac{1}{2}\nu\rho^2+\frac{1}{2}(\nu'-\nu)z^2, \tag{2}$$

$\rho=\sqrt{x^2+y^2}$, ρ are polar radius of trial body mass, z is z-axis of the same point.

УДК 531.1+629.19

М. Д. ШИНИБАЕВ[1], А. А. БЕКОВ[1], С. С. ДАЙЫРБЕКОВ[2], Е. КЫТАЙБЕКОВ[2], К. С. АСТЕМЕСОВА[3], Д. И. УСИПБЕКОВА[3]

([1]Институт космических исследований им. акад. У. М. Султангазина, АО «НЦКИТ», Алматы, Казахстан,
[2]Университет Сыр-Дария, Джетысай, Казахстан,
[3]Казахстанский национальный технический университет им. К. И. Сатпаева, Алматы, Казахстан)

ОРБИТАЛЬНЫЕ ДВИЖЕНИЯ ПРОБНОГО ТЕЛА В СЛУЧАЕ МАЛОГО НАКЛОНА ОРБИТЫ К ОСНОВНОЙ ПЛОСКОСТИ

Аннотация. Определена новая пространственная промежуточная орбита, которая позволяет моделировать задачу о движении ИСЗ в поле тяготения центрального и внешнего тела. Рассматривается случай малого наклона орбиты пробного тела к основной плоскости.

Промежуточная орбита относится к разряду далеких. Она нецентральна и позволяет разработать достаточно простую аналитическую теорию движения ИСЗ, которая пригодна для установления начальных условий и параметров орбиты с заранее выбранными свойствами.

Создание такой теории дает возможность прогнозировать движение далеких ИСЗ в поле тяготения центрального и внешнего тела, на длительных временных интервалах, так как решения их дифференциальных уравнений не содержит членов вида:

$$At,\ \ Bt\cos nt,\ \ Cte^{nt},$$

где A, B, C – постоянные величины, t – время, n – const.

В основу новой промежуточной орбиты положена силовая функция второй задачи Хилла [1]

$$U=\frac{\mu}{r}+\frac{1}{2}\nu r^2+\frac{1}{2}(\nu'-\nu)z^2, \tag{1}$$

где μ – гравитационный параметр; ν, ν' – постоянные параметры, учитывающие движение перигея и узла орбиты.

В (1) первое слагаемое учитывает поле тяготения центрального тела, оставшиеся слагаемые учитывают часть поля тяготения внешнего тела. Нецентральность поля тяготения обусловлено наличием последнего члена в (1).

В данной статье, в отличие от других исследований [2, 3], полагается $z^2 \neq 0$, $z > 0$, $z = O(k^2)$. С этим допущением (1) примет вид:

$$U=\frac{\mu}{\rho}+\frac{1}{2}\nu\rho^2+\frac{1}{2}(\nu'-\nu)z^2, \tag{2}$$

где $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$, ρ – полярный радиус центра масс пробного тела, z – аппликата той же точки.

Ключевые слова: динамика, орбиты, силовое поле, силовая функция, параметры орбиты.
Тірек сөздер: динамика, орбиталар, тартылыс өрісі, күш функциясы, орбиталық параметрлер.
Keywords: dynamics, the orbits, the force field, the force function, the orbital parameters.

Пусть пробное тело совершает орбитальное движение в поле тяготения центрального и внешнего тела, тогда дифференциальные уравнения в цилиндрической системе координат в соответствии с (2) имеют вид:

$$\left.\frac{d^2\rho}{dt^2}-\rho\left(\frac{d\upsilon}{dt}\right)^2=\frac{\partial U}{\partial\rho},\ \ \frac{d}{dt}\left(\rho^2\frac{d\upsilon}{dt}\right)^2=\frac{\partial U}{\partial\upsilon},\ \ \frac{d^2z}{dt^2}=\frac{\partial U}{\partial z},\right\} \tag{3}$$

где U – силовая функция, ρ – проекция радиуса-вектора $\bar{r}$ на плоскость Oxy, υ – полярный угол (долгота), z – аппликата пробного тела.

Используя (2), перепишем (3):

$$\left.\frac{d^2\rho}{dt^2}-\rho\left(\frac{d\upsilon}{dt}\right)^2=-\frac{\mu}{\rho^2}+\nu\rho,\ \ \rho^2\frac{d\upsilon}{dt}=C,\ \ \frac{d^2z}{dt^2}+\mu\frac{z}{\rho^3}=\nu' z,\right\} \tag{4}$$

где C – постоянная интеграла площадей.

Дифференциальные уравнения (4) допускают интеграл энергии

$$\left(\frac{dV}{dt}\right)^2=2\left(\frac{\mu}{\rho}+\frac{\nu}{2}\rho^2+\frac{1}{2}(\nu'-\nu)z^2+h\right), \tag{5}$$

Этот интеграл в плоскости Oxy имеет вид

$$\dot{\rho}^2+\frac{C^2}{\rho^2}=\frac{2\mu}{\rho}+\nu\rho^2+2h \tag{6}$$

или в случае эллиптического типа движения $h < 0$, поэтому (6) можно переписать в следующем виде

$$dt=\frac{\rho d\rho}{\sqrt{\nu\rho^4-2h\rho^2+2\mu\rho-C^2}}, \tag{7}$$

где $G_4(\rho)=\sqrt{\nu\rho^4-2h\rho^2+2\mu\rho-C^2}$ – полином четвертой степени, который для действительных движений $G_4(\rho)>0$.

В соответствии с теоремой Декарта [4] полином имеет три положительных и один отрицательный корень

$$\alpha_1>\alpha_2>\alpha_3>\alpha_4,$$

где α_4 – отрицательный корень.

$G_4(\rho)>0$ на двух интервалах [4]:

I) $\alpha_1\le\rho$, $\rho\le\alpha_4$, II) $\alpha_3\le\rho\le\alpha_2$.

Рассмотрим движение на первом интервале. Преобразуем (7) к нормальной форме Лежандра [5]

$$dt=\mu_*\frac{\rho d\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}},\quad \mu_*=\frac{2}{(\alpha_{31}\alpha_{42})^{1/2}},\tag{8}$$

$$\rho=\frac{\alpha_1\alpha_{42}-\alpha_2\alpha_{41}\sin^2\varphi}{\alpha_{42}-\alpha_{41}\sin^2\varphi},\quad 0<k^2<1,\tag{9}$$

при $\rho=\alpha_1$, $\varphi=0$; при $\rho=\alpha_4$, $\varphi=\frac{\pi}{2}$,

$$k^2=\frac{\alpha_{41}\alpha_{32}}{\alpha_{31}\alpha_{42}},\quad \alpha_{ik}=\alpha_k-\alpha_i,\quad (i,k=1,2,3,4).\tag{10}$$

Выделяя в (9) модуль эллиптического интеграла k^2, находим выражение для ρ с точностью $O(k^5)$:

$$\rho=(\rho_{00}+k^2\rho_{02}+k^4\rho_{04})\varphi+(k^2\rho_{12}+k^4\rho_{14})\cos 2\varphi+k^4\rho_{24}\cos 4\varphi,\tag{11}$$

где

$$\rho_{00}=\alpha_1,\ \rho_{02}=\frac{\alpha_{21}\alpha_{31}}{2\alpha_{32}},\ \rho_{04}=\frac{3\alpha_{21}\alpha_{31}^2}{8\alpha_{32}^2},\ \rho_{12}=-\rho_{02},\ \rho_{14}=\frac{4}{3}\rho_{04},\ \rho_{24}=\frac{1}{3}\rho_{04}.$$

Подставив (11) в (8), интегрируя от нуля до верхних переменных пределов, имеем уравнение времени

$$t=(t_{00}+k^2t_{02}+k^4t_{04})\varphi+(k^2t_{12}+k^4t_{14})\sin 2\varphi+k^4t_{24}\sin 4\varphi,\tag{12}$$

где φ – промежуточная переменная, t – время.

Пользуясь интегралом площадей (4) и (11), найдем

$$\upsilon=(\upsilon_{00}+k^2\upsilon_{02}+k^4\upsilon_{04})\varphi+(k^2\upsilon_{12}+k^4\upsilon_{14})\sin 2\varphi+k^4\upsilon_{24}\sin 4\varphi,\tag{13}$$

где

$$\upsilon_{00}=\frac{C}{\rho_{00}^2}t_{00},\ \upsilon_{02}=\frac{C}{\rho_{00}^2}\left(t_{02}-2t_{00}\frac{\rho_{02}}{\rho_{00}}\right),$$

$$\upsilon_{04}=\frac{C}{\rho_{00}^3}\left[\rho_{00}t_{04}-2\rho_{12}t_{12}-2t_{02}\rho_{02}-2t_{00}\rho_{04}+\frac{3}{\rho_{00}}\left(\rho_{02}^2+\frac{1}{2}\rho_{01}^2\right)t_{00}\right],$$

$$\upsilon_{12}=\frac{C}{\rho_{00}^3}(t_{12}\rho_{00}-\rho_{12}t_{00}),$$

$$\upsilon_{14}=\frac{C}{\rho_{00}^2}\left[t_{14}-\frac{1}{\rho_{00}}\left(\frac{3\rho_{02}\rho_{12}}{\rho_{00}}-2\rho_{02}t_{12}\right)-\frac{1}{\rho_{00}}(\rho_{14}t_{00}+\rho_{12}t_{02})\right],$$

$$\upsilon_{24} = \frac{C}{\rho_{00}^2}\left[t_{24} - \frac{1}{2\rho_{00}}(\rho_{12}t_{12} + \rho_{24}\,t_{00}) + \frac{3}{8\rho_{00}^2}\rho_{12}^2\,t_{00}\right],\ t_{00} = \mu_*\rho_{00},$$

$$t_{02} = \mu_*\left(\rho_{02} + \frac{1}{2}\rho_{00}\right),\ t_{04} = \mu_*\frac{1}{2}\left(\rho_{02} + \frac{9}{32}\rho_{00}\right),\ t_{12} = \mu_*\frac{1}{2}\left(\rho_{12} - \frac{1}{2}\rho_{00}\right),$$

$$t_{14} = \mu_*\frac{1}{2}\left(\rho_{14} + \frac{1}{2}\rho_{12} - \frac{3}{16}\rho_{00} - \frac{1}{2}\rho_{02}\right),\ t_{24} = \mu_*\frac{1}{4}\left(\rho_{24} + \frac{3}{64}\rho_{00}\right).$$

Принимая во внимание (12) и $v' = \frac{-D}{\rho^3}$, $D - const$, $D < 0$, перепишем последнее дифференциальное уравнение из (4) в следующем виде:

$$\frac{d^2z}{d\varphi^2} + \{(q_{00} + k^2q_{02}) + k^2q_{12}\cos 2\varphi\}z = 0, \tag{14}$$

где

$$q_{00} = \frac{\mu + D}{C^2}\rho_{00}\upsilon_{00}^2,\ q_{02} = \frac{\mu + D}{C^2}\upsilon_{00}(2\upsilon_{02}\rho_{00} + \rho_{02}\upsilon_{00}),$$

$$q_{12} = \frac{\mu + D}{C^2}\upsilon_{00}(4\rho_{00}\upsilon_{12} + \rho_{12}\upsilon_{00}).$$

Пусть наклон орбиты к основной плоскости мал, но $z^2 \geq 0$, $z > 0$, тогда решение дифференциального уравнения (14) в соответствии [5] имеет вид:

$$z = z_{00}\cos(C\varphi + \varepsilon) + k^2z_{12}\cos[(C+2)\varphi + \varepsilon] + k^2z_{22}\cos[(C-2)\varphi + \varepsilon], \tag{15}$$

где

$$C = \left\{1 + [(q_0 - 1)^2 - q_1]^{1/2}\right\}^{1/2},\ q_0 = q_{00} + k^2q_{02},\ q_1 = \frac{1}{2}k^2q_{12},$$

$$z_{00} = A,\ z_{12} = z_{00}\frac{q_{12}}{4\left(2 + \sqrt{q_{00}}\right)},\ z_{22} = \frac{z_{00}q_{12}}{4\left(2 - \sqrt{q_{00}}\right)},\ z_{00} = O(k^2),$$

z_{00} и ε – постоянные интегрирования.

Таким образом, на первом интервале движения пробного тела в поле тяготения центрального и внешнего тела мы получили явные зависимости цилиндрических координат пробного тела, как функции времени выражениями (11), (13), (15) посредством (12). Закон движения пробного тела на втором интервале можно получить аналогично, используя разработанную выше методику.

ЛИТЕРАТУРА

1 Hill G.W. On intermediary orbits the Lunar theorie // Astronomical journal. – 1897. – 8.

2 Шинибаев М.Д. Поступательное движение пассивно гравитирующего тела в центральном и нецентральном поле тяготения. – Алматы, 2001. – 128 с.

3 Шинибаев М.Д., Есенов Е.К. Орбитальные движения близкого ИСЗ в нестационарном поле тяготения Земли. – Алматы, 2009. – 90 с.

4 Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1973. – 831 с.

5 Чеботарев Г.А. Аналитические и численные методы небесной механики. – М.-Л.: Наука, 1965. – 367 с.

REFERENCES

1 Hill G.W. On intermediary orbits the Lunar theorie. Astronomical journal. 1897. 8. (in Russ.).

2 Shinibaev M.D. Postupatelnoe dvigenie passivno gravitirueshego tela v centralnom i necentralnom pole tyagoteniya. Almaty, 2001. 128 p. (in Russ.).

3 Shinibaev M.D., Esenov E.K. Orbitalnye dvigenya blizkich ISZ v nestazionarnom pole tyagoteniya Zemli. Almaty, 2009. 90 p. (in Russ.).

4 Korn G., Korn T. Spravochnic po matematice dlya nauchnih rabotnikov I ingenerov. M.: Nauka, 1973. 831 p. (in Russ.).

5 Chebotarev G.A. Analiticheskiy I chislenniy metodiy nebesnoy mecaniki. M.-L.: Nauka, 1965. 367 p. (in Russ.).

Резюме

М. Д. Шыныбаев[1], А. А. Беков[1], С. С. Дайырбеков[2], Е. Қытайбеков[2], К. С. Астемесова[3], Д. И. Өсіпбекова[3]

([1]Академик Ө. М.Сұлтанғазин атындағы Ғарыштық зерттеулер институты, АҚ «ҰҒЗТО», Алматы, Қазақстан,
[2]Сыр-Дария университеті, Жетісай, Қазақстан,
[3]Қ. И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық университеті, Алматы, Қазақстан)

СЫН ДЕНЕСІНІҢ НЕГІЗГІ ЖАЗЫҚТЫҚҚА АЗ МӘНДІ КӨЛБЕУ ЖАҒДАЙЫНДАҒЫ ОРБИТАЛЫҚ ҚОЗҒАЛЫСТАРЫ

Орталық және сыртқы денелердің өрісінде орбиталық қозғалыстағы сын дененің қасиеттерін сипаттаушы жаңа орталық орбитаның математикалық моделі құрылды.

Негізгі жазықтыққа аз мәнді көлбеу жағдайындағы орбиталық қозғалыстар цилиндрлік координаттық жүйеде қарастырылды. Орталық орбита негізінде алыс орбиталарды сипаттайды. Орбита сын денесінің массалық центрінен өтпейтін гравитациялық күштерді есепке алатын болғандықтан, ал қалауымызша қарапайым аналитикалық теория аясында ЖЖС бастапқы қозғалу шарттарын және алдын ала дайындалған қасиеттерге сай параметрлерді орнатуға көмек береді. Мұндай теория орталық және сыртқы денелер өрісінде көлбеу орбиталық ЖЖС-тердің қозғалысы болжауға мүмкіндік береді. Болжау көпмерзімді уақыт интервалдарында жарамды болады, өйткені бұл жағдайға сай жазылған дифференциалдық теңдеулер шешімдері аралас және секулярлық мүшелерсіз

$$At,\ \ Bt\cos nt,\ \ Cte^{nt}$$

жазылады, мұнда A, B, C, n – const, t – уақыт.

Жаңа соғылған орталық орбита негізіне Хилдың екінші есебіндегі күш функциясы қойылған [1]

$$U = \frac{\mu}{r} + \frac{1}{2}\nu r^2 + \frac{1}{2}(\nu' - \nu)z^2, \qquad (1)$$

мұнда μ – гравитациялық параметр; ν мен ν' – орбита түйінімен перигейді есепке алушы тұрақтылар.

(1)-ші өрнектегі бірінші мүше орталық дененің, ал қалған мүшелер сыртқы дененің әсерін есепке алады.

Бұл мақалада басқа зерттеулерге [2,3] қарағандағы айырмашылығы $z^2 \neq 0$, $z > 0$, $z = O(k^2)$ және (1) былай түрленеді:

$$U = \frac{\mu}{\rho} + \frac{1}{2}\nu\rho^2 + \frac{1}{2}(\nu' - \nu)z^2, \qquad (2)$$

мұнда $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, ρ, z – полярлық радиус, аппликата.

Тірек сөздер: динамика, орбиталар, тартылыс өрісі, күш функциясы, орбиталық параметрлер.

Поступила 04.07.2014 г.

Abstract

A. M. Baitureyev

(M. Kh. Dulaty Taraz state University, Taraz, Kazakhstan)

MATHEMATICAL MODELING AND GETTING CRITERIAL EQUATIONS OF DRYING PROCESS AND LOOSE GRANULAR MATERIALS IN THE DRYING DRUM WITH MIXED MODE OF THERMAL TREATMENT

Keywords: drying drum, grade, thermal treatment, mixed mode.

Criterial equation, which will allow to calculate the constructive parameters of the dry unit, capacity and rational technological parameters of the drying process as a result of mathematical processing of experimental studies of bulk and granular materials drying process in drying drum with mixed mode of thermal treatment is obtained, the equation describing the process of drying within the mixed mode of thermoprocessing, i.e. direct and counter flow movement both of the drying agent and material.