

**ТАЯЗ ОРНАЛАСҚАН ТОННЕЛЬДІҢ ҚОСҚАБАТ ҚАПТАМАСЫНЫң КОНТАКТ ШАРТТАРЫ  
МЕН ПАРАМЕТРЛЕРИНЕН КӨЛІК ЖҮКТЕМЕСІНІҢ ҚАУІПТІ ЖЫЛДАМДЫҒЫНА ӘРЕКЕТІ**

**В. Н. Украинец<sup>1</sup>, Ж. О. Отарбаев<sup>2</sup>, С. Р. Гирнис<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік университеті, Қазақстан,

<sup>2</sup>К. И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық университеті, Алматы, Қазақстан

**Тірек сөздер:** тоннель, қабатты қабықша, көлік жүктемесі, жүктеме қозғалысының қауіпті жылдамдығы.

**Аннотация.** Серпімді жартылай кеңістіктері екі қабатты қабықшага жүгірмелі жүктеме әрекеті туралы есептің шешімі негізінде көлік жүктемелері әсер еткенде таяз орналасқан тоннельдің қосқабат қаптамасының геометриялық пен физика-механикалық параметрлерінен және оның контакт шарттарынан көлік жүктемесінің (ішкітоннельдің жылжымалы көлігінің жүктемесі) қауіпті жылдамдығына әсері зерттеленді.

Көлік жүктемесі әрекетінен тоннель динамикасының математикалық моделін құру кезінде коршаған массивпен қабықшаның сыртқы қалын қабатының қозғалысын сипаттау үшін жүктемеге байланған жылжымалы координаталар жүйесіндегі серпімді теориясының динамикалық тендеулер қолданылды. Берілген массив және қабат нүктелердің жылжу векторлары Ламе потенциалдар арқылы көрсетілген. Қабықшаның ішкі жұқа қабаттың тербелісі қолданылған жылжымалы координаталар жүйесінде жұқа қабықшаның класикалық теориясының жуықталған тендеулермен анықталған. Бұл авторлармен шығарылған есеп шешімін жүктеме қозғалысының жылдамдығы дыбысқа дейін жағдайда (коршаған массивпен қабықшаның сыртқы қалын қабатында жылжу толқының жылдамдығы жүктеме қозғалысының жылдамдығынан кем болғанда) едәүір женілдетеді.

Сандық эксперименттер мен шығарылған есептің шешімін пайдалағанда мақалада тоннель қаптамасының қабаттары және жыныс массивпен қаптаманың түйіндесу шарттарынан (қатты және сырғырмалы контакттар) көлік жүктеменің қауіпті жылдамдығына әрекеті зерттелінді. Есеп нәтижелері кестелер мен графиктер түрінде толық талданған. Қаптаманың сыртқы қабаттың қаттылығы өскенде көлік жүктеменің қауіпті жылдамдығы үлкесіді деп анықталған.

Поступила 22.05.2015 г.

**BULLETIN OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES  
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN**

ISSN 1991-3494

Volume 4, Number 356 (2015), 130 – 134

**«INVERSION» AS A METHOD OF EXCLUSION  
OF «SMALL DENOMINATORS» IN THE HILL’S SECOND PROBLEM**

**M. D. Shinibaev<sup>1</sup>, A. A. Bekov<sup>1</sup>, S. A. Zholdasov<sup>2</sup>, O. Kashikbaev<sup>2</sup>,  
B. N. Rakhimzhanov<sup>3</sup>, E. A. Akinbekov<sup>4</sup>,**

<sup>1</sup> JSC «National Center of Space Researches and Technologies», Almaty, Kazakhstan,

<sup>2</sup>Syr-Dariya University, Zhetisay, Kazakhstan,

<sup>3</sup> Kokshetausky State University after Sh. Ualikhanov, Kokshetau, Kazakhstan,

<sup>4</sup> South-Kazakhstan State University after M. Auezov, Shymkent, Kazakhstan.

E-mail: shinibaev\_maxsut@mail.ru

**Keywords:** resonance, orbits, small denominator, the gravitational field, the force function, Earth satellite, polar coordinates.

**Abstract.** For disclosure of the essence of the problem we give some details of the geometry, astronomy, and the theory of the intermediate orbits. In geometry, introduces the concept of inversion [1]. This transformation which takes each  $A$  point in the plane of the point  $A'$ , lying on the moon  $OA$  that  $OA' \cdot OA = k$ , where  $k - \text{const}$  degree of

inversion,  $O$  – inversion center. In astronomy [2], the notion of small denominators is the denominator of the form  $m\omega_1 + n\omega_2 \approx 0$  where  $m, n$  – integers,  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – rate movements. «Small denominators» lead to resonant motion of the satellite and other celestial bodies.

In theory [3], the notion of intermediate orbits «intermediate orbit» that solves the basic problem in the motion of the satellite.

In the article, shallow  $\rho = OA$ ,  $w = OA'$ ,  $k = \frac{C^2}{\mu}$  where  $\rho$  – pole resonant radius of the satellite,  $w$  – the dimensionless variable of Hill,  $C$  – permanent of the integral areas,  $\mu$  – gravitational parameter, found a new method of eliminating the «small denominators» in the second Hill's problem.

The developed method is relevant in the theory of motion of satellites of resonance as a method:

- it allows to exclude «small denominators»;
- it makes it possible to build a universal variables that are valid in the resonant and non-resonant motion of the satellite.

УДК 531.1+629.195

## «ИНВЕРСИЯ» КАК МЕТОД ИСКЛЮЧЕНИЯ «МАЛЫХ ЗНАМЕНАТЕЛЕЙ» ВО ВТОРОЙ ЗАДАЧЕ ХИЛЛА

М. Д. Шинибаев<sup>1</sup>, А. А. Беков<sup>1</sup>, С. А. Жолдасов<sup>2</sup>, О. Кашикбаев<sup>2</sup>,  
Б. Н. Рахимжанов<sup>3</sup>, Е. А. Акинбеков<sup>4</sup>

<sup>1</sup>АО «НЦКИТ», Алматы, Казахстан;

<sup>2</sup>Университет Сыр-Дария, Жетысай, Казахстан;

<sup>3</sup>Кокшетауский государственный университет им. Ш. Уалиханова, Кокшетау, Казахстан;

<sup>4</sup>Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауезова, Шымкент, Казахстан

**Ключевые слова:** резонанс, орбита, малый знаменатель, поле тяготения, силовая функция, спутник Земли, полярные координаты.

**Аннотация.** Для раскрытия сути задачи приведем некоторые сведения из геометрии, астрономии и теории промежуточных орбит.

В геометрии вводится понятие инверсии [1]. Это преобразование, переводящее каждую точку  $A$  плоскости в точку  $A'$ , лежащую на луче  $OA$ , что  $OA' \cdot OA = k$ , где  $k$  – const – степень инверсии,  $O$  – центр инверсии.

В астрономии [2] введено понятие «малых знаменателей». Это знаменатель вида  $m\omega_1 + n\omega_2 \approx 0$ , где  $m, n$  – целые числа,  $\omega_1, \omega_2$  – частоты движений. Малые знаменатели приводят к резонансным движениям ИСЗ и другие небесные тела.

В теории промежуточных орбит [3] введено понятие «промежуточной орбиты», которая решает основную задачу в движении ИСЗ.

В статье, полагая  $\rho = OA$ ,  $w = OA'$ ,  $k = \frac{C^2}{\mu}$ , где  $\rho$  – полярный радиус резонансного ИСЗ,  $w$  –

безразмерная переменная Хилла,  $C$  – постоянная интеграла площадей,  $\mu$  – гравитационный параметр, найден новый метод исключения «малых знаменателей» во второй задаче Хилла.

Разработанный метод актуален в теории движения резонансных ИСЗ, так как метод:

- позволяет исключить «малые знаменатели»;
- дает возможность построить универсальные переменные, которые справедливы как в резонансных, так и в нерезонансных областях движений ИСЗ.

Пусть резонансный спутник Земли совершает неуправляемое движение в поле тяготения Земли и Луны, тогда силовая функция Хилла запишется в виде

$$U = \frac{M}{r} + \frac{1}{2}vr^2 + \frac{1}{2}(v' - v)z^2, \quad (1)$$

где  $v$  и  $v'$  – постоянные параметры, которые подбираются так, чтобы обеспечивались движения узла и перигея орбиты ИСЗ;  $\mu$  – гравитационный параметр;  $x, y, z$  – геоцентрические координаты ИСЗ.

Дифференциальные уравнения движения ИСЗ с учетом (1) в геоцентрических координатах  $Oxyz$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\mu x}{r^3} &= vx, & \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{\mu y}{r^3} &= vy, & \frac{d^2z}{dt^2} + \frac{\mu z}{r^3} &= v'z \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

допускают интеграл площадей

$$x \frac{dy}{dt} - y \frac{dx}{dt} = C \quad (3)$$

и интеграл энергии

$$V^2 = 2(U + h), \quad V^2 = \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 \quad (4)$$

где  $C$  – постоянная интеграла площадей;  $h$  – постоянная интеграла энергии.

Перейдем от дифференциальных уравнений (2) к безразмерным переменным Хилла, посредством следующих обозначений:

$$\alpha = \frac{vC^6}{\mu^4} - \text{const}, \quad \beta = \frac{(v' - v)C^6}{\mu^4} - \text{const}, \quad (5)$$

$$\rho^2 = x^2 + y^2, \quad s = \frac{z}{\rho}, \quad w \cdot \rho = \frac{C^2}{\mu}, \quad (6)$$

тогда будем иметь

$$\frac{d^2w}{d\psi^2} + \left( 1 + \frac{\alpha}{w^4} \right) w - \frac{1}{(1+s^2)^{3/2}} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{d^2s}{d\psi^2} + \left( 1 + \frac{\beta}{w^4} \right) s = 0, \quad s \text{ – тангенс широты}, \quad (8)$$

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\mu^2}{C^3} w^2, \quad \psi \text{ – полярный угол}, \quad (9)$$

где  $w = \frac{C^2}{\mu} \cdot \frac{1}{\rho}$  – переменная Хилла, которая соответствует инверсионному соотношению

$$OA' \cdot OA = k, \quad OA' = w, \quad OA = \rho, \quad k = \frac{C^2}{\mu}, \quad \rho \text{ – полярный радиус.}$$

В случае резонанса  $\rho \rightarrow \infty$ , а  $w \rightarrow 0$ , причем в случае отсутствия резонанса  $w > 0, \rho > 0$ . Покажем, как исключается «малый знаменатель».

Пусть  $\rho = \frac{B}{b} f(\psi)$ ,  $B$  – const,  $b$  – «малый знаменатель»,  $f(\psi)$  – определяющая функция.

Подставим  $\rho$  в (6):

$$w = \frac{C^2}{\mu} \cdot \frac{1}{\rho} = \frac{C^2}{\mu} \cdot \frac{b}{B \cdot f(\psi)} = \frac{D \cdot b}{f(\psi)}, \quad D = \frac{C^2}{\mu B} - \text{const}, \quad b \geq 0. \quad (10)$$

Из (10) видно, что при  $b > 0, w > 0$  и при  $b \rightarrow 0, w \rightarrow 0$ , так как  $f(\psi)$  – ограниченная функция, то есть ИСЗ не совершает финальных движений.

Таким образом, переменная  $w$  не теряет смысла, как в резонансной области, так и в нерезонансной области, т.е. в этих переменных нет «малых знаменателей».

В заключении отметим, что преобразование инверсии:

- 1) позволяет исключить «малые знаменатели»;
- 2) дает возможность построения непрерывной функции, которая универсальна.

Рассмотрим теперь, что происходит с аппликатой ИСЗ.

В основной плоскости  $O\rho\nu$  аппликата равна нулю. Как только ИСЗ покидает основную плоскость, вступает в силу соотношение  $z = \rho(\nu) \cdot s(\nu)$ , причем  $s(\nu)$  – ограниченная функция.

В случае резонанса  $\rho \rightarrow \infty$  и  $z \rightarrow \infty$ ,  $\rho \neq 0$ ,  $z \neq 0$ . С другой стороны ИСЗ находится вне плоскости, тогда

$$s = \frac{\mu z}{C^2} \cdot w \quad (11)$$

при резонансе  $w \rightarrow 0$ ,  $s \rightarrow 0$ , в случае отсутствия резонанса  $w > 0$ ,  $s > 0$ ,  $z \neq 0$ , следовательно, тангенс широты  $s$  – непрерывная функция.

Введем обозначение:  $\xi = \frac{\mu z}{C^2}$ , где  $\xi$  – безразмерная ограниченная переменная, тогда

$$s = \xi \cdot w. \quad (12)$$

Переменные  $s$ ,  $\xi$ ,  $w$  не содержат «малые знаменатели», они безразмерны и универсальны, т.е. не теряют смысла как в резонансной, так и в нерезонансной областях движений ИСЗ.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Математическая энциклопедия /Гл. ред. И.М.Виноградов //Советская энциклопедия.– М., 1979.– Т.2.– С.543.
- [2] Пуанкаре А. О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями.– М.-Л.: Гостехиздат, 1947.
- [3] Щиголев Б.М. О промежуточной орбите Хилла в задаче трех тел //Труды ГАИШ.– 1960.– Т.28.– С.91-98.

## REFERENCES

- [1] Matematicheskay enziklopediy /Gl.red. I.M.Vinogradov //Sovetskaj enziklopediy.– M., 1979.– Str. 543. (in Russ)
- [2] Puankare A. O krivykh opredelyayemykh differentsiyal'nyimi uravneniyami.– M.-L.: Gostekhizdat, 1947 g. (in Russ)
- [3] Shigolev B.M. O promejutochnoi orbite Hilla v zadache treh tel //Trudy GAICH.– 1960.– T.28.– S.91-98. (in Russ)

## «ИНВЕРСИЯНЫ» ХИЛДІҚ ЕКІНШІ ЕСЕБІНДЕ «КІШІ БӨЛГІШТЕРДЫ» ЖОЮ ӘДІСІ РЕТИНДЕ ҚОЛДАНУ

**М. Д. Шыныбаев<sup>1</sup>, А. А. Беков<sup>1</sup>, С. А. Жолдасов<sup>2</sup>, О. Қашықбаев<sup>2</sup>,  
Б. Н. Рахимжанов<sup>3</sup>, Е. А. Ақынбеков<sup>4</sup>**

<sup>1</sup>«Үлттық Ғарыштық Зерттеулер мен Технологиялар Орталығы» АҚ, Алматы, Қазақстан;

<sup>2</sup>«Сыр-Дария университеті», Жетісай, Қазақстан;

<sup>3</sup>«Ш. Уалиханов атындағы Қекшетау мемлекеттік университеті», Қекшетау, Қазақстан;

<sup>4</sup>М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент, Қазақстан

**Тірек сөздер:** резонанс, орбита, кіші бөлгіш, тартылыс өрісі, күш функциясы, Жер серігі, полярлық координаттар.

**Аннотация.** Есептің мағынасын түсіну үшін біз геометриядан, астрономиядан және орталық орбиталар теориясынан қажет мәліметтерді көлтірейік.

Геометрияда [1] инверсиялық түрлендіру ұғымы берілген. Ол түрлендіруде жазықтықтағы  $A$  нүктесі  $A'$  нүктесіне өтеді, олар  $OA$  сүйлемесінде орналасады және  $OA' \cdot OA = k$ , мұнда  $k = \text{const}$  – инверсия дәрежесі,  $O$  – инверсия полюсі.

Астрономияда [2] «кіші бөлгіш» ұғымы берілген. Ол бөлгіш  $m\omega_1 + n\omega_2 \approx 0$ ,  $m, n$  – бүтін тұрақтылар,  $\omega_1, \omega_2$  – бұрыштық жылдамдықтар. «Кіші бөлгіштер» резонанстық қозғалысқа алып келеді.

Орталық орбиталар теориясында [3] осы орбиталар ұғымы беріледі. Ол ЖЖС-нің негізгі есебін шешеді. Макалада инверсия былай енгізілген:

$$\rho = OA, w = OA', k = \frac{C^2}{\mu}$$

мұнда  $\rho$  – резонанстық ЖЖС полярлық радиусы,  $w$  – Хилл айнымалысы,  $C$  – аудан интегралының тұрактысы,  $\mu$  – гравитация параметрі.

Макалада инверсияны қолданып Хилдың екінші есебінде «кіші бөлгіштерден» құтылу әдісі орнатылған. Бұл әдіс өзекті, өйткені:

- «кіші бөлгіштер» жойылады;
- универсал айнымалыларды құруға мүмкіншілік береді.

Поступила 22.05.2015 г.

**BULLETIN OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES  
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN**

ISSN 1991-3494

Volume 4, Number 356 (2015), 134 – 137

**ASSEMBLY OF PEOPLE OF KAZAKHSTAN –  
THE COUNTRY'S UNITY SUPPORT**

**T. A. Apendiyev**

Leading specialist of the NAS RK, Institute of history named after Ch.Ch. Valikhanov, KazNU.  
E-mail: timur.apendiev@mail.ru

**Keywords:** assembly, nation, the Germans, Motherland, national culture, Germany, political stability, religion, political economy.

**Abstract.** On the occasion of the 20th anniversary of the Assembly of People of Kazakhstan there were established by representatives of various nationalities and ethnic groups living in the country, the centers of language and culture in their compliance with all the conditions of their national and cultural values. These centers have become the basis for the Assembly of People of Kazakhstan. The peace and inter-ethnic harmony in the country, political stability, religious unity are evidence of this. Political and economic development of the country in the process of public relations requires the consideration of many issues that affect the centers in different ways, consisting of representatives of various ethnic groups in the current situation of the market economy of Kazakhstan society, the country is closely linked to the preservation of the integrity. As a result, it gives the country's economic development and improvement of social status, a number of political, spiritual and cultural achievements of one of the multinational states in the world. Currently, in our country of origin, language, religion and culture are different, but share the fate of the historical representatives of 127 nationalities and ethnic groups. This article deals with the migration of the German culture and ethnic group - one of the many ethnic groups living in Kazakhstan, starting with the pre-revolutionary era (1917) until today.

ӘОЖ: 314.11(09) (574+430)

**ХАЛЫҚТАР АССАМБЛЕЯСЫ – ЕЛ БІРЛІГІНІҢ ТІРЕГІ**

**Т. Ә. Әпендиев**

Қазақстан Республикасы Үлттық ғылым академиясының жетекші маманы, ҚазҰУ, III. III. Уәлиханов атындағы Тарих және этнология институты, Алматы, Қазақстан

**Тірек сөздер:** ассамблея, ұлт, неміс, елді мекен, ұлттық-мәдениет, Германия, саяси тұрактылық, дін, саяси-экономика.

**Аннотация.** Макалада Қазақстан халқы Ассамблеясына 20 жыл толуына орай Қазақстанда революцияға (1917 ж.) дейінгі кезеңнен қазіргі таңға дейін өмір сүріп келе жатқан этностардың брі неміс этносының мәдениеті мен көші-қон мәселелері карастырылады.