

BULLETIN OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES  
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

ISSN 1991-3494

Volume 54, Number 357 (2015), 19 – 26

**TESTING THE RESULTS OF NUMERICAL SIMULATION  
OF PROBLEMS OF ELECTRICAL PROSPECTING  
WITH DIRECT CURRENT**

**B. G. Mukanova<sup>1</sup>, T. Mirgalikyzy<sup>1</sup>, I. N. Modin<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>L. N. Gumilyov Eurasian National University, Faculty of Information Technologies, Astana, Kazakhstan,

<sup>2</sup>Lomonosov Moscow State University, Faculty of Geology, Moscow, Russia.

E-mail: m\_t85@mail.ru

**Key words:** direct current electrical prospecting, testing of the numerical results, method of integral equations, layered medium, relief contact boundaries.

**Abstract.** Theory of direct current electrical prospecting's methods are mainly developed for media with a flat surface. But, in practice the difficult terrain surface often come up. This raises the task of studying the impact of different forms of ground surface relief on the results of geophysical researches. Nowadays the developed methods aimed at some degree to account for the effect of topography, did not led to the creation of a unified theory and methodology and have no the application of interpretation of direct current electrical prospecting data on the relief surface. In this paper, to solve the direct problem of electrical prospecting with direct current was chosen the method of integral equations, which has a simple physical meaning and well established for the two-dimensional simulation.

The numerical solution of the direct problem of electrical prospecting with direct current for layered medium with complex contact boundaries on the relief surface on the basis of the method of integral equations is analyzed. Curves of apparent resistivity for a two-layered medium with different specific electric resistance was constructed. Testing of the numerical results was conducted by two ways on the models of media with known solutions and by using the inversion program "IPI2win", which showed positive results.

УДК 004.054

**ТЕСТИРОВАНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННОГО  
МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ  
ПОСТОЯННЫМ ТОКОМ**

**Б. Г. Муканова<sup>1</sup>, Т. Миргаликызы<sup>1</sup>, И. Н. Модин<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Евразийский национальный университет им. Л. Н. Гумилева, Астана, Казахстан,

<sup>2</sup>Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

**Ключевые слова:** электроразведка постоянным током, тестирование численных результатов, метод интегральных уравнений, слоисто-залегающая среда, рельефные контактные границы.

**Аннотация.** В работе рассматривается численное решение прямой задачи электроразведки постоянным током для слоистой модели среды со сложными рельефными контактными границами на основе метода интегральных уравнений. Построены кривые кажущихся сопротивлений для двухслойных моделей сред с разными значениями удельных электрических сопротивлений слоев. Двумя способами проведено тестирование численных результатов на моделях сред с известными решениями и с помощью программы "IPI2win", которое показало положительные результаты.

**Введение.** Теория методов электроразведки постоянным током обычно разрабатывается для сред с плоской поверхностью. Однако, на практике часто встречаются среды со сложным рельефом дневной поверхности. В связи с этим возникает задача изучения влияния различных форм рельефа

на результаты геофизических исследований. Изучение влияния рельефа на данные методов постоянного тока рассматривались в работах [1-5].

По методам зондирования постоянным током на сегодняшний день разработаны несколько основных методов решения прямых задач: метод конечных разностей (Mufti, 1976; Day, Morrison, 1979; Loke, 1996), метод конечных элементов (Coggon, 1971), метод граничных элементов (Xu et al., 1998), метод интегральных уравнений (МИУ) (Альпин, 1947; Hohmann, 1975; Hvozdara, 1983; Orunkhanov M., Mukanova B., 2006) [6-15]. К основным работам в этом направлении можно отнести Inman et al., 1973; Ellis, Oldenburg, 1994; Lehmann, 1995; LaBrecque et al., 1996; Loke, Dahlin, 1997; Maurer et al., 1998; Lesur et al., 1999 [16-22].

В упомянутых выше работах [6-22] случаи рельефной формы дневной поверхности Земли не рассмотрены, либо не доведены до систематического численного моделирования. Имеющиеся в настоящее время методики поправок за рельеф имеют приближенный характер. Без специального математического моделирования, направленного на систематизацию искажений геоэлектрического разреза, вызванных влиянием рельефа при выполнении двумерной или трехмерной инверсии невозможно приблизиться к построению окончательных разрезов, адекватных истинным. В данном исследовании для расчета полей в слоисто-зализающих средах со сложной геометрией контактирующих границ с рельефной дневной поверхностью, мы применяем метод, хорошо зарекомендовавший себя при проведении моделирования в методе сопротивлений - метод интегральных уравнений [11-15].

**Математическая модель и система интегральных уравнений.** Рассмотрим математическую модель вертикального электрического зондирования над слоисто-зализающей средой со сложной геометрией контактирующих границ и с рельефной дневной поверхностью. Сделаем некоторые предположения относительно геометрии среды. Пусть среда с рельефной поверхностью  $\Gamma_0$  имеет кусочно-постоянное распределение удельной электрической проводимости  $\sigma(M)$ . Допустим, что среда может быть разбита на  $N$  областей с постоянным значением удельной электрической проводимости  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N$ . Пусть границы между областями образуют двумерные кусочно-гладкие поверхности, на которых почти всюду определена нормаль. Пусть  $\sigma_0$  есть удельная проводимость среды, на поверхность которой помещен питающий электрод, а  $\Gamma_0$  есть ее дневная поверхность. Будем считать, что питающий электрод не попадает ни на одну из границ между контактирующими средами. Пусть  $\Gamma_0, \Gamma_1, \dots, \Gamma_K$  – части поверхностей контактирующих сред с разными удельными проводимостями, в том числе поверхности сред, контактирующие с воздухом. Будем обозначать через  $\sigma_i^+, \sigma_i^-$  значения удельной проводимости с разных сторон поверхности  $\Gamma_i$  для сред, которые имеют общую внутреннюю границу  $\Gamma_i$ . Введем новые неизвестные функции  $q_1, q_2, \dots, q_K$ , заданные на этих частях границ и имеющие смысл поверхностных плотностей вторичных зарядов, распределенных на этих участках границ.

Будем искать потенциал поля в произвольной точке  $P$  в виде суммы потенциалов простого слоя, заданных на этих частях границ и потенциала точечного источника в полупространстве:

$$U(P) = U_0(P) + \frac{I}{4\pi\sigma_0} \sum_{k=0}^K u_k(P) = \frac{I}{2\pi\sigma_0|AP|} + \frac{I}{4\pi\sigma_0} \sum_{k=0}^K \int_{\Gamma_k} \frac{q_k(M)}{|PM|} d\Gamma(M) \quad (1)$$

$U_0(P)$  - потенциал точечного источника,  $I$  - сила тока питающего электрода,  $u_k(P)$  - потенциал  $k$ -границы,  $k=0..K$ ,  $A$  - точка расположения питающего электрода;  $M$  - точка расположенная на границе  $\Gamma_k$ .

Очевидно, что определенная таким способом функция удовлетворяет уравнению Лапласа  $\Delta U = 0$  в областях постоянства  $\sigma$  и является непрерывной функцией в силу свойств потенциала простого слоя в области, занятой средой. Потребуем, чтобы функция  $U(P)$  удовлетворяла граничному условию на земной поверхности:

$$\sigma \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = -\sigma \frac{\partial U_0}{\partial n} \Big|_{\Gamma} + \frac{I}{2\pi} \delta(r - \vec{OA}) \quad (2)$$

Здесь  $O$  - точка начала координат. Потребуем также удовлетворения условия убывания потенциала на бесконечности:

$$U(\infty) = 0. \quad (3)$$

Поставим дополнительные условия на внутренних контактных границах. Эти условия означают непрерывность потока заряда через контактные границы и могут быть записаны в виде:

$$\bar{\sigma}_i^+ \left( \frac{\partial U}{\partial n} \right)_+ = \bar{\sigma}_i^- \left( \frac{\partial U}{\partial n} \right)_- \quad (4)$$

Идея метода интегральных уравнений заключается в том, что контактные границы и неоднородности геоэлектрического разреза рассматриваются как вторичные возбудители электрического поля. Задача расчета полей сводится к системе интегральных уравнений на плотности вторичных источников, индуцируемых на поверхностях контакта проводящих сред и на рельефной поверхности среды. Интегральные уравнения могут записываться как для интенсивностей вторичных источников, так и для значений потенциалов. Мы построили интегральное уравнение [23] для распределения вторичных источников для выше описанной среды, учитывая заданные граничные условия:

$$q_i(P) = \frac{\lambda}{2\pi} \int_{\Gamma_i} q_i(M) \frac{\cos \psi_{PM}}{|PM|^2} d\Gamma_i(M) + \frac{\lambda}{\pi} \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{|AP|} + \frac{\lambda}{2\pi} \sum_{k \neq i}^K \int_{\Gamma_k} q_k(M) \frac{\cos \psi_{PM}}{|PM|^2} d\Gamma_k(M), \quad (5)$$

где,  $\lambda_i = \frac{(\sigma_i^+ - \sigma_i^-)}{(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)}$ .

Из системы интегральных уравнений (5) требуется вычислить плотность тока вторичных источников в точке  $P$ . Мы имеем ровно столько уравнений, сколько есть неизвестных функций – плотностей индуцированных зарядов на частях контактных границ. Решение интегрального уравнения (5) можно получить путем преобразования в систему линейных алгебраических уравнений.

**Тестирование численных результатов.** Для тестирования численных результатов, полученных путем решения системы интегральных уравнений (5), мы построили функции кажущихся сопротивлений для двухслойной модели среды с плоской поверхностью и плоскими горизонтальными контактными границами (рисунок 1), для которой решение прямой задачи электроразведки известно [24]. Также для этой же модели среды мы выполнили тестирование с помощью программы интерпретации геофизических данных "IPI2win" [25].

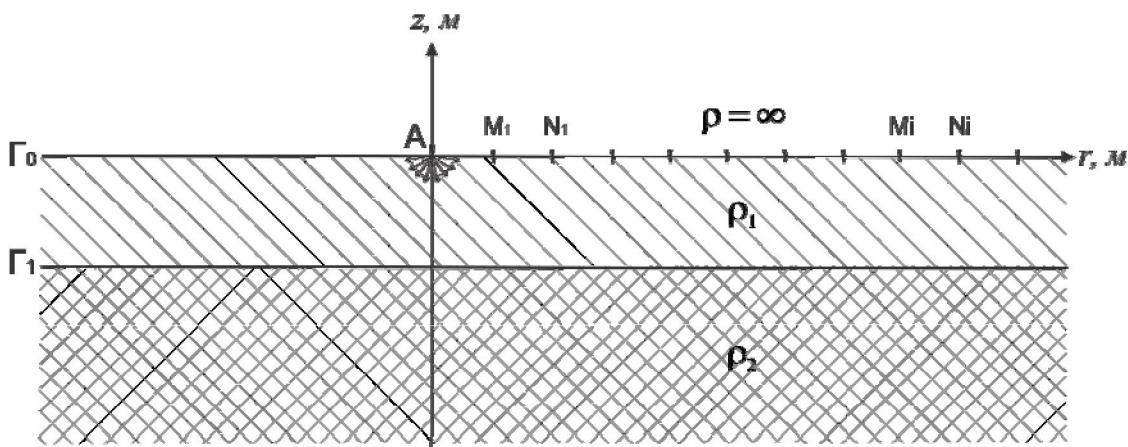


Рисунок 1 – Схема вертикального электрического зондирования для трехэлектродной установки Шлюмберже над двухслойной средой

Для двухслойной модели среды можно выписать следующую систему интегральных уравнений:

$$\begin{cases} q_0(P) - \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma_0} q_0(M) \frac{\cos \psi_{PM}}{|PM|^2} d\Gamma_0(M) - \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma_1} q_1(M) \frac{\cos \psi_{PM}}{|PM|^2} d\Gamma_1(M) = \frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{|AP|}, P \in \Gamma_0 \\ q_1(P) - \frac{\lambda}{2\pi} \int_{\Gamma_1} q_1(M) \frac{\cos \psi_{PM}}{|PM|^2} d\Gamma_1(M) - \frac{\lambda}{2\pi} \int_{\Gamma_0} q_0(M) \frac{\cos \psi_{PM}}{|PM|^2} d\Gamma_0(M) = \frac{\lambda}{\pi} \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{|AP|}, P \in \Gamma_1 \end{cases} \quad (6)$$

Расчет функций кажущегося сопротивления выполняется по следующим соотношениям:

$$\rho_K = K \frac{\Delta U_{MN}}{I}, \quad (7)$$

где  $\Delta U_{MN}$  - разность потенциалов между приемными электродами  $M$  и  $N$ ,  $K$  - геометрический коэффициент установки. Значения потенциалов на поверхности находятся после решения системы и нахождения распределения вторичных источников по формуле (1) путем численного интегрирования.

Результаты численного моделирования представлены на рисунке 2. Расчеты были сделаны для трехэлектродной установки Шлюмберже для двухслойной модели среды с высокоомным основанием ( $\rho_1 < \rho_2$ ) и с проводящим основанием ( $\rho_1 > \rho_2$ ). Мощность (глубина залегания) первого слоя  $l = 0.5$  м, нижний слой простирается на бесконечную глубину. Для всех случаев полученные кривые кажущихся сопротивлений выходят на асимптотические значения второго слоя  $\rho_2$ . На граничных точках расчетной области на кривых кажущихся сопротивлений можно увидеть небольшие скачки. Это связано с тем, что для описания распределения плотности токов применяется сетка с логарифмический расширяющимся масштабом по радиусу, адаптированная под положение питающего электрода. Вследствие этого, вблизи граничных точек расчет выполняется на грубой сетке, что ухудшает точность. Кроме этого, бесконечная область интегрирования заменяется на конечную, это означает, что мы пренебрегаем индуцированными зарядами за пределами расчетной области. Этими двумя причинами объясняются имеющиеся отклонения значений кажущегося сопротивления от теоретических вблизи границ расчетной области.

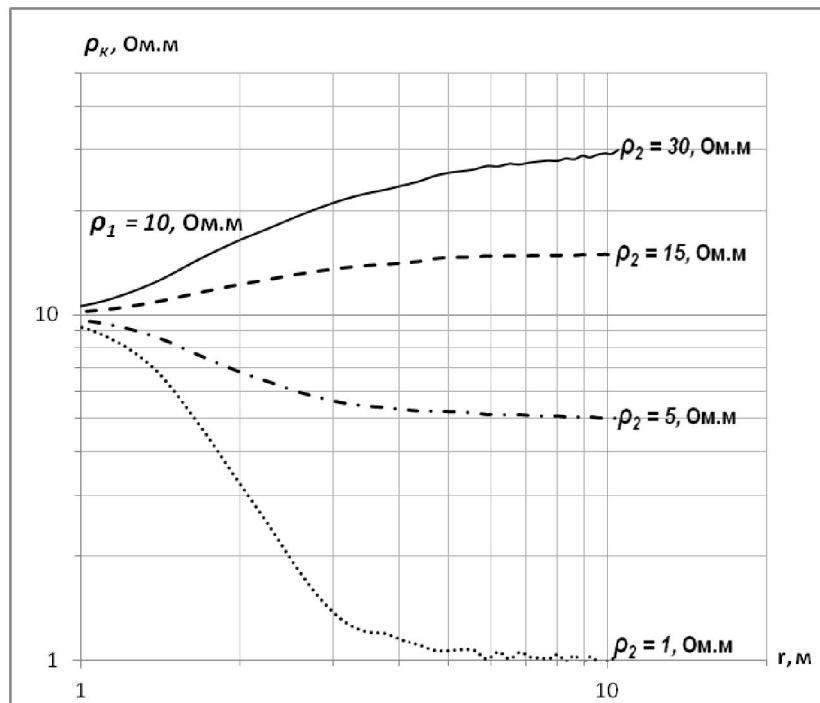


Рисунок 2 – Двухслойные кривые кажущихся сопротивлений, полученные решением интегрального уравнения

Как известно в [24], для рассматриваемой модели среды существует следующее выражение расчета кажущегося сопротивления:

$$\rho_k = \rho_1 \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n r^3}{[r^2 + (2nl)^2]^{3/2}} \right], k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 + \rho_2} \quad (8)$$

Здесь  $\rho_1$  - сопротивление верхнего слоя,  $\rho_2$  - сопротивление нижнего слоя,  $k$  - коэффициент отражения,  $r$  - расстояние от питающего электрода до центра приемной линии  $MN$ ,  $l$  - глубина залегания верхнего слоя.

На рисунке 3 приведены результаты тестирования, выполненные путем сравнения численного решения с решением построенным по формуле (8) для нисходящей и восходящей моделей двухслойной среды. Мы задали мощность первого слоя  $l = 0.5$  м для обеих моделей, для нисходящей

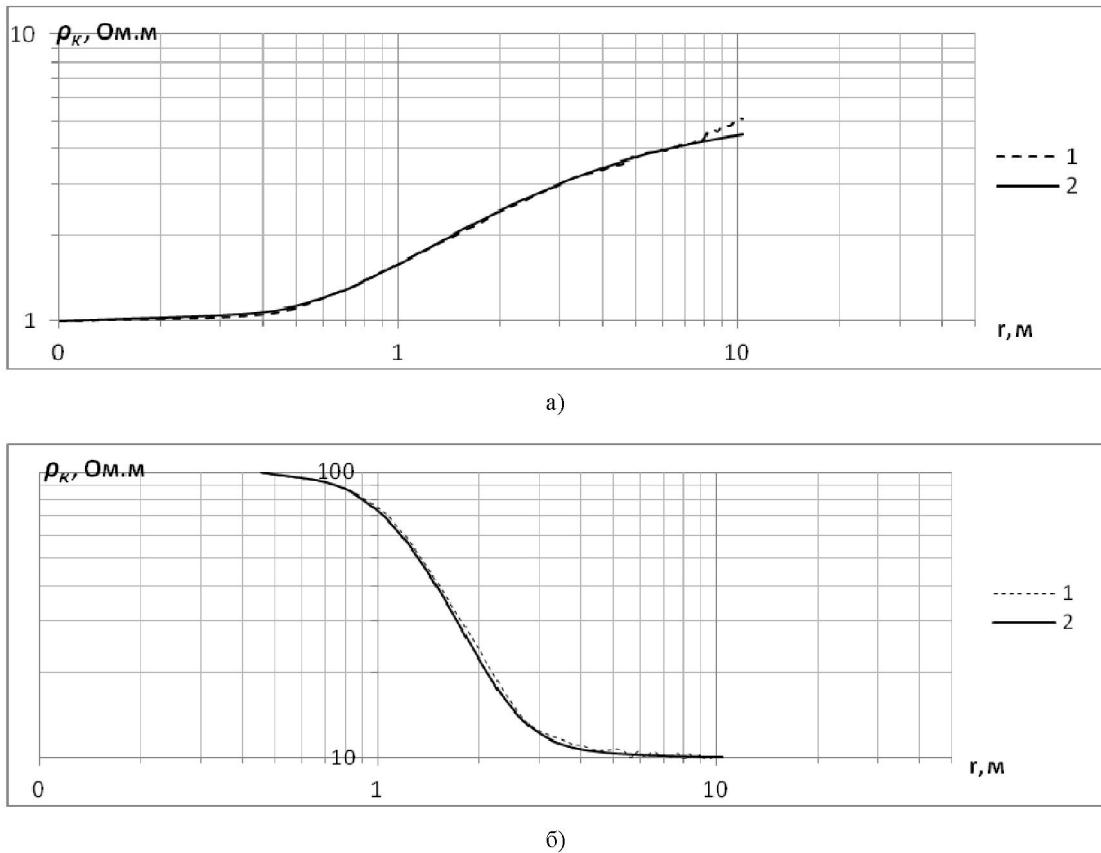


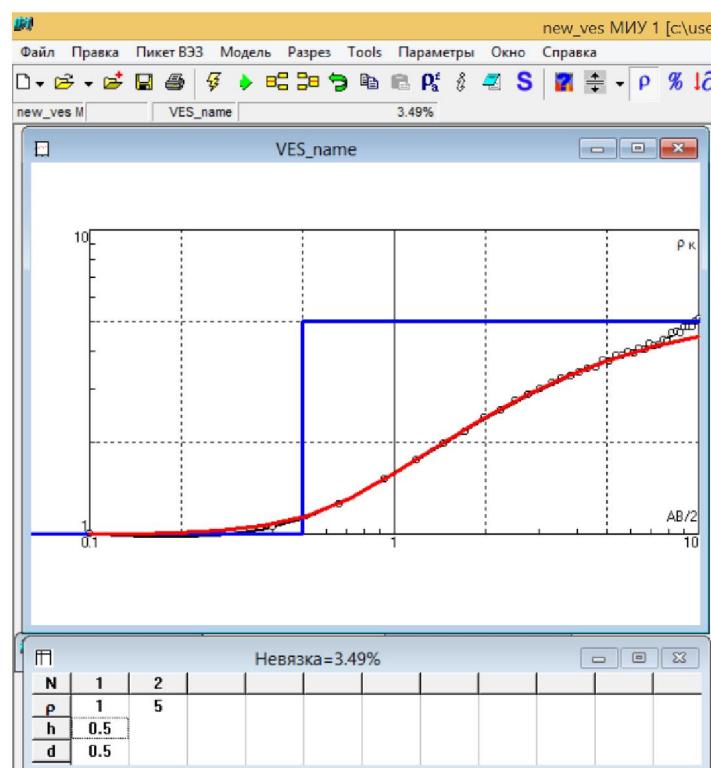
Рисунок 3 – Функции кажущихся сопротивлений: а) - модель с восходящей ветвью; б) - модель с нисходящей ветвью.  
1 - решение полученное путем решения интегрального уравнения, 2 - решение построенное по формуле (8)

модели удельные сопротивления  $\rho_1 = 100 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ ,  $\rho_2 = 10 \text{ Ом} \cdot \text{м}$  и для восходящей модели удельные сопротивления  $\rho_1 = 1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ ,  $\rho_2 = 5 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ . Максимальная относительная погрешность составила 6% на близи граничных точек кривой кажущегося сопротивления.

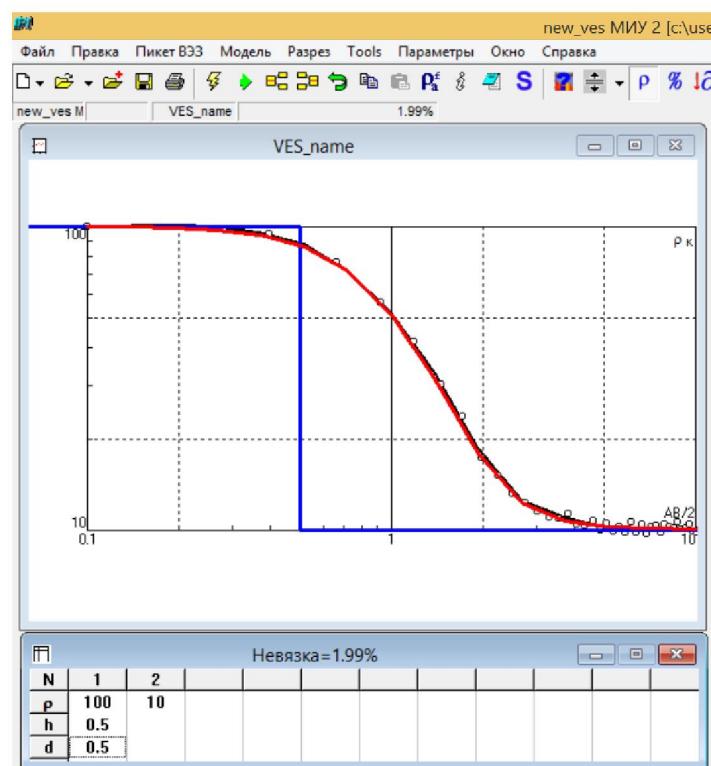
Программа "IPI2win" предназначена для интерпретации данных вертикального электрического зондирования [25]. В программе после ввода параметров среды, установки и полевых (наблюдаемых) данных в окне интерпретации строится кривая кажущегося сопротивления по наблюдаемым данным. Одним из главных преимуществ программы "IPI2win" является возможность оценки качества интерпретации кривых кажущегося сопротивления. На экране вместе с интерпретируемой кривой рисуется теоретическая кривая кажущегося сопротивления. Оценкой результатов интерпретации является невязка между теоретической кривой и кривой полевых данных. Мы выполнили тестирование с помощью программы "IPI2win" путем ввода численных результатов вместо полевых данных. Невязка между кривой кажущегося сопротивления полученной методом интегральных уравнений и теоретической кривой построенной программой "IPI2win" составила для модели с восходящей ветвью 3.49% (рисунок 4,а), для модели с нисходящей ветвью 1.99% (рисунок 4,б), связанные с отклонениями кажущегося сопротивления близи границ расчетной области.

**Выводы.** Рассмотрено численное решение прямой задачи электроразведки постоянным током методом интегральных уравнений, который позволяет рассчитывать функцию кажущегося сопротивления в слоисто-залающих средах со сложной геометрией контактирующих границ с рельефной дневной поверхностью. Приведены численные примеры расчета кажущихся сопротивлений. Проведено тестирование численных результатов, полученных путем решения предложенного интегрального уравнения, которое показало удовлетворительные результаты.

*Работа поддержана грантом МОН РК, договор №46 от 12.02.2015 г.*



a)



б)

Рисунок 4 - Тестовые результаты на программе "TPI2win":  
а) - модель с восходящей ветвью; б) - модель с нисходящей ветвью

---

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Чантуришвили Л. С. Электроразведка при проектировании дорог на пересеченной местности. - М: Автотрансиздат, 1959. - 99 с.
- [2] Вешев А.В. Влияние рельефа на результаты работ комбинированным профилированием // Ученые записки ЛГУ. - 1959. - № 278(11) - С. 83-108.
- [3] Fox R.C., Hohmann G.W., Killpack T.J., Rijo L. Topographic effects in resistivity and induced-polarization surveys // Geophysics. - 1980. - № 45(1). - С. 75-93.
- [4] Truman Holcombe, George Jiracek Three-dimensional terrain corrections in resistivity surveys // Geophysics. - 1984. - № 49(4). - С. 439-452.
- [5] Tsourlos P., Szymanski J., Tsokas G. The effect of topography on commonly used resistivity arrays // Geophysics. - № 64(5). - С. 1357-1363.
- [6] Mufti I.R. Finite-difference modeling for arbitrary-shaped two dimensional structures // Geophysics. - 1976. - № 41(1). - С. 62-78.
- [7] Dey A., Morrison H.F. Resistivity modeling for arbitrary shaped two-dimensional structures // Geophysical Prospecting. - 1979. - № 27(1). - С. 106-136.
- [8] Loke M.N., Barker R.D. Rapid least-squares inversion of apparent resistivity pseudosections by a quasi-Newton method // Geophysical Prospecting. - 1996. - vol. 44, no. 1, pp. 131-152.
- [9] Coggon J.H. Electromagnetic and electrical modeling by the finite element method // Geophysics. - 1971. - № 36(1). - С. 132-155.
- [10] Xu S.Z., Zhao S., Ni Y. A boundary element method for 2-D dc resistivity modeling with a point current source // Geophysics. - 1998. - № 63(2). - С. 399-404.
- [11] Альшин Л.М. Источники поля в теории электрической разведки // Прикладная геофизика. - М. - 1947. - вып. 3. - С. 56-200.
- [12] Hohmann G.W. Three dimensional induced polarization and electromagnetic modeling // Geophysics. - 1975. - № 40(2). - С. 309-324.
- [13] Hvozdara M. Electric and magnetic field of a stationary current in a stratified medium with a three-dimensional conductivity inhomogeneity // Studia Geophysica et Geodaetica. - 1983. - № 26. - С. 59-84.
- [14] Orunkhanov M., Mukanova B. The integral equations method in problems of electrical sounding // In book: Advances in High Performance Computing and Computational Sciences, Springer-Berlin-Heidelberg. - 2006. - С. 15-21.
- [15] Orunkhanov M., Mukanova B., Sarbasova B. Convergence of the method of integral equations for quasi three-dimensional problem of electrical sounding // In book: Computational Science and High Performance Computing II, Springer-Berlin-Heidelberg. - 2006. - С. 175-180.
- [16] Inman J.R., Ryu J., Ward S.H. Resistivity inversion // Geophysics. - 1973. - № 38(6). - С. 1088-1108.
- [17] Ellis R.G., Oldenburg D.W. The pole-pole 3-D DC-resistivity inverse problem: a conjugate-gradient approach // Geophys. J. Internat. - 1994. - № 119. - С. 187-194.
- [18] Lehrmann H. Potential representation by independent configurations on a multielectrode array // Geophys. J. Internat. - 1995. - vol. 120. - С. 331-338.
- [19] LaBrecque D.J., Miletto M., Daily W., Ramirez A., Owen E. The effect of noise on Occam's inversion of resistivity tomography data // Geophysics. - 1996. - № 61(2). - С. 538-548.
- [20] Loke M.H., Dahlin T. A combined Gauss-Newton and quasi-Newton inversion method for the interpretation of apparent resistivity pseudosections // The 3rd Meeting of the Environmental and Engineering Geophysics Society, European Section. - Aarhus, Denmark, 1997. - С. 139-142.
- [21] Maurer H., Holliger K., Boerner D.E. Stochastic regularization: Smoothness or similarity? // Geophys. Res. Lett. - 1998. - № 25(15). - С. 2889-2892.
- [22] Lesur V., Cuer M., Straub A. 2-D and 3-D interpretation of electrical tomography measurements, Part 2: The inverse problem // Geophysics. - 1999. - № 64(2). - С. 396-402.
- [23] Mukanova B.G., Mirgalikyzy T. Modeling the impact of relief boundaries in solving the direct problem of direct current electrical sounding // The proceeding of International Conference "Computational and Informational Technologies in Science, Engineering and Education" (CITech - 2015), 23-27 September, 2015. - Almaty, 2015.
- [24] Тихонов А., Самарский А. Уравнения математической физики. - М.: Наука, 1977. - 735 с.
- [25] Бобачев А.А. Программное обеспечение для одномерной интерпретации кривых ВЭЗ, ВЭЗ-ВП и МТЗ // Материалы 29-ой сессии Международного семинара им. Д.Г. Успенского "Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей Ч. 1". - Екатеринбург: УГГА, 2002.

## REFERENCES

- [1] Chanturishvili L. S. Electrical prospecting in the design of roads in rough terrain. M: Avtotransizdat, 1959, 99 p. (in Russ.).
- [2] Veshev A.V. Influence of relief on the combined results of profiling. *Scientific notes of LSU*, 2001, 278, 83-108 (in Russ.).
- [3] Fox R.C., Hohmann G.W., Killpack T.J., Rijo L. Topographic effects in resistivity and induced-polarization surveys. *Geophysics*, 1980, 45(1), 75-93. (in Eng.).
- [4] Truman Holcombe, George Jiracek Three-dimensional terrain corrections in resistivity surveys. *Geophysics*, 1984, 49(4), 439-452. (in Eng.).

- [5] Tsourlos P., Szymanski J., Tsokas G. The effect of topography on commonly used resistivity arrays. *Geophysics*, 64(5), 1357-1363. (in Eng.).
- [6] Mufti I.R. Finite difference modeling for arbitrary shaped two dimensional structures. *Geophysics*. 1976, 41(1), 62-78. (in Eng.).
- [7] Dey A., Morrison H.F. Resistivity modeling for arbitrary shaped two-dimensional structures. *Geophysical Prospecting*, 1979, 27(1), 106-136. (in Eng.).
- [8] Loke M.N., Barker R.D. Rapid least squares inversion of apparent resistivity pseudo-sections by a quasi-Newton method. *Geophysical Prospecting*, 1996, 44(1), 131-152. (in Eng.).
- [9] Coggon J.H. Electromagnetic and electrical modeling by the finite element method. *Geophysics*. 1971, 36(1), 132-155. (in Eng.).
- [10] Xu S.Z., Zhao S., Ni Y. A boundary element method for 2D dc resistivity modeling with a point current source. *Geophysics*, 1998, 63(2), 399-404.
- [11] Alpine L.M. Field source in the theory of electrical prospecting. *Applied geophysics*, 1947, vol.3, 56-200. (in Russ.). (in Eng.).
- [12] Hohmann G.W. Three dimensional induced polarization and electromagnetic modeling. *Geophysics*, 1975, 40(2), 309-324. (in Eng.).
- [13] Hvozdara M. Electric and magnetic field of a stationary current in a stratified medium with a three-dimensional conductivity inhomogeneity. *Srudia Geophysica et Geodaetica*, 1983, 26, 59-84. (in Eng.).
- [14] Orunkhanov M., Mukanova B. The integral equations method in problems of electrical sounding. In book: *Advances in High Performance Computing and Computational Sciences*, Springer-Berlin-Heidelberg, 2006, 15-21. (in Eng.).
- [15] Orunkhanov M., Mukanova B., Sarbasova B. Convergence of the method of integral equations for quasi three-dimensional problem of electrical sounding. In book: *Computational Science and High Performance Computing II*, Springer-Berlin-Heidelberg, 2006, 175-180. (in Eng.).
- [16] Inman J.R., Ryu J., Ward S.H. Resistivity inversion. *Geophysics*, 1973, 38(6), 1088-1108. (in Eng.).
- [17] Ellis R.G., Oldenburg D.W. The pole-pole 3D DC resistivity inverse problem: a conjugate gradient approach. *Geophys. J. Internat*, 1994, 119, 187-194. (in Eng.).
- [18] Lehrmann H. Potential representation by independent configurations on a multi-electrode array. *Geophys. J. Internat*, 1995, vol. 120, 331-338. (in Eng.).
- [19] LaBrecque D.J., Miletto M., Daily W., Ramirez A., Owen E. The effect of noise on Occam's inversion of resistivity tomography data. *Geophysics*, 1996, 61(2), 538-548. (in Eng.).
- [20] Loke M.H., Dahlin T. A combined Gauss Newton and quasi Newton inversion method for the interpretation of apparent resistivity pseudo sections. The 3rd Meeting of the Environmental and Engineering Geophysics Society, European Section, Aarhus, Denmark, 1997, 139-142. (in Eng.).
- [21] Maurer H., Holliger K., Boerner D.E. Stochastic regularization: Smoothness or similarity? *Geophys. Res. Lett*, 1998, 25(15), 2889-2892. (in Eng.).
- [22] Lesur V., Cuer M., Straub A. 2D and 3D interpretation of electrical tomography measurements, Part 2: The inverse problem. *Geophysics*, 1999, 64(2), 396-402. (in Eng.).
- [23] Mukanova B.G., Mirgalikyzy T. Modeling the impact of relief boundaries in solving the direct problem of direct current electrical sounding. The proceeding of International Conference "Computational and Informational Technologies in Science, Engineering and Education" (CITech – 2015), 23-27 September, 2015, Almaty, 2015. (in Eng.).
- [24] Tikhonov A., Samara A. The equations of mathematical physics. M.: Science, 1977, 735 p. (in Russ.).
- [25] Bobachev A.A. Software for the one-dimensional interpretation of the curves VES, VES-IP and MTS Proceedings 29th Session of the International seminar named after D.G. Assumption "Theory and practice of geological interpretation of gravity, magnetic and electric Part 1". Ekaterinburg, 2002. (in Russ.).

## ТҮРАҚТЫ ТОКПЕН ЭЛЕКТРЛІК БАРЛАУ ЕСЕПТЕРИН САНДЫҚ МОДЕЛЬДЕУ НӘТИЖЕЛЕРИН ТЕСТИЛЕУ

Б. Ф. Муқанова<sup>1</sup>, Т. Мирғалиқызы<sup>1</sup>, И. Н. Модин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Л. Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан,

<sup>2</sup>М. В. Ломоносов атындағы Мәскеу мемлекеттік университеті, Мәскеу, Ресей

**Түйін сөздер:** тұрақты токпен электрлік барлау, сандық нәтижелерді тестілеу, интегралдық теңдеулер әдісі, қабатты орта, рельефті байланыс шекарасы.

**Аннотация.** Макалада күрделі рельефті байланыс шекаралары бар қабатты орта моделі үшін тұрақты токпен электрлік барлаудың тұра есебін интегральдық теңдеулер әдісінің негізіндегі сандық шешімі қарастырылады. Қабаттардың меншікті электрлік кедергілері әр түрлі екі қабатты орта моделдері үшін жылтама кедергінің қисықтары тұрғызылды. "IPI2win" бағдарламасының көмегімен және шешімі белгілі орта модельдері үшін сандық нәтижелерді тестілеу жүргізілді.

Поступила 02.10.2015 г.