

# *Научные статьи*

---

BULLETIN OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES  
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

ISSN 1991-3494

Volume 6, Number 358 (2015), 5 – 14

UDC 538.945; 621.315.55

## **SIMULATION OF ENERGETIC CHARACTERISTICS OF BALLISTIC JOSEPHSON CONTACTS TAKING INTO ACCOUNT THE PROCESSES OF QUASIPARTICLES INELASTIC DISPERSION IN SUPERCONDUCTOR**

**D.M. Sergeyev<sup>1,2</sup>, A.N. Vasiliev<sup>3</sup>, K.Sh. Shunkeyev<sup>1</sup>**

serdau@rambler.ru

<sup>1</sup>Zhubanov Aktobe Regional State University, Aktobe

<sup>2</sup>Military Institute of Air Defence Forces, Aktobe

<sup>3</sup>Lomonosov Moscow State University, Moscow

**Key words:** superconductivity, multiple Andreev reflection, inelastic scattering of quasiparticles, Dynes parameter, ballistic contact, differential conductivity, current-voltage characteristic.

**Abstract.** In the frame of the theory of multiple Andreev reflection taking into account the processes of quasiparticles inelastic dispersion in the superconductive broads (with the introduction of Dynes parameter) there were calculated current-voltage,  $dI/dV$ - and  $d^2I/dV^2$ -characteristics of ballistic contacts of the type «superconductor – normal metal – superconductor». The optimal values of Dynes parameter were determined. It was shown that at negative value of the Dynes parameter appear clearly visible subharmonic gap structures at voltages  $V_1 = 2\Delta/e$ ,  $V_2 = \Delta/e$  on the spectrum of dynamic conductivity of the contact. The evolution of the current-voltage and  $dI/dV$ -characteristics of the contact with the increase in the value of the superconducting gap from 0,01 to 1 at barrier transparency 0,862 were presented. It was found that the current-voltage characteristic and dynamic conductivity spectra of contact, calculating taking into account the inelastic quasiparticles scattering, when the value of applied voltage reaches  $V = V_g$  are observed significant changes in the form of a pronounced maxima and minima, that are not in the classic dependencies, but observed in the experimental results.

УДК 538.945; 621.315.55

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК БАЛЛИСТИЧЕСКИХ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ КОНТАКТОВ С УЧЕТОМ ПРОЦЕССОВ НЕУПРУГОГО РАССЕЯНИЯ КВАЗИЧАСТИЦ В СВЕРХПРОВОДНИКЕ**

**Д.М. Сергеев<sup>1,2</sup>, А.Н. Васильев<sup>3</sup>, К.Ш. Шункеев<sup>1</sup>**

serdau@rambler.ru

<sup>1</sup>Актюбинский региональный государственный университет им. К. Жубанова, Актобе

<sup>2</sup>Военный институт Сил воздушной обороны, Актобе

<sup>3</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва

**Ключевые слова:** сверхпроводимость, многократное андреевское отражение, неупругое рассеяния квазичастиц, параметр Dynes, баллистический контакт, дифференциальная проводимость, вольтамперная характеристика.

**Аннотация.** В рамках теории многократных андреевских отражений с феноменологическим учетом процессов неупругого рассеяния квазичастиц в сверхпроводящих берегах (введением параметра Dynes) рассчитаны вольтамперные,  $dI/dV$ - и  $d^2I/dV^2$ -характеристики баллистических контактов типа

«сверхпроводник – нормальный металл – сверхпроводник». Определены оптимальные значения параметра Dynes. Показано, что при отрицательном значении параметра Dynes отчетливо проявляются субгармонические щелевые структуры при напряжениях  $V_1 = 2\Delta/e$ ,  $V_2 = \Delta/e$  на спектре динамической проводимости контакта. Представлены эволюции вольтамперной и  $dI/dV$ -характеристик контакта с увеличением величины сверхпроводящей щели от 0,01 до 1 при прозрачности барьера 0,862. Выявлено, что на вольтамперной характеристике и спектрах динамической проводимости контакта, рассчитанных с учетом неупругого рассеяния квазичастиц, при достижении приложенного напряжения щелевому значению  $V = V_g$  наблюдаются существенные изменения в виде выраженных максимумов и минимумов, отсутствующие на классических зависимостях, но наблюдаемые в экспериментальных результатах.

Известно, что сверхпроводниковая быстрая одноквантовая логика (RSFQ-логика – Rapid Single Flux Quantum Logic), основой которой являются джозефсоновские контакты, обладает наивысшей скоростью (тактовые частоты таких устройств на основе низкотемпературных сверхпроводников достигает до 100 ГГц), быстродействием, степенью интеграции и наименьшей диссипацией мощности, позволяющими использовать ее в перспективной цифровой электронике [1-3]. Поэтому в настоящее время большой интерес представляет создание джозефсоновских элементов на основе новых сверхпроводящих материалов и определение их основных параметров и характеристик [4-6]. Ключевыми характеристиками джозефсоновских контактов, определяющими их основные физические параметры, являются вольтамперная,  $dI/dV$ - и  $d^2I/dV^2$ -характеристики [7-9]. Одними из видов джозефсоновских контактов являются мостиковые структуры, полученные путем геометрического сужения некоторой области массивного сверхпроводника (рис. 1 а). При этом если выполняется условие  $d \ll l$ , то контакт называется баллистическим (здесь  $d$  – ширина сужения сверхпроводника,  $l$  – энергетическая длина свободного пробега при дебаевской энергии).

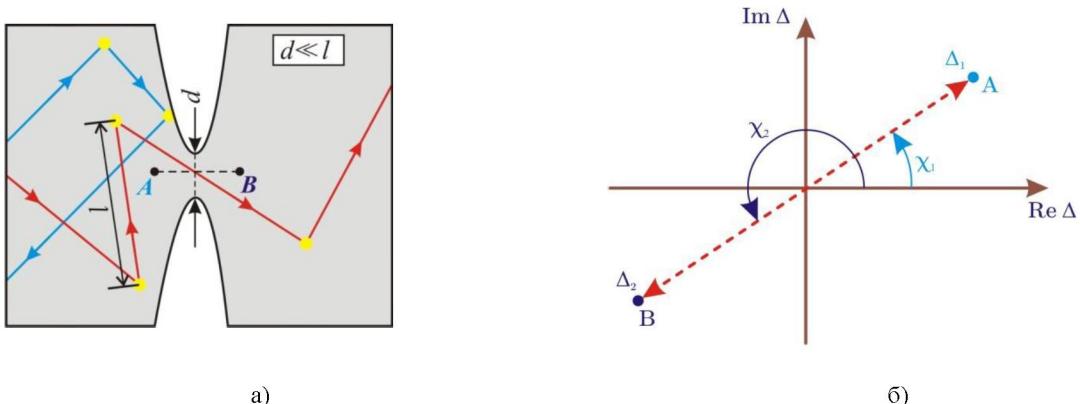


Рисунок 1 – Мостиковая джозефсонская структура: а) баллистический контакт; б) представление параметра порядка на комплексной плоскости. (В данной структуре переход от точки  $A$  к точке  $B$  соответствует переходу в комплексной плоскости от  $\Delta_1$  к  $\Delta_2$  вдоль прямой  $A-B$ ).

Поведение градиента фазы  $\nabla \chi$  и параметра порядка в комплексной плоскости в отрезке между точками  $A$  и  $B$  в рассматриваемом баллистическом контакте приведено на рисунке 1 б. Если при переходе от точки  $A$  к точке  $B$  комплексный параметр порядка будет меняться вдоль пунктирного прямолинейного отрезка  $AB$ , соединяющего точки  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  в плоскости комплексного переменного  $\Delta$  (рис. 1 б) и разность фаз волновых функций  $\varphi = \chi_2 - \chi_1$  (здесь  $\chi_1$ ,  $\chi_2$  – фазы волновых функций сверхпроводящих электронов массивных сверхпроводников), то градиент фазы  $\nabla \chi$  вдоль этой прямой равен нулю ( $\nabla \chi = 0$ ), а отсюда следует, что и сверхпроводящий ток тоже равен нулю ( $I_s(\varphi) = 0$ ). Если в рассматриваемой ситуации, переход от  $\Delta_1$  к  $\Delta_2$  происходит не по прямолинейному отрезку, то градиент фазы  $\nabla \chi \neq 0$  и, соответственно, сверхпроводящий ток  $I_s(\varphi) \neq 0$ . В них переход от  $\Delta_1$  к  $\Delta_2$  происходит или с помощью левой полуокружности, или с

помощью правой полуокружности, при этом градиенты фаз  $\nabla\chi$  будут иметь разные знаки. Тогда сверхпроводящий ток таких контактов  $I_s(\varphi)$  будет описываться многозначной функцией [10].

Обычно, для определения вольтамперной характеристики (ВАХ) сверхпроводящих туннельных переходов типа сверхпроводник – диэлектрик – сверхпроводник применяется следующая известная формула:

$$I = G_N \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\varepsilon) \rho(\varepsilon + V) [f(\varepsilon) - f(\varepsilon + V)] d\varepsilon, \quad (1)$$

где  $G_N$  – проводимость контакта в нормальном состоянии,  $\varepsilon$  – энергия,  $\rho(\varepsilon)$  – спектр возбуждения квазичастиц,  $f(\varepsilon)$  – распределение Ферми-Дирака,  $V$  – напряжение. Многие при расчете ВАХ с помощью выражения (1) в качестве спектра возбуждения квазичастиц  $\rho(\varepsilon)$  применяют выражение, определяемое микроскопической теорией сверхпроводимости Бардина-Купера-Шиффера (теория БКШ) [11]:

$$\rho(\varepsilon) = \text{Re} \left[ \frac{|\varepsilon|}{\sqrt{\varepsilon^2 - \Delta^2}} \right], \quad (2)$$

где  $\Delta$  – параметр порядка (энергетическая щель) сверхпроводника. Однако, при использовании выражения (2) не учитывается вклад неупругого рассеяния квазичастиц в самом сверхпроводнике, что приводит к значительному отклонению от экспериментальных данных. Неупругие рассеяния квазичастиц в сверхпроводящих берегах контактов приводят к тому, что их время жизни становится конечным, вследствие чего наблюдаемые в эксперименте особенности в окрестности энергетической щели размываются. В работе [12] феноменологически учет неупругого вклада квазичастичного рассеяния в сверхпроводнике осуществлен вводом бесконечно малой добавки – параметра Dynes в спектр возбуждения (2):

$$\rho(\varepsilon, \delta) = \frac{|\varepsilon - i\delta|}{\sqrt{(\varepsilon - i\delta)^2 - \Delta^2}}, \quad (3)$$

где  $i$  – мнимая единица,  $\delta$  – бесконечно малая добавка (параметр Dynes). Зависимость спектра возбуждения квазичастиц от энергии  $\varepsilon$  и параметра Dynes  $\delta$  приведена на рис. 2, максимальное значение спектра наблюдается при  $\varepsilon = \Delta$  и  $\delta \rightarrow 0$ .

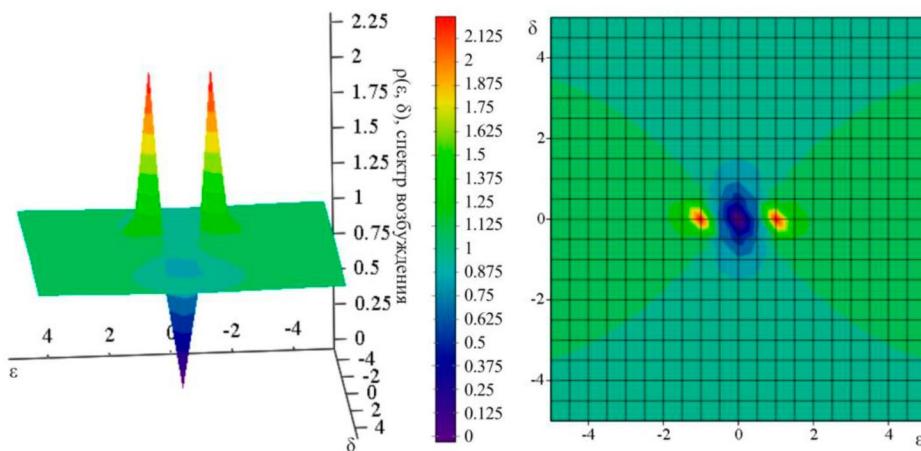


Рисунок 2 – Зависимость спектра возбуждения квазичастиц от энергии и параметра Dynes

Отметим, что параметр Dynes в некоторых расчетах использовался с положительным знаком (см. напр. [13]), а в других – с отрицательным (см. напр. [12, 14]). В работах [14, 15] ВАХ сверхпроводящих микроконтактов с малой длиной когерентности рассчитана на основе формулы (4):

$$I(V) = \frac{V}{R} + I_{ph}^N(V) + I_{exc} + I_{ph}^S, \quad (4)$$

где  $R$  – сопротивление контакта,  $I_{ph}^N(V)$  – нелинейность, обусловленная электрон-фононным взаимодействием в нормальном контакте,  $I_{exc}$  – избыточный ток,  $I_{ph}^S$  – отрицательная добавка в избыточный ток, связанная со столкновениями неравновесных фононов с андреевскими электронами (электроноподобными квазичастицами, в процессе электронно-дырочной конверсии). В результате столкновений неравновесных фононов с андреевскими электронами концентрация последних уменьшается, что приводит к убыванию избыточного тока. В формуле (4) отрицательная добавка играет такую же роль, как и параметр Dynes в (3), т.е. феноменологически учитывается неупругое электрон-фононное рассеяние квазичастиц.

Целью данной работы является моделирование энергетических характеристик баллистического контакта с феноменологическим учетом процессов неупругого рассеяния квазичастиц в его сверхпроводящих берегах, а также оптимальный выбор знака параметра Dynes при расчете их характеристик.

Баллистический контакт, приведенный на рис. 1 а, ведет себя как переход типа сверхпроводник – нормальный металл – сверхпроводник (SnS-структура), так как при протекании тока в области сужения структуры сверхпроводящий слой переходит в нормальное состояние. Поэтому при расчете характеристик таких контактов необходимо учитывать такой микроскопический эффект, как андреевское отражение [16], суть которого заключается в следующем: электроноподобное возбуждение, налетая из области нормального металла на границу нормальный металл – сверхпроводник, постепенно уменьшает свой заряд и дойдя до некоторой области, где величина сверхпроводящей щели равняется энергии квазичастиц с импульсом  $\hbar k_F$  (здесь  $\hbar$  – постоянная Планка,  $k_F$  – радиус сферы Ферми), отражается от границы и переходит на дырочную ветвь спектра элементарных возбуждений, т.е. электроноподобная частица отражается от границы в виде дырочноподобной квазичастицы и при этом в сверхпроводящую область переходит куперовская пара.

В рассматриваемых SnS-контактах перенос сверхпроводящих электронов (куперовских пар) через потенциальный барьер между двумя массивными сверхпроводниками происходит благодаря когерентному процессу многократных андреевских отражений (MAR – multiple Andreev reflections) [17, 18]. Это происходит следующим образом: протекание тока квазичастиц через барьер резко возрастает при щелевых напряжениях  $V = V_g = 2\Delta/e$  (здесь  $e$  – заряд электрона), тогда как ниже щелевого напряжения  $V < V_g$  перенос заряда осуществляется в основном путем MAR. В результате в интервале температур от 0 до критической  $T_c$  на вольтамперных,  $dI/dV$ - и  $d^2I/dV^2$ - характеристиках баллистических контактов возникают отчетливо наблюдаемые субгармонические щелевые структуры (СГС) при напряжениях  $V_n = V_g/n$ , т.е. при  $V_n = 2\Delta/en$ , где  $n = 1, 2, 3, \dots$  (см. напр. [19, 20]).

Для оценки транспортных характеристик контактов сверхпроводник – нормальный металл – сверхпроводник применяется классическая формула вероятности андреевского отражения на границе нормальный металл – сверхпроводник [18, 21]:

$$a(\varepsilon) = \frac{1}{\Delta} \times \begin{cases} \varepsilon - \text{sign}(\varepsilon)(\varepsilon^2 - \Delta^2)^{1/2}, & |\varepsilon| > \Delta, \\ \varepsilon - i(\Delta^2 - \varepsilon^2)^{1/2}, & |\varepsilon| < \Delta, \end{cases} \quad (5)$$

где  $\varepsilon$  – энергия,  $i$  – мнимая единица. Для вычисления основных характеристик баллистических контактов преобразуем коэффициент андреевского отражения (5) с учетом параметра Dynes (3):

$$a(\varepsilon) = \frac{1}{\Delta} \times \begin{cases} (\varepsilon \pm i\delta) - \text{sign}(\varepsilon \pm i\delta)((\varepsilon \pm i\delta)^2 - \Delta^2)^{1/2}, & |\varepsilon \pm i\delta| > \Delta, \\ \exp(-i\arccos[(\varepsilon \pm i\delta)/\Delta]), & |\varepsilon \pm i\delta| < \Delta. \end{cases} \quad (6)$$

В данной работе для расчета ВАХ применили теорию многократных андреевских отражений Аверина-Бардаса [18, 20], как и в ранней работе [22]. В теории MAR процесс рассеяния

электроноподобных и дырочноподобных частиц в баллистическом SnS-контакте определяется матрицей рассеяния:

$$S_{el} = \begin{pmatrix} r & t \\ t & -r^* t/t^* \end{pmatrix}, \quad (7.1)$$

$$S_h = S_{el}^*, \quad (7.2)$$

где  $t$  – амплитуда прохождения,  $r$  – амплитуда отражения. Матрица рассеяния для дырочноподобных частиц  $S_h$  является комплексно-сопряженной аналогией матрицы рассеяния для электроноподобных частиц  $S_{el}^*$ . Волновые функции электроноподобных и дырочноподобных квазичастиц сдвинуты на  $2eV$  и описываются следующим образом:

$$\psi_{el} = \sum_n [(a_{2n}A_n + J\delta_{n0})\exp(ikx) + B_n \exp(-ikx)] \exp(-i[\varepsilon + 2neV]t/\hbar), \quad (8.1)$$

$$\psi_h = \sum_n [A_n \exp(ikx) + a_{2n}B_n \exp(-ikx)] \exp(-i[\varepsilon + 2neV]t/\hbar), \quad (8.2)$$

где  $J(\varepsilon) = \sqrt{1 - |a(\varepsilon)|^2}$ ,  $a(\varepsilon)$  – коэффициент андреевского отражения с учетом параметра Dynes (6),  $A$ ,  $B$  – амплитуды вероятностей андреевски и нормально отраженных квазичастиц. С учетом этих сдвинутых на  $2eV$  волновых функций электроноподобных и дырочноподобных квазичастиц (8.1, 8.2) преобразуются матрицы рассеяния  $S_{el}$ ,  $S_h$  (7). Пользуясь, следующими равенствами комплексно-сопряженных функций, определяющих амплитуды вероятностей андреевски и нормально отраженных квазичастиц:  $A(-\varepsilon, -V) = -A^*(\varepsilon, V)$  и  $B(-\varepsilon, -V) = -B^*(\varepsilon, V)$ , а также коэффициент андреевского отражения (6) получаем окончательное уравнение для определения величины тока в баллистическом SnS-контакте (детальный вывод данного уравнения см. в [18]):

$$I(t) = \sum_k I_k \exp(i2keVt/\hbar), \quad (9)$$

где

$$I_k = \frac{e}{\pi\hbar} \left[ eV\delta_{k0} - \int d\varepsilon \tanh\left\{\frac{\varepsilon}{2T}\right\} \left( J(\varepsilon) (a_{2k}A_k^* + a_{-2k}A_{-k}) \right) + \right. \\ \left. + \sum_n (1 + a_{2k}a_{2(n+k)}^*) (A_n A_{n+k}^* - B_n B_{n+k}^*) \right], \quad (10)$$

здесь  $T = (1 + i \cdot h_b)^{-1}$  – величина, определяющая прозрачность системы ( $h_b$  – высота барьера).

Программа для вычисления ВАХ разработана в среде Wolfram Mathematica 9 на основе рассмотренных выше формул (6-10). Расчет одной кривой ВАХ производился в течении 6-8 часов при использовании четырехядерного процессора Intel(R) Core(TM) i5-3450 (3,10 GHz). Для определения дифференциальной проводимости и второго производного тока ( $d^2I/dV^2$ -характеристики) использовался математический пакет Mathcad 14. Дифференцирование осуществлялось путем импортирования данных численного расчета ВАХ в виде массива чисел, произведенных в программе Wolfram Mathematica, в программу Mathcad с использованием оператора READPRN. Для максимального предотвращения «ложных пиков» на  $dI(V)/dV$ -спектрах дифференциальной проводимости, формирующихся от цифрового шума компьютера, при вычислении ВАХ увеличили количество расчетных точек до  $1200 \div 1400$ . Результаты моделирования вольтамперных,  $dI/dV$ - и  $d^2I/dV^2$ -характеристик баллистического SnS-контакта с учетом параметра Dynes приведены на рис. 3-7.

Для расчета данных характеристик выбрали высоту барьера контакта  $h_b = 0,4$ , соответственно, прозрачность барьера  $D = 0,862$ , так как при этих значениях отчетливо проявляется эффект MAR. Для определения выбора оптимального знака параметра Dynes характеристики рассчитывались при положительных и отрицательных значениях  $\delta$  равных  $0,005\Delta$ ;  $0,015\Delta$  и  $0,025\Delta$ , а значение

параметра порядка  $\Delta = 1$ . Для удобства сравнения ВАХ с положительными параметрами Dynes  $0,015\Delta$  и  $0,025\Delta$  сдвинуты по оси тока на 0,25 и 0,5 усл. ед. (рис. 3 а), спектры дифференциальной проводимости с положительными и отрицательными параметрами Dynes  $0,015\Delta$  и  $0,025\Delta$  по оси  $dI/dV$  на 2,5 и 5 усл. ед. (рис. 3 б, 4 б) и  $d^2I/dV^2$ -характеристики по оси второго производного тока на 10 и 20 усл. ед. для положительной, 15 и 30 усл. ед. для отрицательной добавки соответственно (рис. 5 а, б).

В рассчитанных вольтамперных и  $dI/dV$ -характеристиках появились более существенные изменения, на наш взгляд, связанные с феноменологическим учетом неупругого рассеяния квазичастиц в сверхпроводящих берегах контакта. ВАХ контакта при положительном  $\delta$  заметно отклоняется от традиционных андреевских зависимостей и при  $0 < eV < 0,25$  значение тока остается на уровне  $\sim 0,22$  (рис. 3 а), когда при отрицательном  $\delta$  в этом интервале, как и в эксперименте, ток равен нулю (рис. 4 а).

При учете неупругих столкновений квазичастиц в сверхпроводнике с помощью параметра Dynes на  $dI/dV$ -характеристиках проявляются отклики тока (первая андреевская особенность  $n=1$ ) при напряжении  $V_1 = 2\Delta/e$  ( $eV = 2$ ), когда при использовании классического варианта коэффициента андреевского отражения (5) и в некоторых теоретических моделях эти особенности не наблюдаются. Отметим, что такие отклики тока при напряжении  $V_1$  наблюдаются в экспериментальных работах [23, 24]. Особенно заметны амплитуды первой андреевской особенности при отрицательных параметрах  $\delta$  (рис. 4 б), однако, учет  $\delta > 0,015\Delta$  приводит к существенному искажению (размытию) этих особенностей. Оптимальное значение параметра Dynes варьируется в интервале  $0,01\Delta \div 0,015\Delta$ .

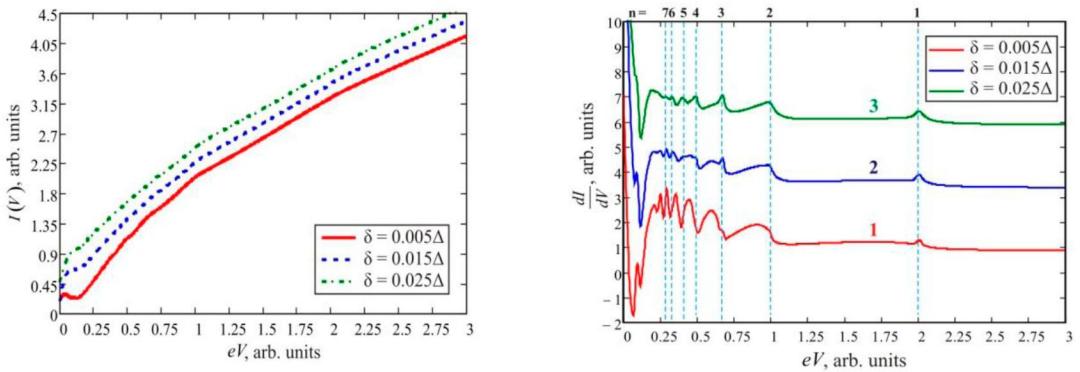


Рисунок 3 – Вольт-амперная характеристика (а) и дифференциальная проводимость (б) баллистического контакта при прозрачности барьера 0,862 (высота барьера 0,4) с положительной добавкой  $0,005\Delta; 0,015\Delta; 0,025\Delta$

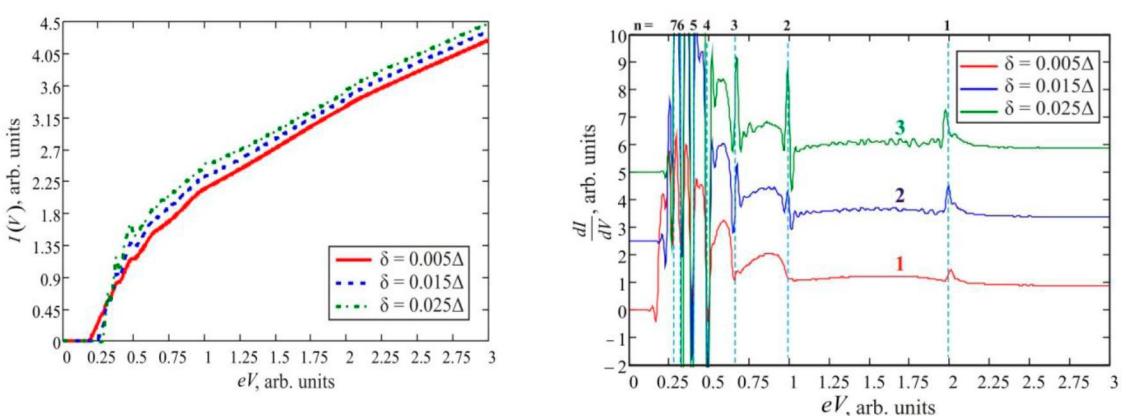


Рисунок 4 – Вольт-амперная характеристика (а) и дифференциальная проводимость (б) баллистического контакта при прозрачности барьера 0,862 (высота барьера 0,4) с отрицательной добавкой 0,005 $\Delta$ ; 0,015 $\Delta$ ; 0,025 $\Delta$

В обоих рассматриваемых случаях отчетливо наблюдаются СГС на динамической проводимости при  $n=1 \div 9$ . При отрицательном параметре Dynes в районе  $n=1$  появились существенные изменения в виде провала, отсутствующие на классических теоретических зависимостях для случая высокой прозрачности, но наблюдающиеся во многих экспериментальных работах (см. напр. [24]), амплитуды  $dI(V)/dV$ -спектров при  $n=1$  составляют следующие значения: ~0,6 усл. ед. ( $\delta=0,005\Delta$ ), ~1,1 усл. ед. ( $\delta=0,015\Delta$ ), ~1,4 усл. ед. ( $\delta=0,025\Delta$ ) (рис. 4 б). По результатам моделирования видно, что спектр динамической проводимости при  $n=1$  после достижения определенного значения плавно уменьшается, и далее при различных значений  $n$  от 2 до 9 наблюдаем эффект многократных андреевских отражений (рис. 3, 4). При отрицательном  $\delta$  в интервале  $0,25 < eV < 0,6$  спектр  $dI(V)/dV$ -проводимости носит осциллирующий характер. Отметим, что при положительном параметре Dynes первая андреевская особенность ( $n=1$ ) проявляется незначительной амплитудой и при  $\delta=0,005\Delta$  составляет ~0,35 усл. ед.,  $\delta=0,015\Delta$  – ~0,5 усл. ед.,  $\delta=0,025\Delta$  – ~0,55 усл. ед. (рис. 3 б).

Субгармонические щелевые структуры, проявляющиеся в виде пиков и провалов на спектре дифференциальной проводимости (как вследствие многократных андреевских отражений), хорошо выражаются и на  $d^2I/dV^2$ -характеристиках (рис. 5 а, б), особенно отчетливо при  $n=1 \div 3$ .

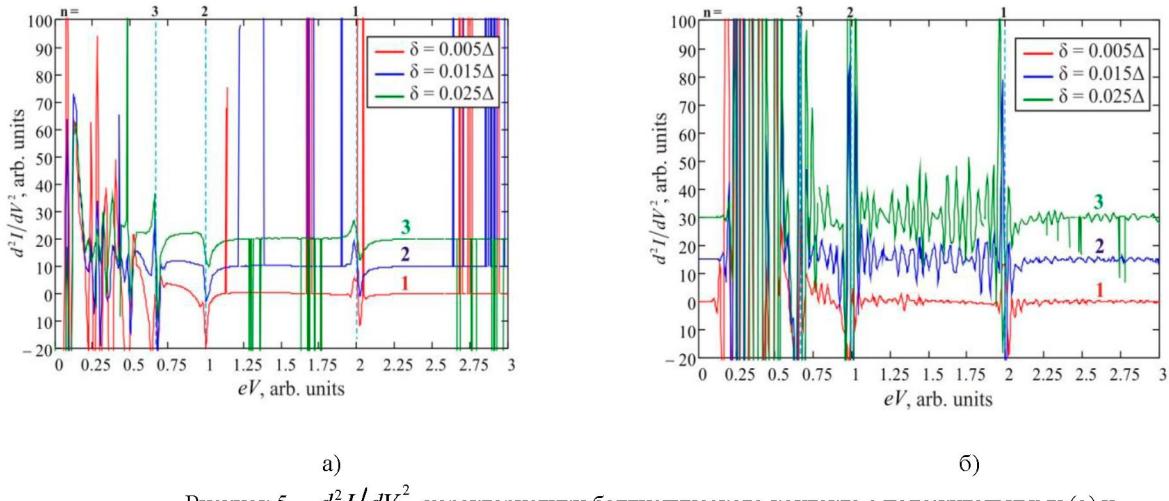


Рисунок 5 –  $d^2I/dV^2$ -характеристики баллистического контакта с положительными (а) и отрицательными (б) параметрами Dynes

Для определения влияния изменения энергетической щели на вольтамперные и  $dI/dV$ -характеристики, рассчитанные с учетом неупругого рассеяния квазичастиц, нами произведен расчет характеристик с оптимальными положительными и отрицательными параметрами Dynes 0,01 $\Delta$  с увеличением параметра порядка  $\Delta=0,01 \div 1$  (рис. 6, 7). Для удобства сравнения спектры динамической проводимости сдвинуты на 2,5 усл. ед. при  $\Delta=0,8$ ; 5,5 усл. ед. ( $\Delta=0,6$ ); 8,7 усл. ед. ( $\Delta=0,4$ ); 10,5 усл. ед. ( $\Delta=0,2$ ); 11,8 усл. ед. ( $\Delta=0,01$ ).

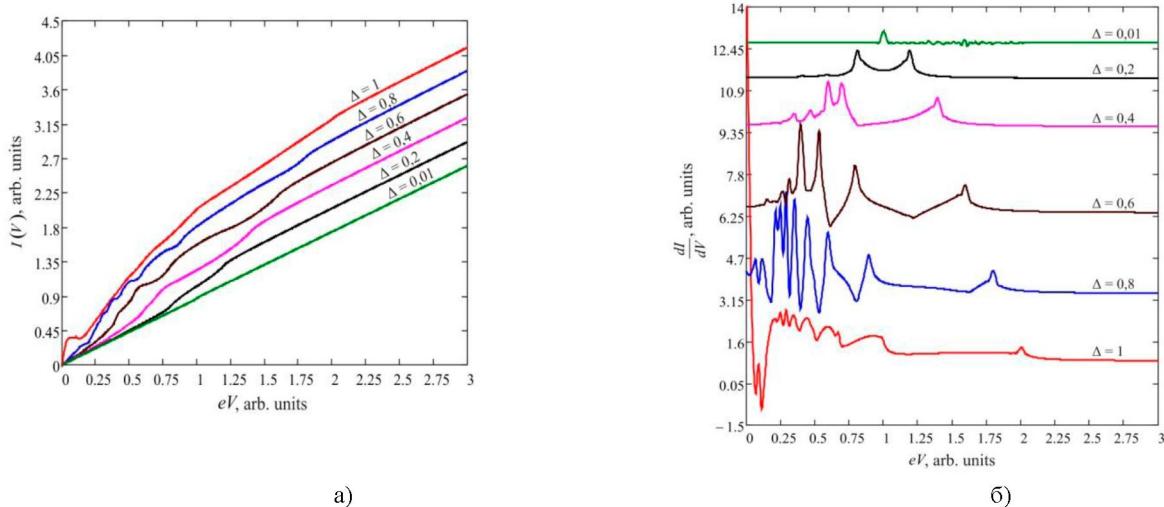


Рисунок 6 – Эволюция вольт-амперной характеристики (а) и дифференциальной проводимости (б) баллистического контакта при прозрачности барьера 0,862 с положительной добавкой  $0,01\Delta$  с увеличением параметра порядка  $\Delta=0,01\div 1$

На представленных характеристиках выражено проявление СГС вплоть до  $\Delta=0,4$  (рис. 6 б, 7 б). При значении энергетической щели  $\Delta=0,01$  вольтамперные и  $dI/dV$ -характеристики приближаются к омической зависимости  $I=V/R$ , это связано с уменьшением концентрации куперовских пар в сверхпроводнике при понижении  $\Delta$ . Как и в предыдущих ВАХ, с учетом положительной  $\delta$  (рис. 4 а) вблизи нуля (при  $eV < 0,25$ ) происходят существенные отклонения не присущие андреевским характеристикам (рис. 6 а). При отрицательном параметре Dynes первая и вторая андреевские особенности проявляются отчетливо по сравнению с положительным параметром (рис. 7 б).

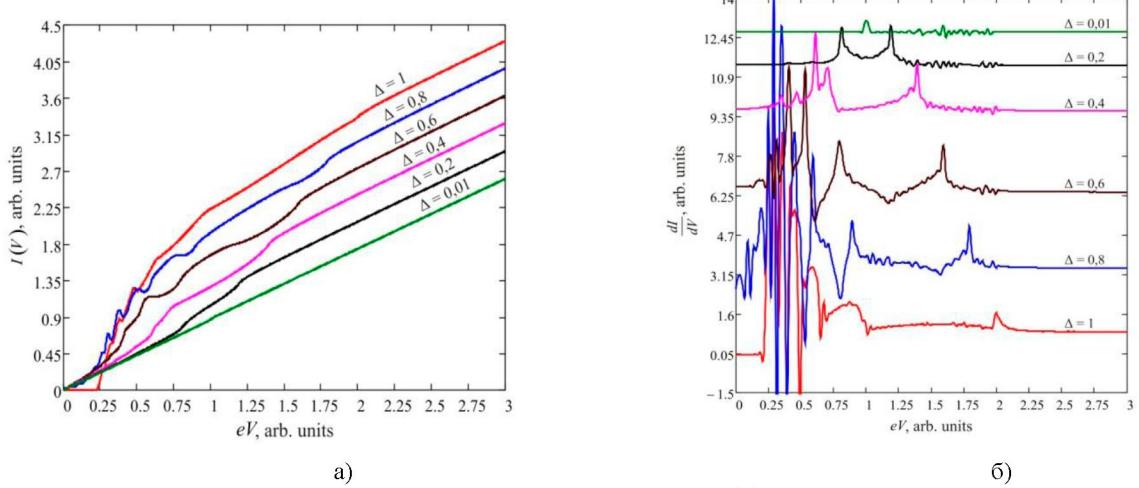


Рисунок 7 – Эволюция вольт-амперной характеристики (а) и дифференциальной проводимости (б) баллистического контакта при прозрачности барьера 0,862 с отрицательной добавкой  $0,01\Delta$  с увеличением параметра порядка  $\Delta=0,01\div 1$

Таким образом, в данной работе путем имитации неупругого рассеяния квазичастиц в сверхпроводнике введением параметра Dynes (в виде малой положительной и отрицательной добавки) исследованы ВАХ, спектры динамической проводимости баллистического контакта. Показано, что амплитуды первой, второй андреевских особенностей, наблюдаемые при напряжениях  $V_1 = 2\Delta/e$ ,  $V_2 = \Delta/e$ , при отрицательных параметрах Dynes проявляются отчетливее, нежели при положительном, однако, превышение данного параметра  $\delta > 0,015\Delta$  приводит к значительному искажению наблюдавшихся особенностей спектра. Определены оптимальные значения параметра Dynes для расчета транспортных характеристик, варьируемые в интервале  $0,01\Delta \div 0,015\Delta$ . Рассчитаны семейства вольтамперной и  $dI/dV$ -характеристик баллистического контакта с увеличением величины параметра порядка от 0,01 до 1 при прозрачности барьера 0,862

(при высоте барьера  $h_b = 4$ ). Выявлено, что при феноменологическом учете неупругого рассеяния квазичастиц в сверхпроводниках баллистического контакта, в случае приложения напряжения равное щелевому  $V = V_g$ , на ВАХ и спектрах динамической проводимости наблюдаются изменения в виде выраженных максимумов и минимумов, проявляющиеся в экспериментальных работах.

*Работа поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований (проект №14-32-50485\_мол\_пр) и МОН РК (проект №1332/ГФ-14-ОТ).*

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Likharev K., Mukhanov O., Semenov V. Ultimate performance of RSFQ logic circuits // IEEE. Trans. Mag. – 1987. – Vol. 23. – P. 759-762.
- [2] Macha P., Oelsner G., Reiner J.M., Marthaler M., Andre S., Schon G., Hubner U., Meyer H.G., Il'ichev E., Ustinov A.V. Implementation of a quantum metamaterial using superconducting qubits // Nature Communications. – 2014. – Vol. 5. – P. 5146.
- [3] Maezawa M., Suzuki M., Shoji A. Analog-to-digital converter based on RSFQ technology for radio astronomy applications // Supercond. Sci. Technol. – 2001. – Vol. 14, No. 12. – P. 1106-1110.
- [4] Gonnelli R.S., Tortello M., Daghero D., Ummarino G.A., Stepanov V.A., Kim J.S. Two-gap superconductivity in the Fe-1111 superconductor LaFeAsO<sub>1-x</sub>F<sub>x</sub>: A point-contact Andreev-reflection study // Cent. Eur. J. Phys. – 2009. – Vol. 7. – P. 251-256.
- [5] Белоголовский М.А., Бойло И.В., Ларкин С.Ю. Транспортные характеристики контакта ферромагнитный металл – изолятор – сверхпроводник: определение спиновой поляризации электронов проводимости // Электроника и связь (Electron. Comm.) – 2014. – Vol. 19, №3(80). – Р. 13-20.
- [6] Овсянников Г.А., Константинян К.И. Эффект Джозефсона в купратных сверхпроводниковых структурах // Физика низких температур. – 2012. – Т. 38, вып. 4. – С. 440-445. [Ovsyannikov G.A., Constantinian K.Y. Josephson effect in cuprate superconducting structures // Low Temp. Phys. – 2012. – Vol. 38. – P. 333-340.]
- [7] Пономарев Я.Г., Максимов Е.Г. ТунNELьная и андреевская спектроскопия высокотемпературных сверхпроводников // Письма в ЖЭТФ. – 2002. – Т. 76, вып. 6. – С. 455-462.
- [8] Борисова И.А., Краак В., Крапф А., Оськина Т.Е. и др. Определение цели в сверхпроводящих вискерах Bi-Sr-Ca-Cu-O (2:2:1:2-фаза) с помощью туннельной спектроскопии // Письма в ЖЭТФ. – 1994. – Т. 59, вып. 5. – С. 334-338.
- [9] Пономарев Я.Г. Туннельная и андреевская спектроскопия высокотемпературных сверхпроводников // УФН. – 2002. – Т. 172, №6. – С. 705-711.
- [10] Шмидт В.В. Введение в физику сверхпроводников. – М.: МЦНМО, 2000. – 398 с.
- [11] Bardeen J., Cooper L.N., Schriffer J.R. Theory of Superconductivity // Phys. Rev. – 1957. – Vol. 108. – P. 1175-1204.
- [12] Dynes R.C., Narayanamurti V., Garmo J.P. Direct Measurement of Quasiparticle-Lifetime Broadening in a Strong-Coupled Superconductor // Phys. Rev. Lett. – 1978. – Vol. 41. – P. 1509-1512.
- [13] Свищунов В.М., Бойло И.В., Белоголовский М.А. Транспортные характеристики туннельных гетероструктур: переход от квантового к классическому пределу // Физика низких температур. – 2012. – Т. 38, вып. 4. – С. 440-445. [Svistunov V.M., Boylo I.V., Belogolovskii M.A. Transport characteristics of tunnel heterostructures: Transition from the quantum to the classical limit // Low Temp. Phys. – 2012. – Vol. 38. – P. 345-348.]
- [14] Бобров Н.Л. Неупругое электрон-фононное рассеяние и избыточный ток в сверхпроводящих микроконтактах с малой длиной когерентности // Физика низких температур. – 2015. – Т. 41, вып. 8. – С. 768-776.
- [15] Бобров Н.Л., Хоткевич А.В., Камарчук Г.В., Чубов П.Н. Микроконтактная спектроскопия электрон-фононного взаимодействия в сверхпроводниках // Физика низких температур. – 2014. – Т. 40, вып. 3. – С. 280-298. [Bobrov N.L., Khotkevich A.V., Kamarchuk G.V., Chubov P.N. Point-contact spectroscopy of electron-phonon interaction in superconductors // Low Temp. Phys. – 2014. – Vol. 40. – P. 215.]
- [16] Андреев А.Ф. Теплопроводность промежуточного состояния сверхпроводников // ЖЭТФ. – 1964. – Т. 46. – С. 1823. [Andreev A.F. Thermal conductivity of the intermediate state of superconductors // Sov. Phys. JETP. – 1964. – Vol. 19. – P. 1228-1231.]
- [17] Blonder G.E., Tinkham M., Klapwijk T.M. Transition from metallic to tunneling regimes in superconducting microconstrictions: Excess current, charge imbalance, and supercurrent conversion // Phys. Rev. B. – 1982. – Vol. 25. – P. 4515-4532.
- [18] Averin D., Bardas A. ac Josephson Effect in Single Quantum Channel // Phys. Rev. Lett. – 1995. – Vol. 75. – P. 1831-1834 [arXiv:cond-mat/9505096v1 22 May 1995].
- [19] Octavio M., Tinkham M., Blonder G.E., Klapwijk T.M. Subharmonic energy-gap structure in superconducting constrictions // Phys. Rev. B. – 1983. – Vol. 27. – P. 6739.
- [20] Bardas A., Averin D. Electron transport in mesoscopic disordered superconductor – normal-metal – superconductor junctions // Phys. Rev. – 1997. – Vol. 56. – P. R8518- R8521.
- [21] Tanaka Y., Kashiwaya S. Theory of the Josephson effect in d-wave superconductors // Phys. Rev. B. – 1996. – Vol. 53. – P. R11957.
- [22] Сергеев Д.М., Кузьмичев С.А., Аймаганбетова З.К., Шункеев К.Ш. Моделирование динамической проводимости баллистических контактов на основе сверхпроводников со слабосцилирующим параметром порядка в диапазоне энергии 60-100 meV в режиме высокой прозрачности // Известия НАН РК. Серия физ.-мат. – 2015. – Vol. 2, No 300. – С. 116-123.
- [23] Пономарев Я.Г., Кузьмичев С.А., Кадомцева Н.М., Михеев М.Г. и др. Исследование сверхпроводящей системы Mg<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>B<sub>2</sub> методами туннельной и микроконтактной (андреевской) спектроскопии // Письма в ЖЭТФ. – 2004. – Т. 79, вып. 10. – С. 597-601.
- [24] Ponomarev Ya.G., Kuzmichev S.A., Mikheev M.G., Sudakova M.V., et. al. Evidence for a two-band behavior of MgB<sub>2</sub> from point-contact and tunneling spectroscopy // Solid State Commun. – 2004. – Vol. 129. – P. 85-89.

## REFERENCES

- [1] Likharev K., Mukhanov O., Semenov V. IEEE. Trans. Mag., 1987, 23, 759-762 (in Eng.).

- [2] Macha P., Oelsner G., Reiner J.M., Marthaler M., Andre S., Schon G., Hubner U., Meyer H.G., Il'ichev E., Ustinov A.V. *Nature Communications*, **2014**, 5, 5146 (in Eng.).
- [3] Maezawa M., Suzuki M., Shoji A. *Supercond. Sci. Technol.*, **2001**, 14, 12, 1106-1110 (in Eng.).
- [4] Gonnelli R.S., Tortello M., Daghero D., Ummarino G.A., Stepanov V.A., Kim J.S. *Cent. Eur. J. Phys.*, **2009**, 7, 251-256 (in Eng.).
- [5] Belogolovskii M.A., Boylo I.V., Larkin S.Yu. *Electron. Comm.*, **2014**, 19, 3(80), 13-20 (in Russ.).
- [6] Ovsyannikov G.A., Constantinian K.Y. *Low Temp. Phys.*, **2012**, 38, 333-340 (in Eng.).
- [7] Ponomarev Ya.G., Maksimov E.G. *Pis'ma v ZhTEF*, **2002**, 76, 6, 455-462 (in Russ.).
- [8] Borisova I.A., Kraak B., Krapf A., Os'kina T.E., et al. *Pis'ma v ZhTEF*, **1994**, 59, 5, 334-338 (in Russ.).
- [9] Ponomarev Ya.G. *UFN*, **2002**, 172, 6, 705-711 (in Russ.).
- [10] Shmidt V.V. *Vvedenie v fiziku sverkhprovodnikov*. M.: MCNMO, 2000. 398 p. (in Russ.).
- [11] Bardeen J., Cooper L.N., Schriffer J.R. *Phys. Rev.*, **1957**, 108, 1175-1204 (in Eng.).
- [12] Dynes R.C., Narayanamurti V., Gorno J.P. *Phys. Rev. Lett.*, **1978**, 41, 1509-1512 (in Eng.).
- [13] Svistunov V.M., Boylo I.V., Belogolovskii M.A. *Low Temp. Phys.*, **2012**, 38, 345-348 (in Eng.).
- [14] Bobrov N.L. *Fizika Nizkikh Temperatur*, **2015**, 41, 8, 768-776 (in Russ.).
- [15] Bobrov N.L., Khotkevich A.V., Kamarchuk G.V., Chubov P.N. *Low Temp. Phys.*, **2014**, 40, 215 (in Eng.).
- [16] Andreev A.F. *Sov. Phys. JETP*, **1964**, 19, 1228-1231 (in Eng.).
- [17] Blonder G.E., Tinkham M., Klapwijk T.M. *Phys. Rev. B*, **1982**, 25, 4515-4532 (in Eng.).
- [18] Averin D., Bardas A. *Phys. Rev. Lett.*, **1995**, 75, 1831-1834 [arXiv:cond-mat/9505096v1] (in Eng.).
- [19] Octavio M., Tinkham M., Blonder G.E., Klapwijk T.M. *Phys. Rev. B*, **1983**, 27, 6739 (in Eng.).
- [20] Bardas A., Averin D. *Phys. Rev.*, **1997**, 56, R8518-R8521 (in Eng.).
- [21] Tanaka Y., Kashiyama S. *Phys. Rev. B*, **1996**, 53, R11957 (in Eng.).
- [22] Sergeyev D.M., Kuzmichev S.A., Aimaganbetova Z.K., Shunkeyev K.Sh. News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physico-Mathematical Series, **2015**, 2, 300, 116-123 (in Russ.).
- [23] Ponomarev Ya.G., Kuzmichev S.A., Kadomcheva N.M., Mikheev M.G., et al. *Pis'ma v ZhTEF*, **2004**, 79, 10, 597-601 (in Russ.).
- [24] Ponomarev Ya.G., Kuzmichev S.A., Mikheev M.G., Sudakova M.V., et al. *Solid State Commun.*, **2004**, 129, 85-89 (in Eng.).

**АСҚЫН ӨТКІЗГІШТЕГІ КВАЗИБӨЛШЕКТЕРДІҢ СЕРПІМСІЗ ШАШЫРАУЫ ПРОЦЕСІН ЕСЕПКЕ  
АЛУМЕН БАЛЛИСТИКАЛЫҚ ДЖОЗЕФСОНДЫҚ ТҮЙІСПЕЛЕРДІҢ ЭНЕРГЕТИКАЛЫҚ  
СИПАТТАМАЛАРЫН МОДЕЛЬДЕУ**

Д.М. Сергеев, А.Н. Васильев, К.Ш. Шункеев  
serdau@rambler.ru

**Түйін сөздер:** асқын өткізгіштік, бірнеше реттік Андреев шағылуы, квазибөлшектердің серпімсіз шашырауы, Dynes параметрі, баллистикалық түйіспе, дифференциальдық өткізгіштік, вольтамперлік сипаттама.

**Аннотация.** Макалада бірнеше реттік Андреев шағылуы теориясы аясында асқын өткізгіштердегі квазибөлшектердің серпімсіз шашырауын (Dynes параметрін) енгізу арқылы есепке алумен «асқын өткізгіш – қалыпты металл – асқын өткізгіш» баллистикалық түйіспелердің вольтамперлік,  $dI/dV$  - және  $d^2I/dV^2$  -сипаттамалары есептелді. Dynes параметрінің оңтайтын мәндері анықталды. Dynes параметрінің теріс мәндерінде  $V_1 = 2\Delta/e$ ,  $V_2 = \Delta/e$  көрнеулерінде динамикалық өткізгіштік спектрінде субгармоникалық санылаулық құрылымдар анықтап көрсетілді. Асқын өткізгіштік санылаудың шамасы 0,01-ден 1-ге дейін көбейгенде барьер мөлдірлігі 0,862 мәнінде түйіспенің вольтамперлік және  $dI/dV$  -сипаттамаларының әзіліліктерінде квазибөлшектердің серпімсіз шашырауының есебімен көрнекі мәнінде көрсетілді. Асқын өткізгіштік санылаудың шамасы 0,01-ден 1-ге дейін көбейгенде барьер мөлдірлігі 0,862 мәнінде түйіспенің вольтамперлік және  $dI/dV$  -сипаттамаларының әзіліліктерінде квазибөлшектердің серпімсіз шашырауының есебімен көрнекі мәнінде көрсетілді.

SERGEYEV D.M., CANDIDATE OF PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES, ASSOCIATE PROFESSOR,  
DEPARTMENT OF PHYSICS OF CONDENSED STATE, DEPARTMENT OF RADIO ELECTRONICS

Zhubanov Aktobe Regional State University, Aktobe

Military Institute of Air Defence Forces, Aktobe

VASILIEV A.N., DOCTOR OF PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES, PROFESSOR, DEPARTMENT OF  
LOW TEMPERATURE PHYSICS AND SUPERCONDUCTIVITY

Lomonosov Moscow State University, Moscow

SHUNKEYEV K.Sh., DOCTOR OF PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES, PROFESSOR, DEPARTMENT  
OF PHYSICS OF CONDENSED STATE

Zhubanov Aktobe Regional State University, Aktobe

Поступила 26.09.2015 г.