

MATHEMATICAL MODEL OF TRANSFER OF GAS MIX WITH DROPS IN A CONTACT ZONE OF THE MASS-EXCHANGED DEVICE WITH SPIRAL NOZZLES

O. S. Balabekov¹, B. R. Ismailov², A. A. Volnenko², Kh. B. Ismailov²

¹South Kazakhstan State Pedagogical Institute, Shymkent, Kazakhstan,

²M. Auezov South Kazakhstan State University, Shymkent, Kazakhstan.

E-mail: ismailb@mail.ru, nii_mm@mail.ru

Key words: mass transfer, nozzle, apparatus, mixture.

Abstract. The mathematical modeling of the droplets transfer in the gas flow in the channel of the mass transfer device with the mobile helices has been developed. To simplify the description of the process the key assumptions with their justifications are presented; the applicability of the model of interaction of the gas with drops in the field of velocities calculated by the two-dimensional Navier -Stokes equations in the variables of Helmholtz is presented as well. Implementation of the finite-difference scheme for a system of normal one-dimensional differential equations for dynamic functions provided for determination of their numerical values for the moments of the process and the various sections of the vertical axis of the channel mass-transfer apparatus with nozzles. Value of the reduced density of the second phase of the last section on the vertical axis and the last calculated points in time makes it possible to find the main target-substance concentration at the outlet of the machine. The developed mathematical model together with the Navier-Stokes equations to describe the velocity field in the technological device channel can also be used for the calculation and optimization of the shape and size of other packing elements. Wherein the packing shape factor will be considered by the initial and boundary conditions for dynamic functions

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕНОСА СМЕСИ ГАЗА С КАПЛЯМИ В КОНТАКТНОЙ ЗОНЕ МАССООБМЕННОГО АППАРАТА СО СПИРАЛЬНЫМИ НАСАДКАМИ

О. С. Балабеков¹, Б. Р. Исмаилов², А. А. Волненко², Х. Б. Исмаилов²

¹Южно-Казахстанский государственный педагогический институт, Шымкент, Казахстан,

²Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауэзова, Шымкент, Казахстан

Ключевые слова: массообмен, насадка, аппарат, модель, смесь.

Аннотация. Проведено математическое моделирование процесса переноса капель в газовом потоке в канале массообменных аппаратов с подвижными спиральными насадками. Для упрощения описания процесса приведены основные допущения с их обоснованиями, а также применимость модели взаимодействия газа с каплями в поле скоростей, рассчитанном по двумерным уравнениям Навье-Стокса в переменных Гельмгольца. Реализацией конечно-разностной схемы для системы нормальных одномерных дифференциальных уравнений для динамических функций найдены их численные значения для моментов времени проведения процесса и различных сечений по вертикальной оси канала массообменного аппарата с насадками. Значение приведенной плотности по второй фазе для последнего сечения по вертикальной оси и последнего расчетного момента времени дает возможность найти основное целевое значение-концентрацию вещества на выходе аппарата. Разработанная математическая модель совместно с уравнениями Навье-Стокса для описания поля скоростей в канале технологического аппарата может быть использована также для расчета и оптимизации формы и размеров других насадочных элементов. При этом фактор формы насадок будет учтен начальными и граничными условиями для динамических функций.

В настоящее время создано большое количество колонных аппаратов, используемых для проведения процессов абсорбции, десорбции, ректификации, экстракции, теплообмена, испарения и конденсации, а также в качестве экологического оборудования для очистки газовых выбросов промышленных предприятий. Среди них можно выделить отдельный класс аппаратов с регулярной подвижной насадкой, которые в своей работе используют закономерности вихревого взаимодействия потоков газа и жидкости [1, 2]. Они значительно превосходят широкоприменяемые ныне конструкции тепломассообменных и газоочистных аппаратов вследствие невысокой энергоемкости при высокой эффективности проводимых процессов, т.е. обладают несомненным преимуществом, таким как низкая капиталоемкость производства.

В аппаратах с регулярной насадкой возможно создание классической вихревой структуры потоков, а также вихревой структуры потоков, осложненной вращением и вибрацией насадочных элементов [3].

Строгое математическое моделирование всего процесса взаимодействия газа и жидкости в аппарате с различными вибрирующими насадочными элементами, в нашем случае, спиральными, невозможно ввиду того, что учет всего комплекса физико-химических, динамических, геометрических факторов приводит к непреодолимым математическим трудностям. В связи с этим, вышеуказанный процесс рассматривается со следующими допущениями:

1. Размеры капель во много раз больше молекулярно-кинетических размеров.
2. Размеры капель во много раз меньше расстояний в аппарате с насадками, на которых макроскопические параметры двухфазной среды меняются существенно.
3. Смесь монодисперсная, капли в каждом элементарном макрообъеме контактной зоны аппарата с насадками имеют одинаковые радиусы, причем объемная концентрация дисперсной фазы не очень велика, так что

$$\alpha_2^2 \ll 1. \quad (1)$$

4. Энергией и другими эффектами броуновского и внутреннего движения капель можно пренебречь.

5. Отсутствуют процессы дробления, коагуляции и образования новых дисперсных частиц.

6. Вязкость и теплопроводность газа и жидкости проявляются лишь в процессах межфазного взаимодействия, которые характеризуются интенсивностью межфазного переноса, коэффициентом силы взаимодействия и не проявляются в макроскопическом переносе импульса и энергии, характеризуемом величиной приведенного тензора напряжений.

7. Истинная плотность газа много меньше плотности недеформируемой капли, и как следствие работа внутренних сил равна нулю.

8. В силу малой плотности газа и небольшой радиальной скорости газа на межфазной границе энергия мелкомасштабного движения газа мала и поэтому перепады давления около капель малы, а средние давления фаз могут отличаться только за счет сил поверхностного натяжения.

Анализ экспериментальных данных [4, 5], в которых рассматривались аналогичные задачи, а также оценка численных значений гидромеханических и массообменных характеристик показывают, что предпосылки 1 – 8 выполняются:

1. Среднестатистическое распределение капель по размерам в аппарате с насадочными элементами при рабочих скоростях газа и плотности орошения в пределах $5 \div 50 \text{ м}^3/\text{м}^2\text{ч}$ показывает, что диаметр наиболее часто встречающихся капель больше 1 мм, т.е. намного больше, чем размеры молекул, расстояний между ними (т.е. молекулярно-кинетических размеров).

2. В контактной зоне аппарата с насадками отсутствуют зоны, в которых происходят процессы образования капель и где размеры капель меняются от 0 до максимального своего значения. Средний линейный размер этих зон сопоставим с диаметрами витков спирали $\approx 100 \text{ мм}$. Так как это значение во много раз больше размера капель, второе – допущение имеет место.

3. В контактной зоне аппарата при стекании пленок жидкости с насадок, за счет сгущения линией тока возникают зоны с максимальной скоростью. Из-за большой кинетической энергии этого потока и происходит собственно, процесс диспергирования. В остальных зонах аппарата скорость, и соответственно кинетическая энергия недостаточна для вторичного дробления капель. Таким образом, в достаточно малом объеме зоны образования капель смесь можно считать монодисперсной. Из-за мелких размеров капель ($\approx 1 \div 3 \text{ мм}$) и за счет сил поверхностного натяжения жидкости также отсутствует коагуляция капель. Таким образом, третье допущение выполняется.

4. По сравнению с макроскопической кинетической энергией газа, энергия броуновского и внутреннего вращательного движения мала.

5. В пределах значений плотности орошения $L = 5 \div 50 \text{ м}^3/\text{м}^2\text{ч}$ объемная концентрация капель достаточно мала, что позволяет предположить о малости взаимодействия и столкновения между каплями.

6. В контактной зоне аппарата вязкости газа и жидкости влияют на интенсивность массообмена в пределах микроскопического уровня и не проявляются в макроскопическом переносе импульса и энергии, т.е. тензор вязких напряжений σ_{μ}^{kl} равен нулю.

7. Так как $\rho_g = 1,29 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{жс} = 1000 \text{ кг/м}^3$ и капли практически недеформируемы, то действительно имеет место соотношение

$$\rho_1^0 \ll \rho_2^0, \quad \rho_2^0 = \text{const}, \quad \omega_{2a} = 0, \quad A_2 = 0, \quad (2)$$

где ρ_1^0 , ρ_2^0 – истинные плотности фаз, кг/м^3 ; ω_{2a} – радиальная скорость поверхности капель, м/с ; A_2 – работа внутренних сил в капле в единицу времени.

8. Применительно к аппарату с насадками данное допущение правомерно, так как ρ_1^0 – мала, ω_{1a} – радиальная скорость на поверхности капель невелика (так как $W_e < 5 \text{ м/с}$), поэтому энергия мелкомасштабного движения газовой фазы мала. Значит, будут выполнены условия:

$$k_1 = 0, \quad \Pi^{kl} = 0, \quad (3)$$

$$p_2 = P_1 + 2 \Sigma / a, \quad p_1 = p_{1a} = p, \quad (4)$$

где k_1 – кинетическая энергия пульсационного движения газовой фазы, $\text{м}^2/\text{с}^2$; Π^{kl} – тензор пульсационных напряжений, $\text{кг}/(\text{м} \cdot \text{с}^2)$; p , p_1 , p_2 – давление и его составляющие, $\text{кг}/(\text{м} \cdot \text{с}^2)$; Σ – поверхностное натяжение, $\text{кг}/\text{с}^2$.

Таким образом, все 8 допущений для аппарата с насадками обоснованны, и уравнения сохранения, совместного деформирования и состояния фаз имеют следующий вид [6]:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 v_1^k}{\partial x^k} = -nj_{12}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 v_2^k}{\partial x^k} = nj_{12},$$

$$\frac{d_2 a}{dt} = \frac{j_{12}}{4\pi a^2 \rho_2^0}, \quad n = \frac{3\alpha_2}{4\pi a^3}, \quad (6)$$

$$\rho_1 \frac{d_1 v_1^k}{dt} = -\left(1 - \frac{3}{2}\alpha_2\right) \frac{\partial P}{\partial x^k} - \left(1 - \frac{3}{2}\alpha_2\right) n f_\mu^k + \left(1 - \frac{3}{2}\alpha_2\right) nj_{12} w_{12}^k + \left(1 - \frac{1}{2}\alpha_2\right) \rho_1 g_1^k, \quad (7)$$

$$\rho_2 \frac{d_2 v_2^k}{dt} = -\frac{3}{2}\alpha_2 \frac{\partial P}{\partial x^k} + \left(1 - \frac{3}{2}\alpha_2\right) n f_\mu^k + \frac{3}{2}\alpha_2 nj_{12} w_{12}^k + \rho_2 g_2^k + \frac{1}{2}\alpha_2 \rho_1 g_1^k, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \rho_1 \frac{d_1}{dt} \left(u_1 + \frac{v_1^2}{2} \right) + \rho_2 \frac{d_2}{dt} \left(u_2 + \frac{v_2^2}{2} \right) = \\ = -\frac{\partial}{\partial x^k} p (\alpha_1 v_1^k + \alpha_2 v_2^k) + nj_{12} \left(u_1 - u_2 + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} \right) + \rho_1 g_1^k v_1^k + \rho_2 g_2^k v_2^k, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\rho_2 \frac{d_2 u_2}{dt} = n g_{\Sigma 2} + nj_{12} (u_{2a} - u_2), \quad (10)$$

$$p_2 = p + 2\Sigma/a, \quad (11)$$

где ρ_1, ρ_2 - приведенные плотности фаз: $\rho_i = \alpha_i \cdot \rho_i^0$, $i=1,2$; f_μ^k - сила межфазного трения, кг·м/с²; w_{12}^k - скорость относительного макроскопического движения фаз, м/с; j_{12} - концентрация вещества, переходящей из жидкой в газовую фазу.

Определению f_μ посвящено большое количество работ, например [6, 7]. Среди известных результатов (как теоретического, так и экспериментального характера) работе аппарата с насадками подходит следующая формула [6]:

$$f_\mu = \xi_L \pi a^2 \frac{\rho_1^0 w_{12*}}{2}, \quad (12)$$

где ξ_L - коэффициент сопротивления; $\text{Re}_{12*} = \frac{2a\rho_1^0 w_{12*}}{\mu}$ - число Рейнольдса, вычисленное по

значению характерной относительной скорости фаз; $w_{12*} = \frac{\alpha_1 |u_e - u_k|}{\alpha_{1*}}$ - характерная относительная

скорость, м/с; $\alpha_{1*} = 1 - b\alpha_2^{3/2}$ - минимальное проходное сечение в смеси между каплями (среднее проходное сечение между каплями равно α_1) и зависящая от формы частиц и расположения их центров [3]; b - коэффициент, учитывающий аппроксимацию α_{1*} по его значениям для кубического ($b_{cub} = 1,205$) и тетраэдрического ($b_{tet} = 1,103$) расположения центров сферических капель. Нами в расчете будет использовано значение

$$b = \frac{b_{cub} + b_{tet}}{2} \cong 1,15.$$

Как показал опыт решения подобных задач, систему Навье-Стокса [6] в двумерной постановке для нахождения поля скоростей необходимо представить в переменных Гельмгольца [8, 9], которые имеют ряд преимуществ в вычислительном плане. Например, нет необходимости ставить граничные условия для давления, а выявление физических особенностей функций тока и завихренности позволяют наглядно представить решения в виде линий тока обтекания насадок в каналах технологических аппаратов, очертить вихревые и застойные зоны.

Расчеты составляющих скорости газа при обтекании насадок показали, что вертикальная составляющая скорости значительно превосходит поперечную составляющую [8, 9]. По этой причине примем одномерную модель взаимодействия газа с каплями:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u_z}{\partial x} = -n j_{12}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 u_\kappa}{\partial x} = n j_{12}, \quad (14)$$

$$n = \frac{3\alpha_2}{4\pi a^3}, \quad (15)$$

$$\rho_1 \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) = - \left(1 - \frac{3}{2} \alpha_2 \right) \left(\frac{\partial P}{\partial x} + n f_\mu - n j_{12} w_{12} \right) + \left(1 - \frac{1}{2} \alpha_2 \right) \rho_1 g_1, \quad (16)$$

$$\rho_2 \left(\frac{\partial u_\kappa}{\partial t} + u_\kappa \frac{\partial u_\kappa}{\partial x} \right) = \frac{3n}{2} \alpha_2 \left(j_{12} w_{12} - \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \left(1 - \frac{3}{2} \alpha_2 \right) n f_\mu + \rho_2 g_2 + \frac{1}{2} \alpha_2 \rho_1 g_1^k, \quad (17)$$

$$\rho_1 \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \rho_1 \left(\frac{\partial u_\kappa}{\partial t} + u_\kappa \frac{\partial u_\kappa}{\partial x} \right) = - \frac{\partial}{\partial x} p (\alpha_1 u_z + \alpha_2 u_\kappa) + n j_{12} (u_z - u_\kappa) + \rho_1 g_1 u_z + \rho_2 g_2 u_\kappa, \quad (18)$$

$$\rho_2 \left(\frac{\partial u_\kappa}{\partial t} + u_\kappa \frac{\partial u_\kappa}{\partial x} \right) = n g_{\Sigma_2} + n j_{12} (u_{\kappa\alpha} - u_\kappa), \quad (19)$$

$$p_2 = p + \frac{2\Sigma}{a}, \quad (20)$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1. \quad (21)$$

Систему дифференциальных уравнений (13) - (21) за счет нелинейности входящих в нее членов решаем численным методом. Рабочую зону аппарата с насадками разобьем на следующую сетку

$$x_m = m \cdot \frac{H}{M}, \quad m = \overline{0, M},$$

$$t_l = l \cdot \frac{H}{W_\varepsilon L}, \quad l = \overline{0, L}.$$

Введем начальные условия для искомых функций в начальный момент времени:

$$u_z(x, 0) = W_\varepsilon, \quad u_\kappa(x, 0) = u_{\text{жс}},$$

$$\alpha_1(x, 0) = \varphi, \quad \alpha_2(x, 0) = 1 - \alpha_1(x, 0),$$

$$\rho_1(x, 0) = \alpha_1(x, 0) \cdot \rho_\varepsilon, \quad \rho_2(x, 0) = \alpha_2(x, 0) \cdot \rho_{\text{жс}},$$

$$j_{12}(x, 0) = \rho_1(x, 0) \frac{W_\varepsilon}{H}, \quad P(x, 0) = P_1 - P_2,$$

$$n(x, 0) = \frac{3\alpha_2(x, 0)}{4\pi a^3}.$$

Граничные условия ставятся в точке $x = 0$ и $x = H$:

$$\begin{aligned}u_z(0,t) &= W_z, \quad u_z(H,t) = W_z, \\u_k(0,t) &= 0, \quad u_k(H,t) = 0, \\\alpha_1(0,t) &= \bar{\alpha}_1, \quad \alpha_1(H,t) = \bar{\alpha}_1, \\\alpha_2(0,t) &= 1 - \alpha_1(0,t), \quad \alpha_2(H,t) = 1 - \alpha_1(H,t), \\\rho_1(0,t) &= \bar{\alpha}_1 \cdot \rho_z, \quad \rho_1(H,t) = \bar{\alpha}_1 \cdot \rho_z, \\\rho_2(0,t) &= (1 - \bar{\alpha}_1) \cdot \rho_{ж}, \quad \rho_2(H,t) = (1 - \bar{\alpha}_1) \cdot \rho_{ж}, \\j_{12}(0,t) &= \rho_1(0,t) \frac{W_z}{H}, \quad j_{12}(H,t) = \rho_1(H,t) \frac{W_z}{H}, \\P(0,t) &= P_1, \quad P(H,t) = P_2, \\n(0,t) &= \frac{3\alpha_2(0,t)}{4\pi r^3}, \quad n(H,t) = 0.\end{aligned}$$

Для решения системы дифференциальных уравнений (13)-(21) конечно-разностный метод. Аппроксимация уравнений (13) и (14) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}\frac{\rho_{1,m,l+1} - \rho_{1,m,l}}{h_t} + \frac{\rho_{1,m+1,l} \cdot u_{z,m+1,l} - \rho_{1,m,l} \cdot u_{z,m,l}}{h_x} &= -n_{m,l} \cdot j_{12,m,l}, \\\frac{\rho_{2,m,l+1} - \rho_{2,m,l}}{h_t} + \frac{\rho_{2,m+1,l} \cdot u_{k,m+1,l} - \rho_{2,m,l} \cdot u_{k,m,l}}{h_x} &= n_{m,l} \cdot j_{12,m,l}.\end{aligned}$$

Так как использование аппроксимации «вперед» приводит к появлению неизвестных в точке $(m+1,l)$, то применим аппроксимацию «назад»:

$$\frac{\rho_{1,m,l+1} - \rho_{1,m,l}}{h_t} + \frac{\rho_{1,m,l} \cdot u_{z,m,l} - \rho_{1,m-1,l} \cdot u_{z,m-1,l}}{h_x} = -n_{m,l} \cdot j_{12,m,l}, \quad (22)$$

$$\frac{\rho_{2,m,l+1} - \rho_{2,m,l}}{h_t} + \frac{\rho_{2,m,l} \cdot u_{k,m,l} - \rho_{2,m-1,l} \cdot u_{k,m-1,l}}{h_x} = n_{m,l} \cdot j_{12,m,l}. \quad (23)$$

Реализацией конечно-разностной схемы, включающей уравнения вида (22) и (23) найдены численные значения всех 9 функций для моментов времени от 0 до L и сечений по вертикальной оси. Значение приведенной плотности по второй фазе для последнего сечения по вертикальной оси и момента времени L дает возможность найти значение концентрации вещества на выходе аппарата. Основными уравнениями, описывающими плоское течение несжимаемой ньютоновской вязкой жидкости (несжимаемого газа) с постоянными свойствами в каналах аппаратов химической технологии при отсутствии внешних сил, являются два уравнения сохранения количества движения и одно уравнение неразрывности [10]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (24)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right), \quad (25)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (26)$$

Строгий математический вывод уравнений (24)-(26) имеется во многих работах по механике жидкости и газа. Здесь только отметим их физическую сущность - (24)-(25) являются проекциями векторного уравнения (второго закона Ньютона), причем вязкие силы связаны со скоростью деформаций линейным ньютоновским законом для касательных напряжений. Уравнение (26) отражает неразрывность рассматриваемой среды в двумерном пространстве.

Нами ранее в работах [11-15] показано, что в смысле постановки граничных условий для неизвестных функций и реализации модели (24)-(26) целесообразно перейти к переменным «функция тока» и «функция напряженности вихря» (переменные Гельмгольца).

Введя функцию напряженности вихря (в дальнейшем -завихренность) по формуле

$$\omega = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial g}{\partial x}, \quad (27)$$

получаем уравнение переноса вихря, имеющее параболический тип:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = -u \frac{\partial \omega}{\partial x} - g \frac{\partial \omega}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right). \quad (28)$$

Введем также функцию тока соотношениями

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial y} &= u, \\ \frac{\partial \psi}{\partial x} &= -g. \end{aligned} \quad (29)$$

Уравнение для ω можно записать как уравнение Пуассона, имеющее эллиптический тип:

$$\Delta \psi = \omega. \quad (30)$$

Таким образом, система (24)-(26), записанная в терминах «скорость-давление» может быть записана в терминах «функция тока - вихрь»:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \omega, \quad (31)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + g \frac{\partial \omega}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right). \quad (32)$$

Уравнение неразрывности (26) будет удовлетворяться тождественно, т.к.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x} \quad (33)$$

и для аналитических функций смена порядка дифференцирования справедлива.

Как показал опыт решения подобных задач [16-18], представление системы Навье-Стокса в виде (31)-(32) имеет ряд преимуществ в вычислительном плане. Например, нет необходимости ставить граничные условия для давления, а выявление физических особенностей функций тока и завихренности позволяют наглядно представить решения в виде линий тока обтекания насадок в каналах технологических аппаратов, очертить вихревые и застойные зоны.

Уравнения (31)-(32) в совокупности моделируют наиболее важные физические характеристики течения газовых потоков в контактных устройствах технологических аппаратов – законы сохранения количества движения и неразрывности. Поэтому, численные значения решения этих уравнений могут быть использованы в системе (13)-(21) для описания поля скоростей газа. При этом влиянием ансамбля капель на газовый поток, на первом этапе можно пренебречь. Для многих практически важных задач химической технологии такое допущение вполне оправдано [19-21].

Таким образом, для аппарата с регулярной вибрирующей насадкой разработана достаточно полная математическая модель переноса смеси газа с каплями в контактной зоне, позволяющая

рассчитать динамические и массообменные характеристики. Математическая модель (13)-(21) совместно с уравнениями Навье-Стокса (31)-(32) для описания поля скоростей в канале технологического аппарата может быть использована также для расчета и оптимизации формы и размеров других насадочных элементов. Фактор формы насадок будет учтен начальными и граничными условиями для динамических функций.

Можно сделать вывод о том, что при моделировании и расчете переноса смеси газа с каплями в контактной зоне массообменного аппарата с насадками необходимо решить две равноценные задачи: моделирование технологических процессов, определяемых взаимодействием гидродинамических и тепло-и массообменных характеристик и численная реализация операторных (в основном, - дифференциальных) уравнений, являющихся наиболее развитым разделом современной математики.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Балабеков О.С., Петин В.Ф. Закономерность взаимодействия вихрей, возникающих при отрывном обтекании потоком газа или жидкости дискретно расположенных вдоль него тел // Свидетельство о научном открытии №144 - М.: Международная ассоциация авторов научных открытий, 2000.
- [2] Балабеков, О.С., Волненко А.А., Пралиев С.С., Корганбаев Б.Н., Балабекова М.О., Викторов С.В. Закономерность формирования параллельно движущихся вихревых струй при течении потока газа или жидкости через систему поперек к нему расположенных дискретных источников // Свидетельство о научном открытии №269 - М.: Международная ассоциация авторов научных открытий, 2004.
- [3] Волненко А.А., Бишимбаев В.К., Хусанов Ж.Е., Серикулы Ж.С. Интенсификация процесса тепломассообмена в аппаратах с регулярной подвижной насадкой и методология их расчета // Химический журнал Казахстана, №4(35), 2011. С.132-146.
- [4] Исмаилов Х.Б., Волненко А.А., Балабеков О.С. Исследование гидравлического сопротивления аппарата с регулярными вибрирующими спиральными насадками // Вестник КазНТУ. -2006. - №3. -С.76-80.
- [5] Исмаилов Х.Б., Волненко А.А. Исследование гидродинамики и массообмена в аппарате с винтообразной вибрирующей насадкой // Проблемы духовного развития, науки и образования на стыке столетий.: тр.межд.конф. – Шымкент, 2004. – С. 324-326.
- [6] Лойцянский Л.Я. Механика жидкости и газа.-М.: Наука, 1970. - 903с.
- [7] Александров И.А. Массопередача при ректификации и абсорбции многокомпонентных смесей. Л.: Химия, 1975. -319с.
- [8] Ismailov B.R., Urmatova A.N., Ismailov Kh.B. Mathematical Modelling and Calculation of Gas in Multistage Channals // Applied Mathematical Sciences, Vol. 7, 2013, No. 132. P. 6571 – 6582.
- [9] Ismailov B.R., Urmatova A.N., Ismailov Kh.B. Mathematical Modelling, Dynamic and Mass-Transfer Calculation of Gas-Drop Mixture in the Mass-Transfer Apparatus Multistage Channels // Applied Mathematical Sciences, Vol. 8, 2014, No. 92. P. 4561 – 4570.
- [10] Ismailov B.R., Ismailov Kh.B. An approximate solution of the flow equation over multistage heat and mass transfer channels // International Conference «Inverse Problems: Modeling and Simulation» - Antalya, 2012. - P. 68-75.
- [11] Ismailov B. Mathematical Modeling and Calculation of Dinamic Characteristics of Gas in multistage Channals // International Conference on Applied Analysis and Mathematical Modeling (ICAAM 2013), Istambul, Turkey, 2-5 June 2013, Yildiz Technical University, 2013. P.525-526.
- [12] Bahtiyar Ismailov, Khayrulla Ismailov, Aijan Urmatova. Modeling and calculation of the trajectory of droplets in a multistage channel mass-transfer apparatus. International Conference Analysis and Applied Mathematics (ICAAM-2014), Shymkent, Kazakhstan, SKSU named Auezov, September 11-13, 2014.
- [13] Ismailov B.R., Ismailov H.B., Urmatova A. Mathematical modeling and calculation of dynamic characteristics of gas in multistage channals // Abstract and Applied Mathematics. Thesis.– Turkey, 2013. <http://www.ica13.yildiz.edu.tr>.
- [14] Ismailov B., Brenner A., Berdalieva G. Modeling Aggregation of Insoluble Phase in Reactors // International Conference on Chemical Engineering and Technology, Melbourne, Australia, 16-17 December, 2013. P.121.
- [15] Brenner A., Musabekova L., Zhumabaeva N. Asymptotic Model of Clusters Aggregation in Media with Memory // International Conference «Recent Researches in Automatic Control and Electronics». - Saint Malo, 2012. – P. 128-133.
- [16] Brenner A., Zhumataev A., Balabekov B. Kinetics of cluster aggregation in media with memory // World Academy of Science and Technology. – Zurich, 2012. - P. 1-4.
- [17] Kalbaeva A., Kurakbaeva S., Zhidebaeva Zh., Brenner A. Mathematical Modeling of Water Filtration through a Broken Dam // International Conference «World Academy of Science, Engineering and Technology». – Stockholm, 2012. - P. 830-833.
- [18] Tashimov L., Brenner A., Muratov A. Peculiarities of Modeling the Chemical Apparatuses for Reactions with Formation of Insoluble Products // International Conference «Mathematical models for engineering science (MMES'12)». - Paris. – 2012.
- [19] Brenner A., Kalkabay G., Kenig E. Evolutionary Equations for Non-linear Waves in Condensate Films // Proceedings of the 12-International Conference on System Science and Simulation in Engineering (ICOSSSE'13), Morioko City, Japan, April 23-25, 2013. P.107.
- [20] Volnenko A., Brenner A. Modelling of Collision Interaction between Droplet Stream and Liquid Films // Proceedings of the 12-International Conference on System Science and Simulation in Engineering (ICOSSSE'13), Morioko City, Japan, April 23-25, 2013. P.127.

[21] Балабеков О.С., Исмаилов Б.Р., Урматова А.Н. Математическое моделирование распределения характеристик газокapельной смеси на начальном участке многоступенчатого канала массообменных аппаратов // Доклады НАН РК. - 2014. - №1. - С. 77-83.

REFERENCES

- [1] Balabekov O.S., Petin V.F. Patterns of interaction of vortices arising in separated flow of gas or liquid flow along a discrete bodies, Certificate of scientific discovery №144, M.: *International Association of Authors of Scientific Discoveries*, **2000** (in Russ.).
- [2] Balabekov O.S., Volnenko A.A., Praliyev C.C., Korganbayev B.N., Balabekova M.O., Viktorov C.V. Pattern formation in parallel moving vortex jets in the flow of gas or liquid flow through the system across to him positioned discrete sources. Certificate of scientific discovery №269, M.: *International Association of Authors of Scientific Discoveries*, **2004** (in Russ.).
- [3] Volnenko A.A., Bishimbayev V.K., Khusanov G.E., Serikuly G.S. Intensification of heat and mass transfer process in apparatus with a regular mobile nozzle and the methodology for their calculation. *Chemical Journal of Kazakhstan*, **2011**, №4(35), P.132-146 (in Russ.).
- [4] Ismailov Kh.B., Volnenko A.A., Balabekov O.S. Investigation of hydraulic resistance machine with regular vibrating helices, *Bulletin of KazNTU*, **2006**, №3, P.76-80 (in Russ.).
- [5] Ismailov Kh.B., Volnenko A.A. Investigation of fluid flow and mass transfer in the device with a helical vibrating nozzle, *Problems of spiritual development, science and education on the turn of the century*, Shymkent, **2004**, P. 324-326 (in Russ.).
- [6] Loitsiansky L.G. Fluid Mechanics, M.: Nauka, **1970**, 903 p. (in Russ.).
- [7] Aleksandrov I.A. Mass transfer during the distillation and absorption of multicomponent mixtures. L.: Chemistry, **1975**, 319p. (in Russ.).
- [8] Ismailov B.R., Urmatova A.N., Ismailov Kh.B. Mathematical Modelling and Calculation of Gas in Multistage Channels. *Applied Mathematical Sciences*, **2013**, Vol. 7, No. 132, P. 6571-6582 (in Eng.).
- [9] Ismailov B.R., Urmatova A.N., Ismailov Kh.B. Mathematical Modelling, Dynamic and Mass-Transfer Calculation of Gas-Drop Mixture in the Mass-Transfer Apparatus Multistage Channels, *Applied Mathematical Sciences*, **2014**, Vol. 8, No. 92, P. 4561-4570 (in Eng.).
- [10] Ismailov B.R., Ismailov Kh.B. An approximate solution of the flow equation over multistage heat and mass transfer channels, *Inverse Problems: Modeling and Simulation*, Antalya, **2012**, P. 68-75 (in Eng.).
- [11] Ismailov B. Mathematical Modeling and Calculation of Dinamic Characteristics of Gas in multistage Channels, *Applied Analysis and Mathematical Modeling (ICAAM 2013)*, Istanbul, **2013**, P.525-526 (in Eng.).
- [12] Bahtiyar Ismailov, Khayrulla Ismailov, Aijan Urmatova. Modeling and calculation of the trajectory of droplets in a multistage channel mass-transfer apparatus, *International Conference Analysys and Applied Mathematics (ICAAM-2014)*, Shymkent, Kazakhstan, SKSU named Auezov, **2014** (in Eng.).
- [13] Ismailov B.R., Ismailov H.B., Urmatova A. Mathematical modeling and calculation of dynamic characteristics of gas in multistage channels, *Abstract and Applied Mathematics*, Turkey, **2013** (in Eng.).
- [14] Ismailov B., Brenner A., Berdalieva G. Modeling Aggregation of Insoluble Phase in Reactors, *Chemical Engineering and Technology*, Melbourne, **2013**, P.121 (in Eng.).
- [15] Brenner A., Musabekova L., Zhumabaeva N. Asymptotic Model of Clusters Aggregation in Media with Memory, *Recent Researches in Automatic Control and Electronics*, Saint Malo, **2012**, P. 128-133 (in Eng.).
- [16] Brenner A., Zhumataev A., Balabekov B. Kinetics of cluster aggregation in media with memory, *World Academy of Science and Technology*, Zurich, **2012**, P. 1-4 (in Eng.).
- [17] Kalbaeva A., Kurakbaeva S., Zhidebaeva Zh., Brenner A. Mathematical Modeling of Water Filtration through a Broken Dam, *World Academy of Science, Engineering and Technology*, Stockholm, **2012**, P. 830-833 (in Eng.).
- [18] Tashimov L., Brenner A., Muratov A. Peculiarities of Modeling the Chemical Apparatuses for Reactions with Formation of Insoluble Products, *Mathematical models for engineering science (MMES'12)*, Paris, **2012** (in Eng.).
- [19] Brenner A., Kalkabay G., Kenig E. Evolutionary Equations for Non-linear Waves in Condensate Films, *System Science and Simulation in Engineering (ICOSSE'13)*, Morioko City, **2013**, P.107 (in Eng.).
- [20] Volnenko A., Brenner A. Modelling of Collision Interaction between Droplet Stream and Liquid Films, *System Science and Simulation in Engineering (ICOSSE'13)*, Morioko City, **2013**, P.127 (in Eng.).
- [21] Balabekov O.S., Ismailov B.R., Urmatova A.N. Mathematical modeling of the distribution characteristics of gas-droplet mixture in the initial section multi-channel mass-transfer apparatus, *Reports of the National Academy of Sciences of Kazakhstan*, Almaty, **2014**, №1, p. 77-83 (in Russ.).

СПИРАЛЬДІ САПТАМАЛЫ МАССААЛМАСУ АППАРАТЫНЫҢ ТҮЙІСПЕ АЙМАҒЫНДА ГАЗ ҚОСПАСЫНЫҢ ТАМШЫСЫМЕН БІРГЕ ТАСЫМАЛЫНЫҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛІ

О. С. Балабеков¹, Б. Р. Исмаилов², А. А. Волненко², Х. Б. Исмаилов²

Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік педагогикалық институты, Шымкент, Қазақстан,
М. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент, Қазақстан

Тірек сөздер: массалмасу, саптама, аппарат, модель, қоспа.

Аннотация. Қозғалмалы спиральді саптама массалмасу аппараттарының каналының газ ағынында тамшыларды тасымалдау процесінің математикалық моделі құрылған. Үдерісті сипаттауды жеңілдету

мақсатында негіздемелері келтірілген негізгі жорамалдар, сонымен бірге Гельмгольц айнымалыларымен берілген екі өлшемді Навье-Стокс теңдеулері бойынша есептелген ағындар аймағындағы газдың тамшылармен әрекеті моделінің қолданылу ерекшелігі келтірілген. Динамикалық функциялар үшін қалыпты бір өлшемді дифференциалдық теңдеулер жүйесінің шектік-айырымдық сұлбаларын іске асыру нәтижесінде процесті өткізу уақыттары және саптамалы массаалмасу аппаратының тік бағыты бойынша түрлі кесімдері үшін олардың сандық нәтижелері алынған. Тік бағыт және уақыттың соңғы есептік моменті үшін екінші фаза бойынша келтірілген тығыздықтың мәні негізгі мақсаттық мән – аппараттан шығу аймағындағы зат концентрациясын алуға мүмкіндік береді. Технологиялық аппараттың каналындағы ағындар аймағын сипаттау үшін құрылған математикалық модель Навье-Стокс теңдеулерімен бірге басқа да саптамалы элементтерді есептеу, олардың түрі және өлшемдерін тиімділеуде қолданылуы мүмкін. Мұнда саптамалардың факторлары динамикалық функциялар үшін бастапқы және шектік шарттармен ескеріледі.

Поступила 22.05.2015 г.