

ESTIMATION OF DENSITY THE DARK MATTER  
HALOS BY DYNAMICS OF DWARF GALAXIES. I

<sup>1</sup>Chechin L.M., <sup>2</sup>Konysbayev T.K.

<sup>1</sup>[chechin-lm@mail.ru](mailto:chechin-lm@mail.ru), <sup>2</sup>[talgar\\_777@mail.ru](mailto:talgar_777@mail.ru)

<sup>1</sup>Fessenkov Astrophysical Institute, Almaty, Kazakhstan,  
<sup>2</sup>Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

**Key words:** dark matter, dwarf galaxies, dark matter halo, central density of dark matter profile.

**Abstract** One of the important characteristics of the profile of dark matter halo is the value of its central density  $\rho_0$ . But the dispersion in its numerical estimates today reaches the nine orders and higher. In article the possibility of more exact estimates  $\rho_0$  on the basis of probe bodies (dwarf galaxies) dynamics in the external gravitational field of galaxies is proved.

For justification it was investigated the standard dynamical model – in a gravitational field of the massive galaxy surrounded with halo of a dark matter the probe body (dwarf galaxy) moves. As for the distribution function of dark matter the most known profile by Navarro – Frenk – White have been chosen.

The trajectory of a dwarf galaxy under the influence of the Newtonian force, as we know, is elliptic one. By entering a natural condition that the particle trajectory under the influence of force caused by a dark matter is elliptic also, we get the possibility of finding the analytical value of dark matter's central density. It is equal

$$\rho_0 = -\frac{3E^2(2Emr^2 - 3M^2)}{16\pi GM^4}.$$

We find its numerical value from a condition that the corresponding rotation curves are crossing at point  $r_0 \approx 5 \text{ Kpc}$ , while the velocities of probe bodies in it have the magnitude about  $v_0 \approx 200 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ . (In fact, for dwarf galaxy Messier 32  $v_0 \approx 205 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ ; for dwarf galaxy Leo V  $v_0 \approx 173 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ ). Then, substituting these numerical values at the above found formula, we get the following magnitude of the central halo's dark matter density  $\rho_0 \sim 10^{-24} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ .

УДК 524

ОЦЕНКА ПЛОТНОСТИ ГАЛО ТЕМНОЙ МАТЕРИИ  
ПО ДИНАМИКЕ КАРЛИКОВЫХ ГАЛАКТИК. I

<sup>1</sup>Чечин Л.М., <sup>2</sup>Коньсбаев Т.К.

<sup>1</sup>[chechin-lm@mail.ru](mailto:chechin-lm@mail.ru), <sup>2</sup>[talgar\\_777@mail.ru](mailto:talgar_777@mail.ru)

<sup>1</sup>Астрофизический институт им. В.Г.Фесенкова, Алматы, Казахстан,  
<sup>2</sup>Казахский Национальный Университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан

**Ключевые слова:** темная материя, карликовые галактики, гало темной материи, центральная плотность темной материи.

**Аннотация** Важнейшей характеристикой профиля гало темной материи является значение её

центральной плотности  $\rho_0$ . Обычно такой профиль находится методами моделирования динамики звезд в галактиках и их кластерах. Однако при этом разброс в численных оценках достигает девяти порядков и выше. В статье обоснована возможность более точной оценки  $\rho_0$  на основе исследования динамики пробных тел (карликовых галактик) в гравитационном поле галактик. При этом показано, что наиболее вероятное значение центральной плотности гало темной материи составляет  $\rho_0 \sim 10^{-24} \frac{c}{cm^3}$ .

### Введение

Одной из актуальных проблем современной космологии является исследование свойств темной материи. Темная материя - это особый вид космической субстанции, которая в общем энергетическом балансе Вселенной составляет примерно 23% (см., например [1]). Астрономические наблюдения показывают, что темная материя в основном концентрируется вокруг крупномасштабных космических объектов типа галактик и их кластеров. При этом темная материя образует гало, масса которой составляет до 90% массы всей галактики [2].

Следует заметить, что распределение темной материи в гало галактик является неоднородным, концентрируясь в их центрах и спадая к периферии. Соответствующая функция распределения темной материи или ее профиль обычно находится методами численного моделирования динамики звезд в галактиках. На сегодняшний день известен ряд таких профилей [3-7], в которые входит величина плотности темной материи в центрах галактик  $\rho_0$ .

Нахождение численного значения этой величины представляет собой определенную проблему, которую, на наш взгляд, можно решить путем исследования динамики галактик. При этом учет темной энергии и темной материи в динамике галактик удачно реализуется даже в рамках ньютоновского приближения [1, 8, 9].

Целью настоящей работы является оценка плотности темной материи на основе исследования динамики пробных тел (карликовых галактик).

### О динамике пробных тел в гало темной материи массивных галактик

Для достижения цели, поставленной работе, рассмотрим динамическую модель – в гравитационном поле массивной галактики, окруженной гало темной материи, движется пробное тело (карликовая галактика). Прототипом такой модели является, например, модель движения карликовой галактики Мессье 32 в галактике Андромеда и движение карликовой галактики Лев V в поле массивной галактики Млечный путь.

Что касается функции распределения темной материи, то мы выберем наиболее известный профиль Наварро – Френка – Уайта [10]

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{\frac{r}{r_0} \left[ 1 + \left( \frac{r}{r_0} \right) \right]^2}. \quad (1)$$

Здесь и далее  $\rho_0$  - плотность темной материи в центре галактики,  $r_0$  – размеры гало,  $r$  - текущий радиус. Примем, что между ними существует соотношение

$$\varepsilon = \frac{r}{r_0} \ll 1. \quad (2)$$

Поэтому функцию  $\rho(r)$  можно разложить в ряд Тейлора и представить ее в приближенном виде

$$\rho(r) = \rho_0 \left( \frac{r_0}{r} - 2 \right). \quad (3)$$

Тогда потенциальная энергия поля темной материи запишется следующим образом

$$U = \frac{8}{3} \pi G \rho_0 m r^2 - \frac{4}{3} \pi G \rho_0 m r_0 r \quad (4)$$

Введя обозначения

$$\hat{\alpha} = \frac{8}{3} \pi G \rho_0 m, \quad (5)$$

$$\hat{\beta} = \frac{4}{3} \pi G \rho_0 m r_0, \quad (6)$$

потенциал (4) приведем к виду

$$U = \hat{\alpha} r^2 - \hat{\beta} r. \quad (7)$$

Для дальнейших вычислений будем использовать только первое слагаемое, поскольку оно в силу своего знака приводит к замкнутой траектории.

Опираясь на законы сохранения энергии и момента импульса в динамике пробного тела, его траекторию можно представить следующим образом

$$\hat{\phi} = \int \frac{\frac{1}{r^2} dr}{\sqrt{\frac{2mE}{M^2} - \frac{2m\hat{\alpha}r^2}{M^2} - \frac{1}{r^2}}}. \quad (8)$$

Взяв интеграл в правой части (8), находим явный вид траектории пробного тела

$$\psi = 2\hat{\phi} = -\arccos \frac{\left(\frac{1}{r^2} - \frac{mE}{M^2}\right)}{\sqrt{\frac{m^2 E^2}{M^4} - 2\frac{m\hat{\alpha}}{M^2}}} + const. \quad (9)$$

Из выражения (9) видно, что оно описывает эллиптическую траекторию, аналогичную стандартной траектории в механике Ньютона для задачи одного тела. Поэтому целесообразно ввести небесно-механические величины - параметр  $\hat{p}$  и эксцентриситет  $\hat{e}$  для такой траектории

$$\hat{p}^2 = \frac{M^2}{mE}, \quad \hat{e} = \sqrt{1 - 2\frac{\hat{\alpha}M^2}{mE^2}}. \quad (10)$$

$$\frac{\hat{p}}{r} = (1 + \hat{e} \cos 2\hat{\phi})^{\frac{1}{2}}. \quad (11)$$

Придадим этому выражению вид, совпадающий со стандартным ньютоновским эллипсом [11]

$$\frac{p}{r} = 1 + e \cos \varphi, \quad (12)$$

$$\varphi = \arccos \frac{\frac{M}{r} - \frac{m\alpha}{M}}{\sqrt{2mE + \frac{m^2\alpha^2}{M^2}}} + const. \quad (13)$$

Введя новые обозначения  $e = \frac{\hat{e}}{2}$  и  $\hat{p} = p$ , и складывая выражения траекторий (9) и (13), получаем с требуемой точностью общую траекторию пробного тела

$$\frac{p}{r} = 1 + e(\cos \varphi + \cos \psi). \quad (14)$$

При анализе выражения (11) мы разложим его правую часть в ряд Тейлора по малому параметру  $\hat{e} = 2e$ .

Потребуем теперь чтобы в этом случае траектории (11) и (12) совпадали. Для обоснования этого утверждения воспользуемся графиками кривых вращения для ньютоновской траектории и траектории тела в гравитационном поле темной материи. Известно, что график ньютоновской траектории представляет собой гиперболу, а график реальной кривой вращения – квазилогарифмическую линию (см., например, [12, 13]).

Наблюдения показали, что эти кривые пересекаются в точке  $r_0 \approx 5 \text{ кпк}$ , а соответствующие скорости пробных тел в этой точке имеют величину  $v_0 \approx 200 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ . (Для карликовой галактики

Мессье 32  $v_0 \approx 205 \frac{км}{с}$ ; для карликовой галактики Лев V  $v_0 \approx 173 \frac{км}{с}$ ). Именно эти значения мы будем использовать в дальнейших численных оценках центральной плотности гало темной материи.

Далее, на этом же основании положим, что совпадают и углы траекторий, то есть  $\psi = \varphi$ . Отсюда находим соотношение

$$\frac{\frac{1}{r} \left( \frac{M}{r} - \frac{mE}{M} r \right)}{\sqrt{\frac{m^2 E^2}{M^2} - 2m\hat{\alpha}}} = \frac{\frac{M}{r} - \frac{m\alpha}{M}}{\sqrt{2mE + \frac{m^2 \alpha^2}{M^2}}}. \quad (15)$$

В силу того, что полная энергия больше кинетической, а она, в свою очередь, больше потенциальной энергии ( $E > T > U$ ), можно считать, что  $\frac{M}{r} \gg \frac{m\alpha}{M}$ . Тогда из (15) имеем более простое выражение

$$\frac{\frac{1}{r} \left( \frac{M}{r} - \frac{mE}{M} r \right)}{\sqrt{\frac{m^2 E^2}{M^2} - 2m\hat{\alpha}}} = \frac{\frac{M}{r}}{\sqrt{2mE}}. \quad (16)$$

Отсюда находим значение неизвестного коэффициента в первом слагаемом выражения (7)

$$\hat{\alpha} = -\frac{2E^3 m^2 r^2 - 3E^2 mM^2}{2M^4}. \quad (17)$$

Приравняв (5) и (17) друг к другу, находим выражения центральной плотности гало темной материи

$$\rho_0 = -\frac{3E^2 (2Emr^2 - 3M^2)}{16\pi GM^4}. \quad (18)$$

Для проведения численных оценок примем, что в выражении (18) масса пробного тела  $m$  равна единичной массе и будем грубо считать, что  $M = m\mu \sim r_0 v_0$ , а также  $E = m\varepsilon \sim v_0^2$ . Тогда, подставляя сюда указанные выше численные значения для положения тела и его скорости, получаем следующую оценку центральной плотности гало темной материи

$$\rho_0 \sim 10^{-24} \frac{г}{см^3}. \quad (19)$$

Интересно сопоставить этот результат с ранее полученными аналогичными значениями. Так, в работе [14]  $\rho_0 \sim 10^{-16} \frac{г}{см^3}$ . В работе [15] было показано, что оценка плотность центральной части

темной материи не должна превышать  $\rho_0 \sim 10^{-18} \frac{г}{см^3}$ . В работе было [16] показано, что плотность центральной части темной материи равна  $\rho_0 \sim 10^{-24} \frac{г}{см^3}$  и в работе было [17] показано, что плотность центральной части темной материи равна  $\rho_0 \sim 10^{-23} \frac{г}{см^3}$ .

Из всех анализа полученных оценок можно сделать вывод о том, что наиболее приемлемым является интервал величин  $\sim 10^{-24} \leq \rho_0 \leq \sim 10^{-18} \left( \frac{г}{см^3} \right)$ . Так что расхождение в величине плотности центральной части темной материи составляет уже пять-шесть порядков.

### Заключение

Исследование динамики пробных тел в гало темной материи галактик привело к следующим результатам:

- получена общая траектория пробного тела (14), которая одновременно учитывает влияние как ньютоновского потенциала, так и потенциала, создаваемого гало темной материи;
- численное значение центральной плотности гало темной материи составляет величину  $\sim 10^{-24} \frac{e}{\text{см}^3}$ .

Авторы выражают благодарность АО «Национальный центр космических исследований и технологий» Аэрокосмического комитета МИИР РК за финансовую поддержку исследования в рамках государственной программы 076 – Космические исследования в Республике Казахстан.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Долгачев В.П., Доможилова Л.М., Чернин А.Д. Поверхность Нулевого Ускорения Вокруг Местной Группы Галактик // *Астрономический журнал*. – 2003. - Т. 80. –С. 792-797.
- [2] Iocco F., Pato M., Bertone G., Jetzer P. Dark Matter Distribution in the Milky Way: Microlensing and Dynamical Constraints // *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* – 2011 – V.11 – P. 029.
- [3] Avila-Reese V., Firmani C., Klypin A., Kravtsov A.V. Density Profiles of Dark Matter Haloes: Diversity and Dependence on Environment // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* – 1999 – V.310 – P. 527-539.
- [4] Burkert A. The Structure of Dark Matter in Dwarf Galaxies // *The Astrophysical Journal Letters* – 1995 – V.447 – P. 171-175.
- [5] Catena R., Ullio P. A Novel Determination of the Local Dark Matter Density // *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* – 2010 – V.8 – P. 1-21.
- [6] Einasto J. The Dark Matter and Large Scale Structure // *Astronomical Soc. Pacific Conference Series* – 2000 – V.252 – P. 85.
- [7] Evans N.W., An J. Distribution Function of Dark Matter // *Phys.Rev* – 2006 – V.73 – P. 023524.
- [8] Kahn F.D., Woljter L. Intergalactic Mater and the Galaxy // *The Astrophysical Journal* – 1959 – №3 – V.130 - P. 705-717.
- [9] Chechin L.M., Ibraimova A.T. Influence of Oscillating Dark Matter on the Dynamics of Baryonic Substrate // *Astronomical and Astrophysical Transactions* – 2015 – (in press).
- [10] Navarro J.F., Frenk C.S., White S.D.M. The Structure of Cold Dark Matter Halos // *The Astrophysical Journal* – 1996 – V.462 – P. 563.
- [11] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Механика* // М.: Наука – 1988.
- [12] Kirilov A.A., Turaev D. The Universal Rotation Curve of Spiral Galaxies // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* – 2006 – V.371 – P. L31-L35.
- [13] Kravtsov A.V., Klypin A.A. The Cores of Dark Matter-Domiated Galaxies: Theory Versus Observations // *The Astrophysical Journal* – 1998 - V.502 – P. 48.
- [14] Hideyoshi A. Influence of Dark Matter on Light Propagation in Solar System // *Advances in Space Research* – 2010- V.45 – P. 1007-1014.
- [15] Chechin L.M. The Cherenkov Radiation in the Galaxy Halo of Dark Mater // *International Journal of Astronomy and Astrophysics* – 2013. – V.3 - P. 285-290.
- [16] Nesti F., Salucci P. The Local Dark Matter Density // *VIII International Workshop on the Dark Side of the Universe*, June 10-15, 2012, Rio de Janeiro, Brazil.
- [17] Zacek V. Dark Matter // *Fundamental Interactions: Proceedings of the 22<sup>nd</sup> Lake Louise Winter Institute* World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. - 2008. - P. 170-206.

#### REFERENCES

- [1] Dolgachev V.P., Domozhilova L.M., Chernin A.D. The Zero-Acceleration Surface Around the Local Group of Galaxies. *The Astronomical Journal*, **2003**, 80, 792-797 (in Russ.).
- [2] Iocco F., Pato M., Bertone G., Jetzer P. Dark Matter Distribution in the Milky Way: Microlensing and Dynamical Constraints. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **2011**, 11, 029 (in Eng.).
- [3] Avila-Reese V., Firmani C., Klypin A., Kravtsov A.V. Density Profiles of Dark Matter Haloes: Diversity and Dependence on Environment. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **1999**, 310, 527-539 (in Eng.).
- [4] Burkert A. The Structure of Dark Matter in Dwarf Galaxies. *The Astrophysical Journal Letters*, **1995**, 447, 171-175 (in Eng.).
- [5] Catena R., Ullio P. A Novel Determination of the Local Dark Matter Density. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **2010**, 8, 1–21 (in Eng.).
- [6] Einasto J. The Dark Matter and Large Scale Structure. *Astronomical Soc. Pacific Conference Series*, **2000**, 252, 85 (in Eng.).
- [7] Evans N.W., An J. Distribution Function of Dark Matter. *Physical Review*, **2006**, 73, 023524 (in Eng.).
- [8] Kahn F.D., Woljter L. Intergalactic Mater and the Galaxy. *The Astrophysical Journal*, **1959**, 130, 705-717 (in Eng.).
- [9] Chechin L.M., Ibraimova A.T. Influence of Oscillating Dark Matter on the Dynamics of Baryonic Substrate. *Astronomical and Astrophysical Transactions*, **2015**, (in press), (in Eng.).
- [10] Navarro J.F., Frenk C.S., White S.D.M. The Structure of Cold Dark Matter Halos. *The Astrophysical Journal*,

1996, 462, 563 (in Eng.).

- [11] Landau L.D., Lifschitz E.M. *Mechanics*. M. Nauka, **1988** (in Russ.).
- [12] Kirilov A.A., Turaev D. The Universal Rotation Curve of Spiral Galaxies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **2006**, 371, L31-L35 (in Eng.).
- [13] Kravtsov A.V., Klypin A.A. The Cores of Dark Matter-Dominated Galaxies: Theory Versus Observations. *The Astrophysical Journal*, **1998**, 502, 48 (in Eng.).
- [14] Hideyoshi A. Influence of Dark Matter on Light Propagation in Solar System. *Advances in Space Research*, **2010**, 45, 1007-1014 (in Eng.).
- [15] Chechin L.M. The Cherenkov Radiation in the Galaxy Halo of Dark Matter. *International Journal of Astronomy and Astrophysics*, **2013**, 3, 285-290 (in Eng.).
- [16] Nesti F., Salucci P. The Local Dark Matter Density. *VIII International Workshop on the Dark Side of the Universe*, June 10-15, **2012**, Rio de Janeiro, Brazil (in Eng.).
- [17] Zacek V. Dark Matter. *Fundamental Interactions: Proceedings of the 22<sup>nd</sup> Lake Louise Winter Institute*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, **2008**, 170-206 (in Eng.).

### Қараңғы материя галосының тығыздығын ергежейлі галактикалардың динамикасы арқылы бағалау. I

<sup>1</sup>Чечин Л.М., <sup>2</sup>Қонысбаев Т.К.

<sup>1</sup>[chechin-lm@mail.ru](mailto:chechin-lm@mail.ru), <sup>2</sup>[talgar\\_777@mail.ru](mailto:talgar_777@mail.ru)

<sup>1</sup>В.Г. Фесенков атындағы астрофизикалық институт, Алматы, Қазақстан

<sup>2</sup>әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық Университеті, Алматы, Қазақстан

**Тірек сөздер:** қараңғы материя, ергежейлі галактикалар, қараңғы материяның центріндегі тығыздығы, қараңғы материяның галосы.

**Аннотация.** Қараңғы материя галосының профилінің маңызды сипаттамасы - центріндегі тығыздығының  $\rho_0$  мәні болып табылады. Әдетте, мұндай профиль галактикалардағы және оның кластерлеріндегі жұлдыздардың динамикасын модельдеу әдісімен табылады. Алайда, бұл жағдайда сандық бағалаудың мәні тоғыз реттікке дейін жетеді және асады. Мақалада сынамалық дененің (ергежейлі галактикалардың) динамикасын галактиканың гравитациялық өрісінде зерттеуді негізге ала отырып нақтырақ  $\rho_0$ -ны бағалау мүмкіндігі дәлелденген. Сонымен қатар, қараңғы материя

галосының орталық тығыздығының ең ықтимал мәні  $\rho_0 \sim 10^{-24} \frac{g}{cm^3}$  құрайтыны көрсетілген.

Поступила 12.03.2016 г.