УДК 517.9

А. Ш. ШАЛДАНБАЕВ, И. О. ОРАЗОВ

(Южно-Казахстанский государственный университет им.М.Ауезова,
Шымкент, Республика Казахстан)

ОБ ОДНОЙ ПРОБЛЕМЕ С.А.ЛОМОВА ДЛЯ СМЕШАННОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ УРАВНЕНИЯ НАВЬЕ-СТОКСА

A. H. Haldambaiev, I. O. Orazov

(South-Kazakhstan state university of им.М.Ауезова,
Шымкент, Republic of Kazakhstan)

ABOUT ONE PROBLEM of S.A.LOMOV FOR MIXED REGIONAL TASK of EQUALIZATION of Navier-Stokes

Keywords: the operator of Sturm-Liuvillay,own functions,attached functions.

Abstract: In the real work by a method Ломова С.А. a singular indignant task is decided for equalization of Navier-Stokes, here substantially drawn on the results of spectral theory of differential equalizations with an abludent argument.

Аннотация. Бұл еңбекте Навье-Стокс теңдеуінің бір сингуляр ауытқыған есебінің шешімі С.А. Ломовтың әдісі бойынша табылды. Зерттеу барысында аргументі ауытқымалы дифференциалдық теңдеулердің спектрәлді теориясы кеңінен қолданылды.

Кілт сөздер: Штурм-Лиувиллдің операторы, меншікті функциялар, қосарлас функциялар.
Ключевые слова: оператор Штурм-Лиувилля,собственные функций,присоединенные функций.

Введение

1. В монографии [1] С.А.Ломовым разработан общий подход для решения сингулярно возмущенных задач, который основан на методе регуляризации с помощью перехода в пространство большей размерности, которое индуцируется спектральными характеристиками исходной (невозмущенной) задачи. Область применимости метода С.А.Ломова определяется наличием спектра невозмущенного оператора. В частности [1, стр. 328] до сих пор методом регуляризации не удалось получить регуляризованную асимптотику при $\varepsilon \to 0$ следующей смешанной краевой задачи

$$L_\varepsilon u \equiv \varepsilon^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - Mu = f(x,t), \tag{1.1}$$

$$u\big|_{x=0} = 0,\ u\big|_{x=1} = 0,\ u\big|_{t=0} = 0 \tag{1.2}$$

Проблема в том, что невозмущенный оператор

$$Mw = \frac{\partial w}{\partial t} + c(x,t)\cdot w(x,t), \quad w\big|_{t=0} = 0 \tag{1.3}$$

не имеет спектра, и не ясно, что в этом случае отвечает за сингулярность решения [1, стр. 338].

В данной работе для задачи (1)-(2) методом С.А.Ломова строится регуляризованная асимптотика при $\varepsilon \to 0$. Метод С.А.Ломова подробно изложен в его монографии [1], там же можно получить все необходимые сведения по теории сингулярно возмущенных задач и литературных ссылок.

2. Вспомогательные предложения

В дальнейшем существенную роль играет следующая лемма.

ЛЕММА 2.1. При вещественных b для оператора

$$By(t) = y'(1-t) + by(1-t), \quad 0 \prec t \prec 1, \tag{2.1}$$

$$y(0) = 0 \tag{2.2}$$

справедливы утверждения:

(а) замыкание $\overline{B}$ в $L^2(0,1)$ является самосопряженным оператором;

(б) существует $\left(\overline{B}\right)^{-1}$ и является самосопряженным вполне непрерывным оператором, спектр оператора $\overline{B}$ дискретен и состоит только из собственных значений;

(в) нормированные собственные векторы оператора $\overline{B}$ образуют ортонормированный базис пространства $L^2(0,1)$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

(а) Симметричность. Пусть $y(t)$, $z(t) \in D(B)$, т.е. непрерывно дифференцируемы внутри интервала $(0,1)$, непрерывны на сегменте $[0,1]$ и удовлетворяют краевого условия (2), тогда имеет место равенства

$$(By,z) = \int_0^1 [y'(1-t) + by(1-t)]\cdot \overline{z}(t)dt = \int_0^1 y'(1-t)\cdot \overline{z}(t)dt + b\int_0^1 y(1-t)\overline{z(t)}dt = -\int_0^1 \overline{z}(t)dy(1-t) +$$

$$b\int_0^1 y(1-t)\overline{z}(t)dt = -\overline{z}(t)y(1-t)\Big|_0^1 + \int_0^1 y(1-t)\overline{z}'(t)dt + b\int_0^1 y(1-t)\overline{z(t)}dt = \int_0^1 y(t)\overline{z}'(1-t)dt +$$

$$b\int_0^1 y(t)\overline{z(1-t)}dt = \int_0^1 y(t)\overline{[z'(1-t) + bz(1-t)]}dt = (y, Lz).$$

Построим обратного оператора. Пусть $f(t) \in C[0,1]$, т.е. является непрерывной функцией. Рассмотрим краевую задачу

$$y'(1-t)+by(1-t)=f(t) \tag{2.3}$$

$$y(0)=0 \tag{2.4}$$

Пусть по определению, $Su(x)=u(1-x)$, действуя этим операторам на обе части уравнения (3) имеем

$$y'(t)+by(t)=Sf(t).$$

Умножив обе части этого выражения на e^{bt} проинтегрируем этого уравнения

$$y'(t)\cdot e^{bt}+b\cdot y(t)\cdot e^{bt}=e^{bt}\cdot Sf(t),\ \left(y(t)\cdot e^{bt}\right)'=e^{bt}\cdot Sf(t),$$

$$y(t)\cdot e^{bt}=\int_0^t e^{b\xi}\cdot Sf(\xi)d\xi,\ \ y(t)=\int_0^t e^{b(\xi-t)}Sf(\xi)d\xi.$$

Таким образом, мы нашли обратного оператора B^{-1}:

$$B^{-1}f(t)=\int_0^t e^{b(\xi-t)}\cdot Sf(\xi)d\xi \tag{1.5}$$

Множество непрерывных функций всюду плотно в $L^2(0,1)$, поэтому, по теореме о продолжении линейного ограниченного оператора [2], оператор B^{-1} допускает продолжение на все пространство, т.е. его замыкание $\overline{B^{-1}}$ определен на всем пространстве $L^2(0,1)$. В силу симметричности B оператор $\overline{B^{-1}}$ также симметричен. По теореме Хеллингера-Тёплица симметрический оператор, определенный на всем пространстве всегда ограничен, т.е. оператор $\overline{B^{-1}}$ симметричен, определен на всем пространстве и ограничен, следовательно, он является само-сопряженным оператором.

В силу симметричности оператор B допускает замыкание с другой стороны, он обратим, тогда имеет место равенство

$$\left(\overline{B}\right)^{-1}=\left(\overline{B^{-1}}\right)$$

т.е. замыкание оператора B ограниченно обратим, следовательно, область значении оператора $\overline{B}$ совпадает со всем пространством, а это значит, что $\overline{B}$ самосопряжен.

(б) Композиция ограниченного и вполне непрерывного оператора вполне непрерывен, поэтому $\overline{B^{-1}}$ вполне непрерывный, самосопряженный оператор. Если $\overline{B^{-1}}u=0$, то $\overline{B}\left(\overline{B}\right)^{-1}u=u=0$, следовательно, по теореме Гильберта-Шмидта нормированные векторы оператора $\left(\overline{B}\right)^{-1}$ образуют ортонормированный базис пространства $L^2(0,1)$. В силу вполне непрерывности оператора $\left(\overline{B}\right)^{-1}$ его спектр дискретен и состоит из собственных значений и их предельной точки.

Следующая лемма может иметь и самостоятельное значение.

ЛЕММА 2.2. Множества собственных функций краевой задачи

$$By=y'(1-t)+by(1-t)=\lambda y(t),\ b=const \tag{2.5}$$

$$y(0)=0 \tag{2.6}$$

и задачи Штурма-Лиувилля

$$Lz=-z''(t)+b^2z(t)=\lambda^2 z(t) \tag{2.7}$$

$$z(0)=z'(1)+bz(1)=0 \tag{2.8}$$

совпадают.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

(а) Пусть $\varphi'(1-t)+b\varphi(1-t)=\lambda_0\varphi(t)$, тогда продифференцировав это уравнение, получим

$$-\varphi''(1-t)-b\varphi'(1-t)=\lambda_0\varphi'(t),\ \ -\varphi''(1-t)=b\varphi'(1-t)+\lambda_0\varphi'(t),$$

$$-\varphi''(1-t)=b[\lambda_0\varphi(t)-b\varphi(1-t)]+\lambda_0\cdot\varphi'(t)=b\lambda_0\varphi(t)-b^2\varphi(1-t)+\lambda_0\varphi'(t),$$

$$-\varphi''(1-t)+b^2\varphi(1-t)=\lambda_0[\varphi'(t)+b\varphi(t)]=\lambda_0\cdot\lambda_0\varphi(1-t)=\lambda_0^2\varphi(1-t), \Rightarrow$$
$$L\varphi=-\varphi''(t)+b^2\varphi(t)=\lambda_0^2\varphi(t).$$

Следовательно, если $\varphi(t)$ является собственным вектором оператора B, то он является собственным вектором оператора Штурма-Лиувилля.

$$Lz=-z''(t)+b^2z(t)=\lambda_0^2z(t),$$
$$z(0)=0, \quad z'(1)+bz(1)=0.$$

б) Пусть $\psi(t)$ является собственным вектором оператора Штурма-Лиувилля, т.е.

$$-\psi''(t)+b^2\psi(t)=\lambda_0^2\psi(t), \tag{2.9}$$
$$\psi(0)=0, \quad \psi'(1)+b\psi(1)=0. \tag{2.10}$$

Полагая $\mu_0^2=\lambda_0^2-b^2$ из (9) получим

$$-\psi''(t)=\mu_0^2\psi(t), \Rightarrow \psi(t)=A\cos\mu_0t+\frac{B\sin\mu_0t}{\mu_0};$$

$$\psi(0)=A=0, \quad \psi'(1)+b\psi(1)=B\cos\mu_0+b\cdot\frac{B\sin\mu_0}{\mu_0}=B\left(\cos\mu_0+b\frac{\sin\mu_0}{\mu_0}\right).$$

Следовательно, μ_0 является корнем уравнения

$$\cos\mu_0+b\frac{\sin\mu_0}{\mu_0}=0. \tag{2.11}$$

Собственному значению μ_0 соответствует собственная функция

$$\psi_0(t)=B_0\cdot\sin\mu_0t, \tag{2.12}$$

где B_0 – нормировочный коэффициент.

Подставив это выражение в уравнение (3), имеем

$$\psi_0(1-t)=B_0\sin\mu_0(1-t)=B_0\sin\mu_0\cos\mu_0t-B_0\cos\mu_0\sin\mu_0t=$$
$$B_0\sin\mu_0\cos\mu_0t-\cos\mu_0\psi_0(t),$$

$$\psi_0'(t)=B_0\mu_0\cos\mu_0t, \quad B_0\cos\mu_0t=\frac{\psi'(t)}{\mu_0}, \Rightarrow$$

$$\psi_0(1-t)=\sin\mu_0\cdot\frac{\psi_0'(t)}{\mu_0}-\cos\mu_0\cdot\psi_0(t)=\frac{\sin\mu_0}{\mu_0}\psi_0'(t)+b\frac{\sin\mu_0}{\mu_0}\psi_0(t)=$$

$$\frac{\sin\mu_0}{\mu_0}[\psi_0'(t)+b\psi_0(t)] \Rightarrow \psi_0'(t)+b\psi_0(t)=\frac{\mu_0}{\sin\mu_0}\cdot\psi_0(1-t),$$

$$\psi_0'(1-t)+b\psi_0(1-t)=\frac{\mu_0}{\sin\mu_0}\cdot\psi_0(t). \tag{2.13}$$

Из формулы (11) получим

$$tg\mu_0=-\frac{\mu_0}{b}, \quad 1+tg^2\mu_0=1+\frac{\mu_0^2}{b^2}=\frac{b^2+\mu_0^2}{b^2}=\frac{\lambda_0^2}{b^2},$$

$$\frac{1}{\cos^2\mu_0}=\frac{\lambda_0^2}{b^2}, \quad \cos^2\mu_0=\frac{b^2}{\lambda_0^2}, \quad \cos\mu_0=\pm\frac{b}{\lambda_0},$$

$$\pm\frac{b}{\lambda_0}+b\cdot\frac{\sin\mu_0}{\mu_0}=0, \quad b\left(\frac{\sin\mu_0}{\mu_0}\pm\frac{1}{\lambda_0}\right)=0. \tag{2.14}$$

Сравнив эту формулу с формулой (13) выводим, что

$$\psi_0'(1-t)+b\psi_0(1-t)=\pm\lambda_0\psi_0(t),$$

где знак λ_0 согласован со знаком $\cos\mu_0$.

3. Основные результаты

Из леммы 2 следует, что положительные корни уравнения $tg\mu = -\dfrac{\mu}{b}$, $b \succ 0$ удовлетворяют неравенств

$$k\pi - \frac{\pi}{2} \prec \mu_k \prec k\pi, \quad k \geq 1. \tag{3.1}$$

при этом собственные значения оператора B имеют вид

$$\lambda_k = \frac{\mu_k}{\sin\mu_k}, \tag{3.2}$$

а соответствующие собственные функции

$$\psi_k(t) = \sin\mu_k t, \quad k \geq 1. \tag{3.3}$$

Для регуляризации сингулярности по ε в точке $\varepsilon = 0$ составим пучок операторов, отвечающей задаче (1.1)-(1.2):

$$P(\lambda, x, t) = \varepsilon^4\lambda^4 - L,$$

где $L-$ оператор из леммы 2. Заметим, что $L = B^2$. По некоторой аналогии с краевой задачей для обыкновенных дифференциальных уравнений регуляризующие функции должны выражаться через нули спектрального характеристического уравнения, получаемого по пучку следующим образом: $\varepsilon^4\lambda^4 - \lambda_k^2 = 0.$ Отсюда находим четыре счетные последовательности нулей спектрального характеристического уравнения:

$$\lambda_{1,k} = \frac{\sqrt{|\lambda_k|}}{\varepsilon}, \quad \lambda_{2,k} = -\frac{\sqrt{|\lambda_k|}}{\varepsilon}, \quad \lambda_{3,k} = i\frac{\sqrt{|\lambda_k|}}{\varepsilon}, \quad \lambda_{4,k} = -i\frac{\sqrt{|\lambda_k|}}{\varepsilon}.$$

Но эти последовательности нулей можно смотреть как на значения параметра пучка, при которых собственная функция $\psi_k(t)$ оператора L будет собственной функцией пучка операторов, то есть

$$P(\lambda_{jk}, x, t)\psi_k(t) = 0, \quad j = 1,2,3,4; \; k = 1,2,...$$

Числа λ_{jk} – называют также спектром пучка. Регуляризованные функций по этим значениям параметра выбираем так

$$v_k(x) = \frac{\sqrt{|\lambda_k|}}{\varepsilon}(x-1), \; \tau_k(x) = -\frac{\sqrt{|\lambda_k|}}{\varepsilon}x, \; \rho_k(x) = i\frac{\sqrt{|\lambda_k|}}{\varepsilon}x,$$

$$r_k(x) = -i\frac{\sqrt{|\lambda_k|}}{\varepsilon}x, \; \omega_k = \sqrt{|\lambda_k|}, \; k \geq 1. \tag{3.4}$$

Введем следующие обозначения

$$v = (v_1, v_2, ...), \; \tau = (\tau_1, \tau_2, ...), \; \rho = (\rho_1, \rho_2, ...), \; r = (r_1, r_2, ...), \; \omega = (\omega_1, \omega_2, ...). \tag{3.5}$$

Вместо решения $u(x,t,\varepsilon)$ задачи (1.1)-(1.2) будем изучать новую функцию $\widetilde{u}(x,t,v,\tau,\rho,r,\varepsilon)$ такую, что

$$\widetilde{u}\big|_{v=v(x),\tau=\tau(x),\rho=\rho(x),r=r(x)} \equiv u(x,t,\varepsilon) \tag{3.6}$$

Вычислим частную производную по x.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \left(\frac{\partial\widetilde{u}}{\partial x} + \frac{1}{\varepsilon}D\omega\widetilde{u}\right)\bigg|_{v=v(x),\tau=\tau(x),\rho=\rho(x),r=r(x)},$$

где

$$D_\omega = \sum_{k=1}^{\infty} \omega_k \left(\frac{\partial}{\partial v_k} - \frac{\partial}{\partial \tau_k} + i\frac{\partial}{\partial \rho_k} - i\frac{\partial}{\partial r_k} \right).$$

Аналогично вычисляется следующая производная

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{\varepsilon} D_\omega \right)^2 \widetilde{u}\,.$$

Подставляя полученную производную в задачу (1.1)-(1.2), сформулируем, исходя из предыдущего, задачу для определения расширенной функции $\widetilde{u}$. Предварительно для краткости координаты двух точек $M(x,t,v,\tau,\rho,r)$ обозначим следующим образом:

$M_0 = (0,t,v(0,\varepsilon),0,0,0)$ и $M_1 = (1,t,0,\tau(1,\varepsilon),\rho(1,\varepsilon),r(1,\varepsilon))$.

Задачу для $\widetilde{u}$ запишем в виде

$$T_\varepsilon \widetilde{u} \equiv (D_\omega^2 - M)\widetilde{u} + 2\varepsilon D_\omega \left(\frac{\partial}{\partial x}\widetilde{u} \right) + \varepsilon^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\widetilde{u} = f(x,t), \tag{3.7}$$

$$\widetilde{u}(M_0,\varepsilon) = 0, \; \widetilde{u}(M_1,\varepsilon) = 0, \tag{3.8}$$

$$\widetilde{u}(x,0,v,\tau,\rho,r,\varepsilon) = 0, \tag{3.9}$$

Задача (7), (8), (9) регулярна по ε при $\varepsilon \to 0$, поэтому ее решение можно определять в виде обычного ряда теории возмущении.

Обозначим $\theta = (v,\tau,\rho,r)$, и будем определять решение задачи (7), (8), (9) в виде ряда

$$\widetilde{u} = \sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon^j u_j(\theta,t). \tag{3.10}$$

Для определения коэффициентов последнего ряда из задачи (7), (8), (9) получим следующие итерационные задачи:

$$T_0 u = f(x,t), \; u_0(M_0) = 0, \; u_0(M_1) = 0, \; u_0(\theta,0) = 0 \tag{3.11}$$

$$T_0 u_1 = -T_1 u_0, \; u_1|M_0| = 0, \; u_1|M_1| = 0, \; u_1(\theta,0) = 0 \tag{3.12}$$

$$T_0 u_j = -T_1 u_{j-1} - T_2 u_{j-2}; \; u_j(M_0) = 0, \; u_j(M_1) = 0, \; u_j(\theta,0) = 0. \tag{3.13}$$

Задачи (11), (12), (13) будем решать в некотором пространстве безрезонансных решений U. Заметим, что оператор $T_0 = D_\omega^2 - M$. На каждое из равенств (11), (12), (13) подействуем оператором $D_\omega^2 + M$, считая, что это возможно. Тогда имеем

$$(D_\omega^4 - L)u_0 = -Mf, \; u_0(M_0) = 0, \; u_0(M_1) = 0, \tag{3.14}$$

$$T_0 u_0(M_0) = f(0,t), \tag{3.15}$$

$$T_0 u_0(M_1) = f(1,t), \; u_0(\theta,0) = 0 \tag{3.16}$$

здесь учтено, что $M^2 = L$.

Рассмотрим действие оператора $D_\omega^4 - L$ на функции пространства U_{kj}, каждый элемент u_{kj}, которого представим в виде

$$u_{kj} = \left[\alpha_{kj}(x)e^{v_j} + \beta_{kj}(x)e^{\tau_j} + \gamma_{kj}(x)e^{\rho_j} + \delta_{kj}(x)e^{r_j} + \varepsilon_k(x)\right]\cdot \psi_k(t),$$

где α_{kj}, β_{kj}, γ_{kj}, δ_{kj}, ε_k – скалярные функции. Мы получим

$$(D_\omega^4 - L)u_{kj} = D_\omega^4 u_{kj} - Lu_{kj} = D_\omega^3\left[\omega_j\left(\alpha_{kj}e^{v_j} - \beta_{kj}e^{\tau_j} + i\gamma_{kj}e^{\rho_j} - i\delta_{kj}e^{r_j}\right)\right]\cdot \psi_k(t) - \lambda_k^2 u_{kj} =$$
$$\omega_j^4\left(\alpha_{kj}e^{v_j} + \beta_{kj}e^{\tau_j} + \gamma_{kj}e^{\rho_j} + \delta_{kj}e^{r_j}\right)\cdot \psi_k(t) - \lambda_k^2 u_{kj} = (\lambda_j^2 - \lambda_k^2)\cdot\left(\alpha_{kj}e^{v_j} + \beta_{kj}e^{\tau_j} +\right.$$
$$\left.\gamma_{kj}e^{\rho_j} + \delta_{kj}e^{r_j}\right)\cdot \psi_k(t) - \lambda_k^2\cdot \varepsilon_k \cdot \psi_k(t).$$

Следовательно, пространства U_{kj} инвариантны относительно оператора $D_\omega^4 - L$. Причем, при $j=k$ функции $\alpha_{jj}e^{v_j}\psi_j$, $\beta_{jj}e^{\tau_j}\psi_j$, $\gamma_{jj}e^{\rho_j}\psi_j$, $\delta_{jj}e^{r_j}\psi_j$ являются элементами ядра $D_\omega^4 - L$, при произвольных α_{jj}, β_{jj}, γ_{jj}, δ_{jj}. Так как спектр оператора L простой и все λ_k^2 отличны от нуля, то при $j \neq k$ функции вида $\left(\alpha_{kj}e^{v_j} + \beta_{kj}e^{\tau_j} + \gamma_{kj}e^{\rho_j} + \delta_{kj}e^{r_j}\right)\cdot\psi_k$ принадлежат к области значении оператора $(D_\omega^4 - L)$ так же, как и функции $\varepsilon_k\psi_k$. Исходя из вышесказанного, естественно рассмотреть следующее пространство сходящихся рядов:

$$U_x = \Bigg\{ h(\theta,t) : h = \sum_{k,j=1}^{\infty}\left(\alpha_{kj}(x)\cdot e^{v_j} + \beta_{kj}(x)e^{\tau_j} + \gamma_{kj}(x)e^{\rho_j} + \delta_{kj}(x)e^{r_j}\right)\cdot\psi_k(t) + \sum_{k=1}^{\infty}\varepsilon_k(x)\psi_k(t),$$

$$\|h\|^2 = \sum_{k,j=1}^{\infty}\left(|\alpha_{kj}(x)|^2 + |\beta_{kj}(x)|^2 + |\gamma_{kj}(x)|^2 + |\delta_{kj}(x)|^2\right)\cdot\|\psi_k\|^2 + \sum_{k=1}^{\infty}|\varepsilon_k(x)|^2\|\psi_k\|^2 \prec \infty,$$

$$\sum_{k,j=1}^{\infty}\left|\lambda_j^2 - \lambda_k^2\right|^2\cdot\left(|\alpha_{kj}(x)|^2 + |\beta_{kj}(x)|^2 + |\gamma_{kj}(x)|^2 + |\delta_{kj}(x)|^2\right)\cdot\|\psi_k\|^2 + \sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^4|\varepsilon_k(x)|^2\|\psi_k\|^2 \prec +\infty,$$

$$\forall x \in [0,1],\quad \alpha_{kj},\ \beta_{kj},\ \gamma_{kj},\ \delta_{kj},\ \varepsilon_k \in C^\infty[0,1],\ \left|e^{v_j}\right| \le 1,\ \left|e^{\tau_j}\right| \le 1,\ \left|e^{\rho_j}\right| \le 1,\ \left|e^{r_j}\right| \le 1 \Bigg\}$$

Пространством безрезонансных решений для задач (14), (15), (16) является пространство U_x. Дальнейшие построения аналогичны построениям С.А.Ломова [1, стр. 319-327].

Запишем предложения, в которых будет решаться исходная задача (1.1)-(1.2).

Условие 1. Считаем, что вещественная константа C неотрицательна. Функцию $f(x,t)$ считаем такой, что существуют непрерывные производные $\frac{\partial f}{\partial t}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$. Сформулируем основной результат работы.

ТЕОРЕМА 3.1. Пусть выполнено условие 1. Тогда при достаточно малых $\varepsilon \succ 0$ задачи (14)-(16) в пространстве U_x однозначно разрешимы. Причем сужения ряда (10) при $v = v(x,\varepsilon)$, $\tau = \tau(x,\varepsilon)$, $\rho = \rho(x,\varepsilon)$, $r = r(x,\varepsilon)$ является асимптотическим рядом для решения задачи (1.1)-(1.2) при $\varepsilon \to +0$.

ЛИТЕРАТУРА

1 Ломов С.А. Введение в общую теорию сингулярных возмущений. – М.: Наука, 1981. – 398с.

2 Треногин В.А. Функциональный анализ. – М.: Наука, 1980. – 494 с.

3.I Orazov, A. Shaldanbayev, and M. Shomanbayeva, About the Nature of the Spectrum of the Periodic Problem for the Heat Equation with a Deviating Argument, Abstract and Applied Analysis, Volume 2013 (2013), Article ID 128363, 6 pages, http://dx.doi.org/10.1155/2013/128363.

1 S **REFERENCES**

.Lomov, Introduction to the General Theory of Singular Perturbations, American Mathematical Society, Providence, RI, 1992.

2 V.Trenogin, Development and application of the asymptotic Lyusternik-Vishik method, Russian Math. Surveys, 25 (1970), pp. 119-156.

3.1 Orazov, A. Shaldanbayev, and M. Shomanbayeva, About the Nature of the Spectrum of the Periodic Problem for the Heat Equation with a Deviating Argument, Abstract and Applied Analysis, Volume 2013 (2013), Article ID 128363, 6 pages, http://dx.doi.org/10.1155/2013/128363.

Резюме

В настоящей работе методом Ломова С.А. решена сингулярно возмущенная задача для уравнения Навье-Стокса, при этом существенно использованы результаты спектральной теории дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом.

Библ. – 2 названий.