УДК 531.1+629.19

М. Д. ШИНИБАЕВ[1], А. А. БЕКОВ[1], С. С. ДАЙЫРБЕКОВ[2], К. А.УЛУКБАЕВ[2], К. С. АСТЕМЕСОВА[3], Д. И. УСИПБЕКОВА[3]

([1]Институт космических исследований имени академика У.М.Султангазина
АО «НЦКИТ», г.Алматы;
[2]Университет Сыр-Дария, г.Джетысай;
[3]Казахстанский национальный технический университет имени К.И.Сатпаева, г.Алматы)

О ПОСТРОЕНИИ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ ОРБИТЫ ИСЗ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

M. D. SHINIBAYEV[1], A. A. BEKOV[1], S. S. DAIYRBEKOV[2], K. A. ULUKBAYEV[2], K. S. ASTEMESOVA[3], D. I. USIPBEKOBA.[3]

(The Institute of space research named after U.M. Sultangazyn[1])
JSC «NCKIT», Almaty city.;
[2]Syrdarya University, Zhetysai city;
[3]Kazakh National Technical University named after K.I.Satpayev Almaty city)

ABOUT CREATION OF THE INTERMEDIATE ORBIT OF ARTIFICIAL SATELLITE IN THE CYLINDRICAL FRAME

Keywords: dynamics, the orbits, the force field, the force function, the orbital parameters.

Abstract: There is constructed the new intermediate orbit of an artificial satellite in quadratures which simulates the task about movement of artificial satellite in a gravitational field of the central and external body. There is considered space orbital movement of artificial satellite. The force function of the intermediate orbit is written down in a cylindrical frame of ρ, λ, z.. The beginning of a frame is in the center of mass of the central body and is the most central for this body.

The force function of the intermediate orbit appears as [1]:

$$U = \frac{\mu}{\rho} + \frac{1}{2}\nu\rho^2 + \frac{1}{2}(\nu' - \nu)z^2, \qquad \rho^2 = x^2 + y^2$$

μ is the gravitational parameter, the first term characterizes the gravitational field of the central body if the artificial satellite falls into to the category of far artificial satellites, and other terms characterize a gravitational field of an external body.

Movement of artificial satellite occurs in a noncentral gravitational field. Non centrality of a gravitational field is caused by item $\frac{1}{2}(\nu' - \nu)z^2$

Аннотация. Построена новая промежуточная орбита ИСЗ в квадратурах, которая моделирует задачу о движении ИСЗ в поле тяготения центрального и внешнего тела. Рассматривается пространственное орбитальное движение ИСЗ. Силовая функция промежуточной орбиты записана в цилиндрической системе координат ρ, λ, z. Начало системы координат находится в центре масс центрального тела и является главной центральной для этого тела.

Силовая функция промежуточной орбиты имеет вид [1]:

$$U = \frac{\mu}{\rho} + \frac{1}{2}\nu\rho^2 + \frac{1}{2}(\nu' - \nu)z^2, \quad \rho^2 = x^2 + y^2$$

где μ – гравитационный параметр, первый член характеризует поле тяготения центрального тела, если ИСЗ относится к разряду далеких ИСЗ, а остальные члены характеризуют поле тяготения внешнего тела.

Движение ИСЗ происходит в нецентральном поле тяготения. Нецентральность поля тяготения обусловлена наличием слагаемого $\frac{1}{2}(\nu' - \nu)z^2$.

Новая промежуточная орбита в квадратурах позволяет решить проблему критического наклона орбиты ИСЗ [2]. В принятой промежуточной орбите уравнения движения не имеют особенностей при нулевых наклонах и эксцентриситетах.

Общее решение уравнений промежуточной орбиты мы получили методом Гамильтона-Якоби через эллиптические функции.

Промежуточная орбита учитывает вековые возмущения первого порядка, если принять, что в (1) вторая и третья слагаемые учитывают сжатье Земли, причем эта схема уже не будет учитывать возмущения внешнего тела.

Новая теория компактна, проста, и главная ее ценность заключается в отсутствии вековых и смешанных членов, а также элементарных делителей. Эта теория дает возможность прогнозировать движение далеких спутников Земли в неуправляемом режиме. Это важно, так как чтобы оживить станции, ИСЗ которые попали в нештатные ситуации, надо знать их законы движения.

Ключевые слова: динамика, орбиты, силовое поле, силовая функция, параметры орбиты.

Тірек сөздер: динамика, орбиталар, тартылыс өрісі, күш функциясы, орбиталық параметрлер.

Пусть ИСЗ относится к разряду далеких ИСЗ [1]. Рассмотрим орбитальное движение в поле тяготения центрального и внешнего тела. Для аппроксимации поля тяготения центрального и внешнего тела используем силовую функцию Хилла в цилиндрической системе координат:

$$U=\frac{\mu}{\rho}+\frac{1}{2}\nu\rho^2+\frac{1}{2}(\nu'-\nu)z^2, \tag{1}$$

где μ – гравитационный параметр; ν, ν' – постоянные параметры, учитывающие поле тяготения внешнего тела, $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$ – полярный радиус центра масс ИСЗ, z – аппликата центра масс ИСЗ, начало цилиндрической системы координат $O\rho\lambda z$ находится в центре масс центрального тела. Кинетическая энергия орбитального движения ИСЗ:

$$T=\frac{1}{2}(\dot\rho^2+\rho^2\dot\lambda^2+\dot z^2), \tag{2}$$

Используя (2,) найдем выражения для импульсов

$$p_\rho=\frac{\partial T}{\partial\dot\rho}=\dot\rho,\quad p_\lambda=\frac{\partial T}{\partial\dot\lambda}=\rho^2\dot\lambda,\quad p_z=\frac{\partial T}{\partial\dot z}=\dot z. \tag{3}$$

Функция Гамильтона запишем в виде

$$H=\frac{1}{2}\left(p_\rho^2+\frac{1}{\rho^2}p_\lambda^2+p_z^2\right)-\frac{\mu}{\rho}-\frac{1}{2}\nu\rho^2-\frac{1}{2}(\nu'-\nu)z^2. \tag{4}$$

Следует отметить, что H не зависит явно от времени, поэтому

$$\frac{\partial H}{\partial t}\equiv 0, \tag{5}$$

отсюда имеем

$$H\left(\rho,\lambda,z,V'_\rho,V'_\lambda,V'_z\right)=h_1. \tag{6}$$

где h_1 – постоянная интегрирования, V – производящая функция.

Запишем уравнение Гамильтона-Якоби

$$\frac{\partial V}{\partial t}+H\left(t,\rho,\lambda,z,\frac{\partial V}{\partial\rho},\frac{\partial V}{\partial\lambda},\frac{\partial V}{\partial z}\right)=0. \tag{7}$$

У нас $\frac{\partial H}{\partial t}\equiv 0$, поэтому [2]

$$V=-h_1t+W(\rho,\lambda,z). \tag{8}$$

где $W(\rho,\lambda,z)$ удовлетворяет (6), т.е.

$$H\left(\rho,\lambda,z,\frac{\partial W}{\partial\rho},\frac{\partial W}{\partial\pi},\frac{\partial W}{\partial z}\right)=h_1. \tag{9}$$

Если принять во внимание (4) , то (9) будет иметь вид

$$\left(\frac{\partial W}{\partial\rho}\right)^2+\frac{1}{\rho^2}\left(\frac{\partial W}{\partial\lambda}\right)^2+\left(\frac{\partial W}{\partial z}\right)^2-\frac{2\mu}{\rho}-\nu\rho^2-(\nu'-\nu)z=2h_1. \tag{10}$$

Пусть

$$W=W_1(\rho)+W_2(\lambda)+W_3(z), \tag{11}$$

тогда (10) можно переписать в виде:

$$\left(\frac{dW_1}{d\rho}\right)^2+\frac{1}{\rho^2}\left(\frac{dW_2}{d\lambda}\right)^2+\left(\frac{dW_3}{dz}\right)^2-\frac{2\mu}{\rho}-\nu\rho^2-(\nu'-\nu)z=2h_1. \qquad (12)$$

Потребуем следующее соответствие:

$$\left(\frac{dW_2}{d\lambda}\right)^2=h_2^2, \qquad (13)$$

$$\left(\frac{dW_3}{dz}\right)^2=(\nu'-\nu)z+h_3^2, \qquad (14)$$

$$\left(\frac{dW_1}{d\rho}\right)^2=2h_1+\nu\rho^2+\frac{2\mu}{\rho}-\frac{1}{\rho^2}h_2^2-h_3^2 \qquad (15)$$

Из (14) имеем

$$W_3=\int\sqrt{(\nu'-\nu)z+h_3^2}\,dz, \qquad (16)$$

из (13)

$$W_2=h_2\int d\lambda=h_2\lambda, \qquad (17)$$

из (15)

$$W_1=\int\sqrt{\nu\rho^4+(2h_1-h_3^2)\rho^2+2\mu\rho-h_2^2}\cdot\frac{d\rho}{\rho}. \qquad (18)$$

Подставив (16)-(18) в (11), имеем

$$W=\int\sqrt{\nu\rho^4+(2h_1-h_3^2)\rho^2+2\mu\rho-h_2^2}\cdot\frac{d\rho}{\rho}+h_2\lambda+\int\sqrt{(\nu'-\nu)z+h_3^2}\,dz. \qquad (19)$$

В соответствии с общей теорией метода Гамильтона-Якоби теперь решение канонических уравнений Гамильтона [2]

$$\left.\begin{aligned}&\frac{d\rho}{dt}=\frac{\partial H}{\partial p_\rho},\quad \frac{d\lambda}{dt}=\frac{\partial H}{\partial p_\lambda},\quad \frac{dz}{dt}=\frac{\partial H}{\partial p_z},\\&\frac{dp_\rho}{dt}=-\frac{\partial H}{\partial \rho},\quad \frac{dp_\lambda}{dt}=-\frac{\partial H}{\partial \lambda},\quad \frac{dp_z}{dt}=-\frac{\partial H}{\partial z}\end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

можно представить следующими квадратурами

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial W}{\partial h_1}=t+\beta_1,\quad \frac{\partial W}{\partial h_2}=\beta_2,\quad \frac{\partial W}{\partial h_3}=\beta_3,\\&\frac{\partial W}{\partial \rho}=p_\rho,\quad \frac{\partial W}{\partial \lambda}=p_\lambda,\quad \frac{\partial W}{\partial z}=p_z,\end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

где β_1,β_2,β_3 – постоянные интегрирования.

Перепишем (21) в явном виде

$$t+\beta_1=\int\frac{h_1\rho}{\sqrt{\nu\rho^4+(2h_1-h_3^2)\rho^2+2\mu\rho-h_2^2}}, \qquad (22)$$

$$\beta_2=\lambda+\int\frac{-h_2}{\sqrt{\nu\rho^4+(2h_1-h_3^2)\rho^2+2\mu\rho-h_2^2}}\cdot\frac{d\rho}{\rho}, \qquad (23)$$

$$\beta_3=\int\frac{-h_3\rho}{\sqrt{\nu\rho^4+(2h_1-h_3^2)\rho^2+2\mu\rho-h_2^2}}\cdot d\rho+\int\frac{h_3}{\sqrt{(\nu'-\nu)z+h_3^2}}dz, \qquad (24)$$

$$p_\rho=\int\frac{2\nu\rho^3+(2h_1-h_3^2)\rho+\mu}{\sqrt{\nu\rho^4+(2h_1-h_3^2)\rho^2+2\mu\rho-h_2^2}}\cdot\frac{d\rho}{\rho}-$$

$$-\int\frac{\rho^{-2}d\rho}{\sqrt{\nu\rho^4+(2h_1-h_3^2)\rho^2+2\mu\rho-h_2^2}}dz; \tag{25}$$

$$p_\lambda = h_2, \tag{26}$$

$$p_z=\int\frac{(\nu'-\nu)dz}{\sqrt{(\nu'-\nu)z+h_3^2}}. \tag{27}$$

Полученные квадратуры позволяют найти $\rho(t)$ из (22), $\lambda(t)$ из (23), $z(t)$ из (24), следовательно, поставленная задача о движении ИСЗ в поле тяготения центрального и внешнего тела решена в общем виде.

ЛИТЕРАТУРА

1 Шинибаев М.Д. Поступательное движение пассивно гравитирующего тела в центральном и нецентральном поле тяготения. – Алматы, 2001. – 128 с.

2 Итоги науки и техники. Серия: Исследование космического пространства. – М., 1980. – Т.15. – 160 с.

REFERENCES

1 Shinibaev M.D. Postupatelnoe dvigenie passivno gravitirueshego tela v centralnom i necentralnom pole tyagoteniya. Almaty, 2001, 128 p. (in Russ.).

2 Itogi nauki i tehniki. Seria: Isledovania cosmicheskodo prostranstva. – M., 1980. – T.15. – 160 p. (in Russ.).

Резюме

М. Д. Шыныбаев[1], А. А. Беков[1], С. С. Дайырбеков[2], Қ. А. Ұлықбаев[2], К. С. Астемесова[3], Д. И. Өсіпбекова[3]

([1]Академик Ө.М.Сұлтанғазин атындағы ғарыштық зерттеулер институты АҚ «ҰҒЗТО», Алматы қ.;
[2]Сыр-Дария университеті, Джетысай қ.;
[3]Қ.И.Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық университеті, Алматы қ.)

ЖАСАНДЫ ЖЕР СЕРІГІНІҢ ЦИЛИНДРЛІК КООРДИНАТТЫҚ ЖҮЙЕДЕ ОРТАЛЫҚ ОРБИТАСЫН СОҒУ

Орталық және сыртқы дененің өрісіндегі жасанды Жер серігінің жаңа орталық орбитасы соғылды. Ол тұйықталған квадратураларда ЖЖС-тің орталық және сыртқы дененің өрісіндегі қозғалысын модельдейді. Орталық орбита ЖЖС-нің кеңістіктегі қозғалысын толық сипаттайды.

Орталық орбитаның күш өрісін цилиндрлік координаттар жүйесінде жазылған күш функциясы қолайлы түрде өрнектейді. Координаттық жүйе ретінде дененің орталық бас өстері алынды. Бұл жағдайда күш функциясы былай жазылады [1]

$$U=\frac{\mu}{\rho}+\frac{1}{2}\nu\rho^2+\frac{1}{2}(\nu'-\nu)z^2, \tag{1}$$

мұнда μ – гравитациялық параметр, бірінші мүше орталық дененің күш өрісін сипаттайды, егер ЖЖС-гі алыстағы ЖЖС-тер қатарында болса, ал қалған мүшелер сыртқы дененің әсерін есепке алады. Қозғалыс орталық емес күш өрісінде өтеді. Орталық еместік $\frac{1}{2}(\nu'-\nu)z^2$ мүшесімен қамтамасызданады.

Жаңа орталық орбита қатерлі көлбеулік проблемасын шешеді [2]. Құрылған орталық орбитада қозғалыстың дифференциалдық теңдеулерінің нөлдік көлбеулерде, нөлдік эксцентриситеттерде ерекше нүктелері жоқ.

Орталық орбитаның жалпы шешімі квадратураларда Гамильтон-Якоби әдісімен анықталады. Егер ЖЖС-гі алыс жасанды Жер серіктерінің қатарына кірсе, онда орбита 1-ші реттік ғасырлық ауытқуларды есепке алады. Бұл схемада (1)-ші өрнектің 2-ші, 3-ші мүшелері орталық дененің қысылғандағы әсерін есепке алады, бірақ сыртқы дене әсерін сипаттамайды.

Анықталған орталық орбита күрделі емес, ықшамды өрнектелген, тағы да айта кететін тиімділіктер мұнда ғасырлық, аралас ғасырлық және нөлдік бөлгіштер жоқ, демек теория ұзақ мерзімде жасанды Жер серігінің қозғалысын болжауға тиімді қолданыс табады.