

A SPECIAL ROLE AND A MORE GENERAL EXPRESSION OF THE STERIC FACTOR IN THE PROBABILISTIC MODEL OF GRINDING

V.P. Malyshev, Yu.S. Zubrina, A.M. Makasheva, G.L. Katkeeva, D.A. Kaikenov

Chemical and metallurgical institute named after Zh. Abishev, Karaganda, Kazakhstan
cia_hmi@mail.ru

Key words: probabilistic model, steric factor, grinding, experiments, adaptation, entropy analysis.

Abstract. The probabilistic model of grinding includes a probabilistic steric factor. It displays the shielding hitting balls to the grain in the waterfall and cyclic motion of mixture of the grinding and milled bodies.

This factor can also be called spatial-orientation. It depends on the ratio of geometrical dimensions of balls and grains when ball impacts in the grain layer, covered with a shadow (projection) of the ball. Height compressible layer depends on the grain size of the crushed material and inversely proportional to this size because of large aggregation of smaller particles.

In this connection, for explanations of any allegations in the steric factor and a constant of speed of grinding is entered a multiplier as a number fraction in a degree where the value ranges from zero to one. It depends on the physical properties of the crushed material. Wherein is saved log-normal distribution of crushed fractions and lowering of entropy of process.

УДК 622.8

ОСОБАЯ РОЛЬ И БОЛЕЕ ОБЩЕЕ ВЫРАЖЕНИЕ СТЕРИЧЕСКОГО ФАКТОРА В ВЕРОЯТНОСТНОЙ МОДЕЛИ ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ

В.П. Малышев, Ю.С. Зубрина, А.М. Макашева, Г.Л. Каткеева, Д.А. Кайкенов

Химико-металлургический институт имени Ж. Абишева, Караганда, Казахстан

Ключевые слова: вероятностная модель, стерический фактор, измельчение, опыты, адаптация, энтропийный анализ.

Аннотация. В вероятностную модель измельчения входит такой вероятностный фактор как стерический. Он отображает экранирование удара шаров в зерна при водопадном циклическом движении смеси мелющих и измельчаемых тел.

Данный фактор также можно назвать пространственно-ориентационным. Он зависит от соотношения геометрических размеров шаров и зерен при ударе шара в слой зерен, накрытых тенью (проекцией) шара. Высота зажимаемого слоя зависит от размера зерен измельчаемого материала и обратно пропорциональна этому размеру из-за большой агрегации все более мелких частиц.

В связи с чем для объяснения такого утверждения, в стерический фактор, а также в константу скорости измельчения вводится множитель в виде номера фракции в степени, значение которой варьируется от нуля до единицы. Это зависит от физических свойств измельчаемого материала. При этом сохраняется логарифмически нормальное распределение измельчаемых фракций и понижение энтропии процесса.

Введение

Этот фактор, пожалуй, единственный, который ранее вообще не рассматривался в каких бы то ни было теориях измельчения или в эмпирических зависимостях для этого процесса [1-15], за исключением наиболее общей вероятностной теории измельчения, предложенной и

разрабатываемой авторами настоящей статьи [16-21]. В этой теории стерический фактор ($P_{ст}$) претендует на главенствующую роль наряду с концентрационным ($P_{конц}$), активационным (P_a) и частотным (Z) факторами в понимании физической и вероятностной природы измельчения и адаптации разработанной модели к практическим условиям работы мельниц.

Стерическим фактором отображается его экранирующее воздействие на непосредственный удар измельчающего тела (шара) в зерно, вследствие чего эффективность разрушения зерен уменьшается. Этот фактор, как и остальные, представляет собой вероятность соответствующего элементарного события, в данном случае попадания шара в зерно, и как принято в молекулярной физике, является своеобразным «сечением соударений», которое может сжиматься от единицы до нуля по отношению к размеру зерен в j -тых фракциях ($d_{ш}$ – размер шара)

$$P_{ст} = 4 \left[\frac{d_j}{d_{ш}} - \left(\frac{d_j}{d_{ш}} \right)^2 \right]. \quad (1)$$

Сама же вероятностная модель отображает скорость разрушения (убыли содержания) j -ой фракции

$$-\frac{dP_j}{d\tau} = ZP_{ст}P_aP_{ш}P_zP_j, \quad (2)$$

где P_j – долевое содержание j -ой фракции, τ – продолжительность процесса.

Поскольку единственной и к тому же целевой переменной является P_j , после раскрытия всех вероятностных факторов они объединяются в константу скорости

$$k_j = \frac{8 \left[(d_j/d_{ш}) - (d_j/d_{ш})^2 \right] \omega G_u G_z}{(1 + 2\omega\sqrt{2D/g}) (G_u/\gamma_u + G_z/\gamma_z + G_e/\gamma_e)^2 \gamma_u \gamma_z} \exp \left(- \frac{E_a}{RT + MgD(\gamma_u/\gamma_z)(d_{ш}/d_j)^3} \right), \quad (3)$$

где $d_{ш}$ – диаметр мелющего шара, м; G_u – масса шаровой загрузки в мельнице, кг; γ_u – плотность материала шара, кг/м³; G_z – масса рудной (зерновой) загрузки, кг; γ_z – плотность материала зерен, кг/м³; γ_e – плотность воды, кг/м³; G_e – масса воды в мельнице, кг; ω – частота вращения мельницы, с⁻¹; D – внутренний диаметр мельницы, м; g – ускорение силы тяжести, м/с²; E_a – энергия активации разрушения зерна (в первом приближении равная теплоте плавления материала), Дж/моль; M – средневзвешенная молекулярная масса материала зерна, кг/моль; R – универсальная газовая постоянная, Дж·моль⁻¹·К⁻¹; T – абсолютная температура, К.

В свою очередь, ввиду формирования фракций не только за счет разрушения, но и накопления осколками от предыдущих более крупных фракций, требуется решение системы из n дифференциальных уравнений для выхода n -ой фракции, в результате чего получена интегральная модель для доли любой фракции в любой момент времени

$$P_n = P_{0n} e^{-k_n \tau} + \sum_{j=1}^{n-1} P_{0j} \prod_j^{n-1} k_j \sum_j^n \frac{e^{-k_j \tau}}{\prod_{\substack{j,i=1 \\ i \neq j}}^n (k_i - k_j)}, \quad (4)$$

в которой первое слагаемое представляет собой выход этой фракции за счет собственного разрушения, а второе – за счет накопления от разрушения предыдущих фракций (P_{0j} – исходное содержание фракций).

Непосредственное применение этой модели требует соблюдения определенных процедур по адаптации каждого вероятностного фактора к реальным условиям измельчения, которые продемонстрируем на примере работы лабораторной мельницы.

Условия проведения опытов и первичные результаты

Измельчали Саякскую медную сульфидную руду в лабораторной мельнице МШЛ62МЛ –

Б.000РЭ с использованием исходных данных по характеристикам, принятым за стандартные для данного типа шаровых мельниц, работающих в водопадном (катарактном) режиме: $D = 0,16$ м, $\omega = 1,87$ с⁻¹, $G_{ш} = 1,6$ кг, $G_3 = 0,1$ кг, $G_6 = 0,1$ кг, $\gamma_{ш} = 8000$ кг/м³, $\gamma_3 = 3300$ кг/м³, $\gamma_6 = 1000$ кг/м³. Молярная масса руды принята по молярной массе кварца равной $M = 0,0601$ кг/моль, энергия активации задана равной теплоте плавления кварца на модельном уровне 9170 Дж/моль, средний диаметр стальных шаров размером от 20 до 30 мм принят равным значению $d_{ш} = 0,025$ м, температура измельчения отнесена к комнатной при $T = 298$ К. Физические постоянные: $R = 8,31441$ Дж/(моль·К), $g = 9,806$ м/с². Исходный фракционный состав руды приведен в таблице 1 (при $\tau = 0$ с). Все расчетные по модели (4) данные округлены с точностью до 0,001 д.е. (0,1%), достаточной для процедуры адаптации вероятностной модели к практическим результатам измельчения.

Результаты расчетов приведены на рис. 1 и в сопоставлении с опытными данными – в таблице 1. На рисунке шкала абсцисс дана в размерности порядкового номера фракции, чему соответствует шкала крупности согласно зависимости $\lg d_j = a + bj$.

Прежде всего, расчетные данные, учитывающие выход тонких классов, иллюстрируют формирование логарифмически нормального распределения по мере прохождения процесса, что соответствует данным практики [1], с достаточно четким выявлением максимального выхода все более мелкой фракции (выделена полужирным шрифтом). В опытах по измельчению при различной продолжительности процесса выход нижнего класса (-0,071 мм), начиная с $j = 7$, фиксировался только суммарно, поэтому в таблице расчетные значения для этого класса помимо детального представления даны еще и в суммарном виде для облегчения прямого сопоставления с опытными результатами.

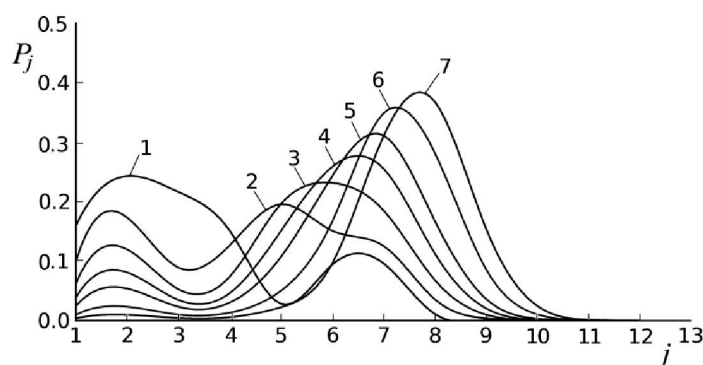


Рисунок 1 – Распределение выхода фракций P_j по кратности измельчения j и продолжительности процесса при использовании в модели (4) $E_a = 9170$ Дж/моль
1 – исходное, 2- 300 с, 3 – 600 с, 4 – 900 с, 5 – 1200 с, 6 – 1800 с, 7 – 2400 с.

Из их сравнения, особенно по суммарному выходу класса -0,071 мм, следует, что измельчение идет заметно быстрее, чем получается по расчету. Это указывает на необходимость адаптации константы скорости измельчения (3) для использования в интегральной модели (4). Эти процедуры рассмотрены в работе [22] по определению опытного значения энергии активации по данным измельчения первого класса зерен путем освобождения E_a из выражения (3) с подстановкой туда результатов ситового анализа по содержанию данного класса.

Реализуя подобные процедуры, нашли опытное значение $E_a = 6989$ Дж/моль. Эта величина заметно меньше заданной для эталонных расчетов (9170 Дж/моль), в связи с чем и облегчается процесс измельчения. Однако это облегчение относится только к крупным классам, а для класса -0,071 мм практически ничего не меняется. Создается впечатление, что уменьшение величины энергии активации почти не влияет на скорость измельчения тонких фракций. С этой целью в исходные данные для расчета было введено значение $E_a = 0$, смысл которого состоит в вероятности полного разрушения зерен любого размера шарами любого размера, т.е. $P_a = 1$, при

попадании шара в зерна. Эти результаты представлены на рис. 2.

Таблица 1 – Распределение фракций P_j (д.е.) по продолжительности измельчения (τ , с), экспериментальное (э) и расчетное (р), при $E_a = 9170$ Дж/моль

j	$d_j, \text{м}$	$k_j, \text{с}^{-1}$	P_j при 0 с		P_j при 300 с		P_j при 600 с		P_j при 900 с		P_j при 1200 с		P_j при 1800 с		P_j при 2400 с	
			э	р	э	р	э	р	э	р	э	р	э	р	э	р
1	$3,000 \cdot 10^{-3}$	$1,560 \cdot 10^{-3}$	0,160	0,160	0,059	0,100	0,010	0,063	0,002	0,039	0,001	0,025	0,002	0,010	0,001	0,004
2	$1,500 \cdot 10^{-3}$	$2,091 \cdot 10^{-3}$	0,243	0,243	0,002	0,173	0,004	0,120	0,002	0,081	0,000	0,054	0,001	0,023	0,001	0,010
3	$7,500 \cdot 10^{-4}$	$6,244 \cdot 10^{-3}$	0,216	0,216	0,026	0,089	0,005	0,053	0,000	0,035	0,000	0,023	0,000	0,010	0,000	0,004
4	$3,500 \cdot 10^{-4}$	$6,152 \cdot 10^{-3}$	0,151	0,151	0,155	0,127	0,036	0,074	0,080	0,046	0,001	0,030	0,000	0,013	0,000	0,006
5	$1,500 \cdot 10^{-4}$	$2,932 \cdot 10^{-3}$	0,028	0,028	0,252	0,195	0,202	0,196	0,001	0,151	0,027	0,107	0,005	0,050	0,001	0,022
6	$8,550 \cdot 10^{-5}$	$1,688 \cdot 10^{-3}$	0,094	0,094	0,087	0,151	0,114	0,232	0,108	0,259	0,072	0,243	0,010	0,167	0,005	0,096
7	$4,280 \cdot 10^{-5}$	$8,475 \cdot 10^{-4}$	0,096	0,096	-	0,125	-	0,185	-	0,255	-	0,311	-	0,348	-	0,310
8	$2,140 \cdot 10^{-5}$	$4,242 \cdot 10^{-4}$	0,011	0,011	-	0,036	-	0,068	-	0,113	-	0,168	-	0,282	-	0,368
9	$1,070 \cdot 10^{-5}$	$2,122 \cdot 10^{-4}$	0,001	0,001	-	0,004	-	0,010	-	0,020	-	0,036	-	0,086	-	0,155
10	$5,340 \cdot 10^{-6}$	$1,059 \cdot 10^{-4}$	0,000	0,000	-	0,000	-	0,001	-	0,001	-	0,003	-	0,010	-	0,024
11	$2,670 \cdot 10^{-6}$	$5,296 \cdot 10^{-5}$	0,000	0,000	-	0,000	-	0,000	-	0,000	-	0,000	-	0,000	-	0,002
12	$1,340 \cdot 10^{-6}$	$2,658 \cdot 10^{-5}$	0,000	0,000	-	0,000	-	0,000	-	0,000	-	0,000	-	0,000	-	0,000
13	$6,680 \cdot 10^{-7}$	$1,325 \cdot 10^{-5}$	0,000	0,000	-	0,000	-	0,000	-	0,000	-	0,000	-	0,000	-	0,000
	$-0,71 \cdot 10^{-5}$		0,108	0,108	0,419	0,165	0,629	0,464	0,807	0,389	0,898	0,518	0,981	0,726	0,991	0,859
Σ	-	-	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,002	1,000	1,000	0,999	1,000	0,999	0,999	0,999	1,001

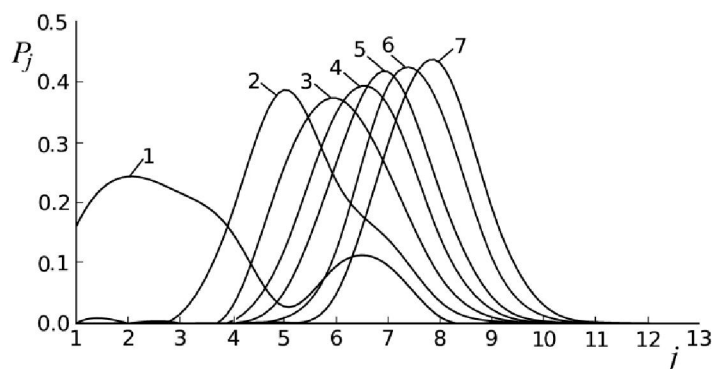


Рисунок 2 – Распределение выхода фракций P_j по кратности измельчения j и продолжительности процесса при использовании в модели (4) $E_a = 0$ Дж/моль
1 – исходное, 2- 300 с, 3 – 600 с, 4 – 900 с, 5 – 1200 с, 6 – 1800 с, 7 – 2400 с.

В этом случае измельчаемость всех классов заметно повысилась, но осталась отстающей от экспериментальных значений, особенно для тонких классов. При этом вполне очевидно, что логарифмически нормальное распределение фракций сохраняется, несмотря на отсутствие противодействия активационного фактора стерическому. Следовательно, этот последний фактор сам по себе воздействует таким образом, что из-за определяющего влияния на прогрессивное уменьшение константы скорости в области тонких классов, которое сохраняется практически без изменений, замедление скорости разрушения каждого последующего класса приводит к опережающему выходу предыдущих классов и формированию распределения фракций с явно выраженным максимумом и соответствующего логарифмически нормального распределения. Тот факт, что по практическим данным выход фракций оказывается больше расчетного, указывает на какое-то ослабление стерического фактора, которое необходимо учесть на основе дополнительных

представлений о характере воздействия этого фактора.

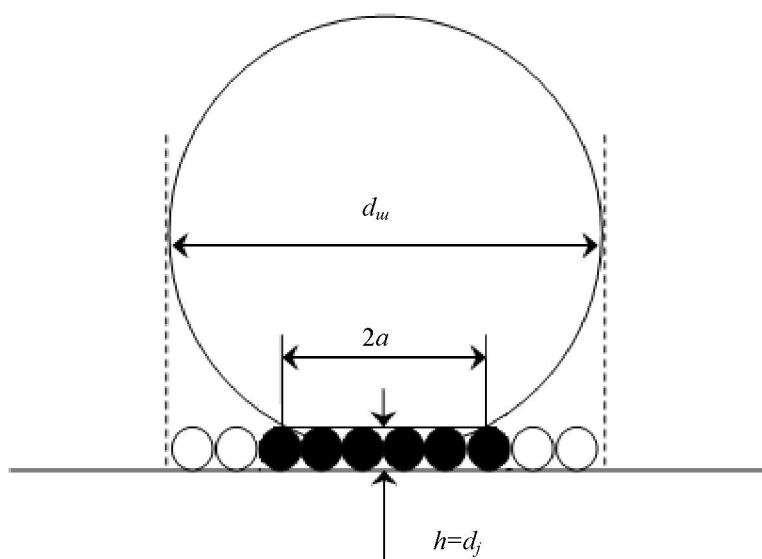
Адаптация вероятностной модели по стерическому фактору

С этой целью следует обратиться к геометрическому обоснованию аналитического выражения для стерического фактора. Это обоснование сводится к расчету отношения площади монослоя зерен, зажатого между ударной поверхностью мельницы и поверхности шара ($S_{заж}$), и общей площадью этого монослоя, накрытого проекцией (тенью) шара ($S_{общ}$), ввиду чего образуется «мертвая зона», недоступная для восприятия удара. Это очевидно из рис. 3, согласно которому по геометрическим отношениям шарового сегмента

$$a^2 = h(2R - h), \quad (5)$$

где R – радиус шара, и по условию $h = d_j$, $R = d_{ш}/2$ получается выражение для стерического фактора (1) из отношения

$$P_{см} = \frac{S_{заж.}}{S_{общ.}} \quad (6)$$



d_u – диаметр шара, d_j – диаметр зерна, h – стрела сегмента шара

Рисунок 3 - К расчету стерического фактора. Заштрихованы зерна в зоне разрушения, не заштрихованы – в «мертвой зоне»

Ввиду $\frac{d_j}{d_u} \ll 1$, особенно для тонких классов, второе слагаемое является пренебрежимо малым, и поэтому стерический фактор оказывается прямо пропорциональным размеру зерна и обратно пропорциональным размеру шара. Именно из-за этого вероятность попадания шара в зерно стремится к нулю при $d_j \rightarrow 0$,

Можно оценить и динамику изменения стерического фактора, полагая характер уменьшения размера зерна при каждом последовательном разрушении вдвое [1]:

$$d_j = d_1 \left(\frac{1}{2}\right)^{j-1}. \quad (7)$$

где d_1 – диаметр самой крупной фракции. Подставляя (7) в (1) с учетом пренебрежения квадратичным членом в (1), получим

$$P_{см} \approx \frac{4d_1}{d_u} \left(\frac{1}{2}\right)^{j-1}. \quad (8)$$

Темп уменьшения $P_{см}$ по мере дробления зерна может быть отождествлен с геометрической регрессией, обуславливая уменьшение разрушаемости для четвертой фракции в 10 раз, для

седьмой - в 100 раз, для десятой-одиннадцатой – в 1000 раз и для четырнадцатой – в 10000 раз, сводя на нет разрушающее воздействие активационного фактора и тем самым занижая выход каждой последующей фракции.

Это в общем отражает реальную картину, для которой свойственна известная из практики так называемая «неизмельчаемость тонких фракций», ведущая к логарифмически нормальному их распределению. Но в данном случае подчинение этой закономерности следует из таких геометрических представлений, в которых рассматривается воздействие шара на **монослой** зерен размером d_j . Между тем из теоретических представлений и данных практики известно, что чем тоньше размер зерен, тем более они склонны к агрегации, к формированию комочков благодаря резкому возрастанию удельной поверхностной энергии [8,23]. Именно этим вызываются затруднения при ситовом расसेве тонких фракций и требуется использование энергоемких установок для этих целей. Следовательно, необходимо учесть эту прогрессирующую агрегацию частиц для учета размера зажатого слоя при геометрическом обосновании стерического фактора. Помимо этого, чем тоньше фракция, тем больше попадает ее в межзеренное пространство более крупных фракций, вследствие чего тонкие классы оказываются в более широком и высоком зажатом монослое крупных зерен и разрушаются совместно с ними.

В первом приближении можно принять, что размер агрегированных и междузеренных образований прямо пропорционален степени разрушения зерна, вследствие чего в области зажатия шаром зерен находится не монослой, как это выражено на рис. 3, а слой толщиной jd_j . Соответственно этому стрела шарового сегмента будет равна $h = jd_j$ и размеры сегмента увеличатся. Подставляя этот размер, а также $R = d_m/2$ в равенство (5), получим из геометрических соотношений рис. 3 более детальное выражение стерического фактора:

$$P_{cm} = \frac{S_{заж.}}{S_{общ.}} = 4j \left[\frac{d_j}{d_m} - j \left(\frac{d_j}{d_m} \right)^2 \right]. \quad (9)$$

Здесь второе слагаемое также является пренебрежимо малым, ввиду ослабляющего влияния множителя $\left[\left(\frac{d_j}{d_m} \right)^2 \right]$, который существенно не изменится при умножении на j .

Ограничиваясь для оценочного анализа фрагментом

$$P_{cm} \approx 4j \frac{d_j}{d_m} \approx \frac{4jd_1}{d_m} \left(\frac{1}{2} \right)^{j-1} \quad (10)$$

и сравнивая его с выражением (8) для монослойного зажатия зерен, приходим к выводу, что их отношение равно

$$\frac{P_{cm}(h=j)}{P_{cm}(h=1)} = j, \quad (11)$$

т.е. увеличивается прямо пропорционально j . Поскольку стерический фактор входит в константу скорости как множитель, то во столько же раз будет увеличиваться и k_j , приводя к повышению измельчаемости. Но при этом должно сохраняться прогрессивное уменьшение константы скорости измельчения за счет стерического фактора, которое необходимо для отображения крутого спада по выходу тонких и соответствующего ему логарифмически нормального распределения.

Это и следует из формулы (10) за исключением первой и второй самых крупных фракций, для которых стерический фактор остается без изменений, и только в дальнейшем происходит прогрессирующее, хотя и замедленное изменение по сравнению с базовой формулой (1). Поэтому для адаптации вероятностной модели во всем диапазоне размеров фракций следует использовать процедуру определения энергии активации [22], которая, как показано выше, наиболее действенна для крупных фракций. Это же значение E_a следует зафиксировать для всех фракций, как и введение в константу скорости множителя j .

По геометрическому смыслу этот множитель эквивалентен числу слоев зерен диаметром d_j , попадающих в зону зажатия ударяющим шаром. Первичное допущение о прямой пропорциональности высоты слоя номеру фракции, $h = jd_j$, является исходным для проверки, но на самом деле определяется индивидуальной склонностью частиц к агрегации для каждого материала и может быть более или менее сильным. Это можно учесть адаптацией вероятностной модели к

практическим данным путем введения понятия об эффективном числе слоев в зоне зажатия, равном j^x . В этом случае при адаптации будет варьироваться показатель x . Так, при $x = 0$ $j^x = 1$ и константа скорости (3) остаётся без изменений, при $x = 1$ $j^x = j$ и соблюдается прямо пропорциональное (идеализированное) агломерирование зерновых частиц, а при $0 < x < 1$ должна реализовываться степень агрегации, наиболее характерная для испытываемого материала. Главное же, что все остальные факторы и параметры сохраняют свое влияние в составе уточненной константы скорости измельчения

$$k_j = \frac{8j^x \left[(d_{ш}/d_j) - (d_{ш}/d_j)^2 \right] \omega G_{ш} G_3}{(1 + 2\omega\sqrt{2D/g})(G_{ш}/\gamma_{ш} + G_3/\gamma_3 + G_B/\gamma_B)^2 \gamma_{ш} \gamma_3} \exp\left(-\frac{E_a}{RT + MgD(\gamma_{ш}/\gamma_3)(d_{ш}/d_j)^3} \right) \quad (12)$$

Путем вариации показателя x для испытываемых материалов было найдено его оптимальное значение, равное 0,5. Соответствующие этому результаты расчетов представлены в табл. 2 и на рис. 4, который также иллюстрирует сохранение логарифмически нормального распределения фракций. Коэффициент корреляции по выходу класса -0,071 мм составил величину $R = 0,992$ при его значимости $t_R = 143 \gg 2$. Среднеквадратическая ошибка составила $S(x) = \pm 0,05$, т.е. в пределах $\pm 5\%$, что является приемлемым для технологических измерений. Данные по этому классу представлены на рис. 5. По полученным данным степень детерминации вероятностной модели измельчения составила, согласно [24], $D = R^2 = 0,984$, что указывает на функциональный характер данной модели.

Расчет адекватности вероятностной модели измельчения по всем экспериментальным значениям выхода всех фракций при всех продолжительностях процесса согласно данным табл. 2 дает величину $R = 0,987$ при значимости $t_R = 252 \gg 2$ и $D = 0,973$, подтверждающих существенно функциональный характер этой модели.

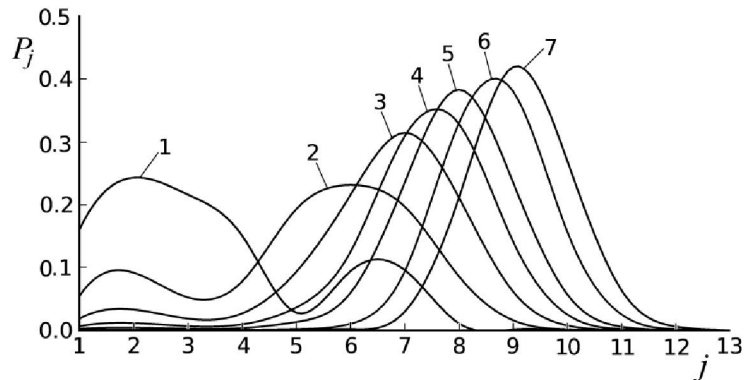


Рисунок 4 – Распределение выхода фракций P_j по кратности измельчения j и продолжительности процесса при использовании в модели (4) $E_a = 6989$ Дж/моль и k_j (10) $\text{с } j^x$ при $x = 0,5$
 1 – исходное, 2- 300 с, 3 – 600 с, 4 – 900 с, 5 – 1200 с, 6 – 1800 с, 7 – 2400 с.

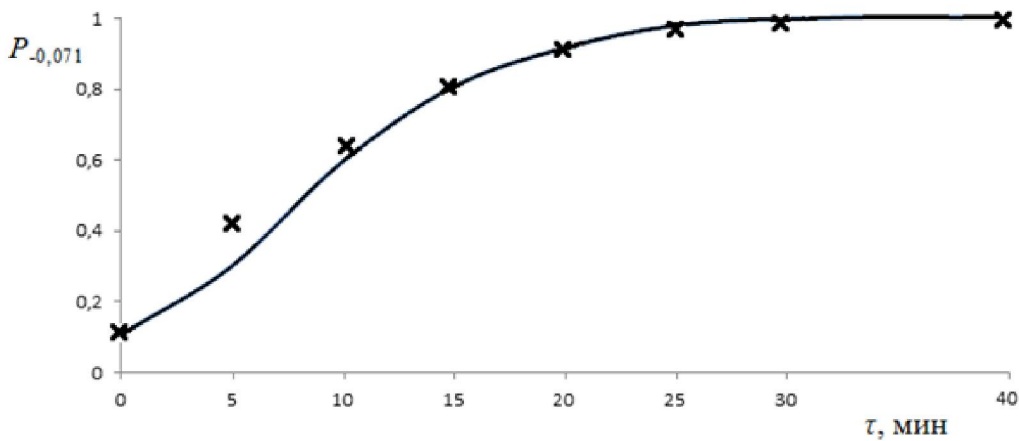


Рисунок 5 – Зависимость выхода фракции -0,071 мм ($P_{-0,071}$, д.е.) от продолжительности процесса τ . Крестики – опытные данные, линия – по вероятностной модели при $E_a = 6989$ Дж/моль и $j^{0,5}$

Таблица 2 – Распределение фракций P_j (д.е.) по продолжительности измельчения (τ , с), экспериментальное (э) и расчетное (р), при $E_a = 6989$ Дж/моль с использованием k_j (12) с j^x при $x = 0,5$

j	d_j , м	k_j , с ⁻¹	P_j при 0 с		P_j при 300 с		P_j при 600 с		P_j при 900 с		P_j при 1200 с		P_j при 1800 с		P_j при 2400 с	
			э	р	э	р	э	р	э	р	э	р	э	р	э	р
1	$3,000 \cdot 10^{-3}$	$3,599 \cdot 10^{-3}$	0,160	0,160	0,059	0,054	0,010	0,018	0,002	0,006	0,001	0,002	0,002	0,000	0,001	0,000
2	$1,500 \cdot 10^{-3}$	$5,481 \cdot 10^{-3}$	0,243	0,243	0,002	0,092	0,004	0,033	0,002	0,012	0,000	0,004	0,001	0,000	0,001	0,000
3	$7,500 \cdot 10^{-4}$	$1,320 \cdot 10^{-2}$	0,216	0,216	0,026	0,052	0,005	0,019	0,000	0,007	0,000	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000
4	$3,500 \cdot 10^{-4}$	$1,262 \cdot 10^{-2}$	0,151	0,151	0,155	0,077	0,036	0,027	0,080	0,009	0,001	0,003	0,000	0,000	0,000	0,000
5	$1,500 \cdot 10^{-4}$	$6,571 \cdot 10^{-3}$	0,028	0,028	0,252	0,193	0,202	0,093	0,001	0,036	0,027	0,013	0,005	0,002	0,001	0,000
6	$8,550 \cdot 10^{-5}$	$4,136 \cdot 10^{-3}$	0,094	0,094	0,087	0,231	0,114	0,215	0,108	0,124	0,072	0,059	0,010	0,010	0,005	0,001
7	$4,280 \cdot 10^{-5}$	$2,242 \cdot 10^{-3}$	0,096	0,096	-	0,197	-	0,314	-	0,309	-	0,235	-	0,093	-	0,029
8	$2,140 \cdot 10^{-5}$	$1,200 \cdot 10^{-3}$	0,011	0,011	-	0,086	-	0,211	-	0,329	-	0,383	-	0,330	-	0,211
9	$1,070 \cdot 10^{-5}$	$6,365 \cdot 10^{-4}$	0,001	0,001	-	0,016	-	0,062	-	0,141	-	0,235	-	0,380	-	0,419
10	$5,340 \cdot 10^{-6}$	$3,349 \cdot 10^{-4}$	0,000	0,000	-	0,001	-	0,008	-	0,025	-	0,057	-	0,157	-	0,270
11	$2,670 \cdot 10^{-6}$	$1,757 \cdot 10^{-4}$	0,000	0,000	-	0,000	-	0,000	-	0,002	-	0,006	-	0,025	-	0,064
12	$1,340 \cdot 10^{-6}$	$9,208 \cdot 10^{-5}$	0,000	0,000	-	0,000	-	0,000	-	0,000	-	0,000	-	0,002	-	0,006
13	$6,680 \cdot 10^{-7}$	$4,778 \cdot 10^{-5}$	0,000	0,000	-	0,000	-	0,000	-	0,000	-	0,000	-	0,000	-	0,000
	$-0,71 \cdot 10^{-5}$		0,108	0,108	0,419	0,300	0,629	0,595	0,807	0,806	0,916	0,916	0,981	0,987	0,991	0,999
Σ	-	-	1,000	1,000	1,000	0,999	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,997	0,999	0,999	0,999	1,000

Энтропийный анализ уточненной модели измельчения

Важно также убедиться после уточнения константы скорости (12) в сохранении общего характера изменения энтропии измельчения по продолжительности процесса, который, по нашим данным [19,21,22], сопровождался понижением энтропии, указывающим на самоорганизацию этого процесса. Расчет энтропии проводился по формуле математической энтропии Больцмана

$$H = - \sum_{j=1}^n P_j \ln P_j \tag{13}$$

с учетом полного состава всех фракций с точностью до 0,001 д.е. в каждый момент времени. Результаты расчета энтропии по данным таблицы 2 представлены на рис. 6.

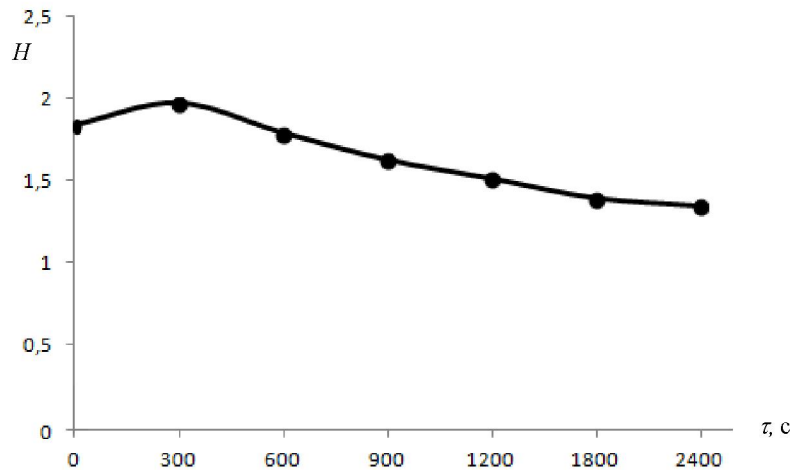


Рисунок 6 – Изменение энтропии измельчения по фракционному составу продукта по мере прохождения процесса

Этим рисунком подтверждается ранее установленная закономерность понижения энтропии измельчения к некоторому стационарному значению. Тем самым можно полагать, что уточненная константа скорости процесса более объективно отображает физическую сущность данного сложного динамического хаотизированного процесса.

В связи с этим важно отметить, что принятая поправка j^x к распределению констант скоростей по фракциям соответствует самым современным представлениям о степенном характере распределений, присущим самоорганизующимся иерархическим (фрактальным) системам [23]. Причем, в этом случае соблюдается не только формальное, но и физическое подобие происходящих явлений, поскольку «... с уменьшением масштаба (размера) объектов происходит самоорганизация своего уровня (ранга). Типичная схема относится к агрегации малых частиц, когда они «прилипают» к поверхности с вероятностью, зависящей от ее локальных свойств» [23, с. 31]. При этом в отличие от гауссовского распределения степенное при τ_c логарифмировании приобретает линейную форму от логарифма основания (ранга), под которым в общем случае «понимается его номер в выборке, упорядоченной по убыванию величины» [23, с. 32]. Применительно к процессу измельчения этому соответствует номер фракции по убыванию среднего размера зерен. Вероятно, эта фундаментальная особенность и приводит к формированию логарифмически нормального распределения фракций в стационарной стадии процесса измельчения.

Выводы

В вероятностной модели измельчения стерический фактор определяет динамику процесса в водопадном режиме работы барабанных мельниц как отображающий экранирование удара шаров в измельчаемый материал при хаотизированном циклическом движении смеси мелющих и измельчаемых тел.

Воздействие стерического (пространственного) фактора связано с толщиной зажимаемого при ударе слоя, высота которого зависит от размера зерен и обратно пропорциональна этому размеру ввиду большей агрегации все более мелких частиц.

Для отображения этой особенности в стерический фактор, а вместе с ним и в константу скорости измельчения вводится множитель в виде номера фракции в степени, которая варьируется от нуля до единицы в зависимости от физических свойств измельчаемого материала.

Проверка уточненной вероятностной модели применительно к измельчению медной сульфидной руды в лабораторной мельнице показала высокую адекватность этой модели с сохранением тенденции к логарифмически нормальному распределению фракций по мере протекания процесса, характерному для практики измельчения любых материалов, и к понижению энтропии фракционного состава, свидетельствующему о его самоорганизации, как это свойственно динамическим хаотизированным системам.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Колмогоров А.Н. О логарифмически нормальном законе распределения размеров частиц при дроблении // Докл. АН СССР. – 1941. – Т. 31. – № 2. – С. 99-101.
- [2] Ходаков Г.С. Физика измельчения. – М.: Наука, 1972. – 240 с.
- [3] Биленко Л.Ф. Закономерности измельчения в барабанных мельницах. – М.: Недра, 1984. – 237 с.
- [4] Абрамов А.А. Собрание сочинений. Т. 1: Обогащительные процессы и аппараты: Учебник для вузов. – М.: Изд. Московского государственного горного университета, Изд. «Горная книга», 2010. – 470 с.
- [5] Федотов К.В., Никольская Н.И. Проектирование обогащительных фабрик: Учебник для вузов. – М.: Изд. «Горная книга», 2012. – 536 с.
- [6] Полько П.Г. Совершенствование управления процессом измельчения рудных материалов с применением правил нечеткой логики. Автореф. дисс. ... канд. техн. наук: 05.13.06. – Магнитогорск, 2011. – 20 с.
- [7] Райвич И.Д., Кенжалиев Б.К., Сажин Ю.Г., Шаутенов М.Р. Закономерности измельчаемости упорной золотосодержащей руды // Комплексное использование минерального сырья. – 2001. – № 6. – С. 97-99.
- [8] Каминский Ю.Д. Механохимические реакторы планетарного типа: Теория и практика. – Новосибирск: Наука, 2015. – 200 с.
- [9] Berthiaux H. Analysis of Grinding Processes by Markov Chains // Chemical Engineering Science. – 2000. – Vol. 55. – P. 4117 – 4127.
- [10] Cleary P. W. Charge behaviour and power consumption in ball mills: sensitivity to mill operating conditions, liner geometry and charge composition / P. W. Cleary // International Journal of Mineral Processing. 2001. - № 2. - P. 79-114.
- [11] Deniz V. A study on the specific rate of breakage of cement materials in a laboratory ball mill / V. Deniz // Cement and Concrete Research. 2003. - № 3. - P. 439 -445.
- [12] Fuerstenau D.W. The energy efficiency of ball milling in comminution // International Journal of Mineral Processing. – 2002. - №3. P. 161 – 185.
- [13] Liao X. Z. Deformation mechanisms at different grain sizes in a cryogenically ball-milled / X. Z. Liao, J. Y. Huang, Y. T. Zhu, F. Zhou, E. J. Lavernia // Masters Abstracts International. 2004. - № 4. - P. 323 - 330.
- [14] Markus J. Bueler, Huajian Gao. Dynamical fracture instabilities due to hyperelasticity at crack tips // Nature. – 2006. – January 19. – p. 307 – 310.
- [15] Rowland C.A. Selection of rod mills, ball mills, and regrind mills // Mineral Processing Plant Design, Practice, and Control. Littleton (USA): SME, 2002. – Vol. 1. - P. 710 - 754.
- [16] Мальшев В.П. Новый аспект в теории измельчения руд и управления этим процессом // Обогащение руд. – 1995. – № 4-5. – С. 4-14.
- [17] Мальшев В.П., Турдукожаева (Макашева) А.М., Кайкенов Д.А. Развитие теории измельчения руд на основе молекулярной теории соударений и формальной кинетики последовательных реакций // Обогащение руд. – 2012. – № 4. – С. 29-35.
- [18] Malyshev V.P., Makasheva A.M., Zubrina Y.S. United Probabilistic Nature and Model of Chemical and Mechanical Reactions of consecutive Destruction of Substance // American Journal of Physical Chemistry. – 2015. - Vol. 4. - №5. – P. 42-47.
- [19] Malyshev V.P., Zubrina Y.S., Makasheva A.M., Fedorovich Y.A. Entropy of grinding of materials in ball mills // Proceeding of XVI Balkan Mineral. Processing Congress – Belgrade, Serbia, 2015. – P. 203-205.
- [20] Мальшев В.П., Макашева А.М., Зубрина Ю.С. Влияние взаимного противодействия стерического и активационного факторов на эффективность процесса измельчения // Обогащение руд. – 2016. - №1. – С. 22 – 26.
- [21] Мальшев В.П., Бектурганов Н.С., Макашева А.М., Зубрина Ю.С. Вероятностная модель измельчения как оператор самоорганизации и аттрактор процесса // Цветные металлы. – 2016. - №2. – с. 33 – 38.
- [22] Мальшев В.П., Турдукожаева А.М. Определение эффективной энергии активации, периода полуизмельчения и энтропии измельчения на основе вероятностной теории процесса // Обогащение руд. – 2013. – № 5. – С. 17-20.
- [23] Бак Пер. Как работает природа: Теория самоорганизованной критичности. Пер. с англ. Изд. стереотип. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2015. – 276 с.
- [24] Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука. – М.: Мир, 1978. – 418 с.

REFERENCES

- [1] Kolmogorov A.N. *Dokl. AN SSSR*, 1941, V. 31, 2, 99-101 (in Russ.).
- [2] Hodakov G.S. *Fizika izmel'chenija*. M.: Nauka, 1972. 240 p. (in Russ.).
- [3] Bilenko L.F. *Zakonomernosti izmel'chenija v barabannyh mel'nichah*. M.: Nedra, 1984. 237 p. (in Russ.).
- [4] Abramov A.A. *Sobranie sochinenij*. V. 1: Obogatitel'nye processy i apparaty: Uchebnik dlja vuzov. M.: Izd. Moskovskogo gosudarstvennogo gornogo universiteta, Izd. «Gornaja kniga», 2010. 470 p. (in Russ.).
- [5] Fedotov K.V., Nikol'skaja N.I. *Proektirovanie obogatitel'nyh fabrik: Uchebnik dlja vuzov*. M.: Izd. «Gornaja kniga», 2012. 536 p. (in Russ.).
- [6] Pol'ko P.G. *Sovershenstvovanie upravlenija processom izmel'chenija rudnyh materialov s primeneniem pravil nechetkoj logiki*. Avtoref. diss. ... kand. tehn. nauk: 05.13.06. Magnitogorsk, 2011. 20 p. (in Russ.).
- [7] Rajvich I.D., Kenzhaliev B.K., Sazhin Ju.G., Shautenov M.R. *Kompleksnoe ispol'zovanie mineral'nogo syr'ja*, 2001, 6, 97-99 (in Russ.).
- [8] Kaminskij Ju.D. *Mehanohimicheskie reaktory planetarnogo tipa: Teorija i praktika*. Novosibirsk: Nauka, 2015. 200 p. (in Russ.).
- [9] Berthiaux H. *Chemical Engineering Science*, 2000, V. 55, 4117 – 4127 (in Eng.).
- [10] Cleary P. W. *International Journal of Mineral Processing*, 2001, 2, 79-114 (in Eng.).
- [11] Deniz V. *Cement and Concrete Research*, 2003, 3, 439 -445 (in Eng.).
- [12] Fuerstenau D.W. *International Journal of Mineral Processing*, 2002, 3, 161 – 185 (in Eng.).
- [13] Liao X. Z. *Masters Abstracts International*, 2004, 4, 323 – 330 (in Eng.).
- [14] Markus J. Bueler, Huajian Gao. *Nature*, 2006, January 19, 307 – 310 (in Eng.).
- [15] Rowland C.A. *Selection of rod mills, ball mills, and regrind mills*. Mineral Processing Plant Design, Practice, and Control. Littleton (USA): SME, 2002. V. 1. 710 – 754 p. (in Eng.).
- [16] Malyshev V.P. *Obogashhenie rud*, 1995, 4-5, 4-14 (in Russ.).
- [17] Malyshev V.P., Turdukozhaeva (Makasheva) A.M., Kajkenov D.A. *Obogashhenie rud*, 2012, 4, 29-35 (in Russ.).
- [18] Malyshev V.P., Makasheva A.M., Zubrina Y.S. *American Journal of Physical Chemistry*, 2015, V. 4, 5, 42-47 (in Eng.).
- [19] Malyshev V.P., Zubrina Y.S., Makasheva A.M., Fedorovich Y.A. *Entropy of grinding of materials in ball mills*. Proceeding of XVI Balkan Mineral. Processing Congress. Belgrade, Serbia, 2015. 203-205 (in Eng.).
- [20] Malyshev V.P., Makasheva A.M., Zubrina Ju.S. *Obogashhenie rud*, 2016, 1, 22 – 26 (in Russ.).
- [21] Malyshev V.P., Bekturganov N.S., Makasheva A.M., Zubrina Ju.S. *Cvetnye metally*, 2016, 2, 33 – 38 (in Russ.).
- [22] Malyshev V.P., Turdukozhaeva A.M. *Obogashhenie rud*, 2013, 5, 17-20 (in Russ.).
- [23] Bak Per. *Kak rabotat priroda: Teorija samoorganizovanoj kritichnosti*. Per. s angl. Izd. stereotip. M.: Knizhnyj dom «LIBROKOM», 2015. 276 p. (in Russ.).
- [24] Shannon R. *Imitacionnoe modelirovanie sistem – iskusstvo i nauka*. M.: Mir, 1978. 418 p. (in Russ.).

ҰСАҚТАУДЫҢ ЫҚТИМАЛДЫҚ ҮЛГІСІНДЕГІ СТЕРИКАЛЫҚ ФАКТОРДЫҢ ЕРЕКШЕ РӨЛІ ЖӘНЕ ЖАЛПЫЛАМА ЖИНАҒЫ

В.П. Мальшев, Ю.С. Зубрина, А.М. Макашева, Г.Л. Каткеева, Д.А. Кайкенов

Ж. Әбішев атындағы Химия-металлургия институты, Қарағанды қ., Қазақстан Республикасы

Түйін сөздер: ықтималдық үлгі, стерикалық фактор, ұсақтау, тәжірибелер, бейімделу, энтропиялық анализ.

Аннотация. Ұсақтаудың ықтималдық үлгісіне стерикалық сияқты ықтималдық фактор кіреді. Ол майда және ұсақталған бөлшек қоспаларының сарқырамалы циклдық қозғалысында түйіршік шарлары соққысының экрандалуын бейнелейді. Сондай-ақ, бұл факторды кеңістіктік-бағдарлы деп атауға болады. Ол шардың көлеңкесімен жабылған (кескінімен) соқтығыста, шардың түйіршік қабатындағы түйіршіктер мен шарлардың геометриялық өлшемдерінің сәйкестігіне тәуелді. Қысылатын қабаттың биіктігі ұсақталатын материал түйіршіктерінің өлшеміне тәуелді және одан да кішкентай бөлшектердің үлкен агрегациясына байланысты осы өлшемге тепе-тең.

Осыған байланысты стерикалық факторды осылай пайымдап түсіндіруге болады, сондай-ақ ұсақтаудың жылдамдығының тұрақты шамасы ретінде мағынасы, деңгейі нөлден бірге дейін түрленетін фракциялардың нөмірлері түрінде көбейткіш енгізіледі. Ол ұсақталатын материалдың физикалық құрылымына тәуелді. Сонымен қатар онда энтропия үрдісінің төмендеуі және ұсақталатын фракциялардың логарифмдік қалыпты бөлінуі сақталады.

Поступила 26.06.2016 г.