

УДК 519.36

А.А. АШИМОВ, Ю.В. БОРОВСКИЙ, З.М. ЯРМУХАМЕДОВА, А.Р. ЖАПЛАКОВА.

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА НА БАЗЕ МОНЕТАРНОЙ МОДЕЛИ ТУРНОВСКОГО

Казахский национальный технический университет им. К.И. Сатпаева

Приведены результаты решения задачи параметрической идентификации монетарной модели Турновского на базе статистических данных Республики Казахстан. Верификация рассматриваемой модели, с помощью решения задачи ретропрогноза показала приемлемую точность описания эволюции экономики Казахстана. На базе исследуемой модели сформулирована и решена задача экономического роста методами теории параметрического регулирования.

Введение

Национальная экономика, взаимодействующая с экономическими системами других стран, является достаточно сложным объектом управления. Многие динамические системы, в том числе экономические системы стран, после некоторых преобразований могут быть представлены системами нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, содержащие в своих правых частях векторы как управляемых (регулируемых) (u), так и неуправляемых (λ) параметров. Результат эволюции (развития) нелинейной динамической системы при заданном векторе начальных значений определяется значениями векторов как управляемых, так и неуправляемых параметров.

На основании вышесказанного, в [2]-[5] предложена теория параметрического регулирования развития рыночной экономики (эффективность которой показана на ряде приложений). В данной работе рассматривается применение теории параметрического регулирования для оценки оптимальных значений параметров (инструментов) государственной политики в сфере экономического роста на базе монетарной модели Турновского.

Описание модели

Монетарная модель Турновского [1] после соответствующих преобразований (для случая, когда государственный дефицит полностью финансируется деньгами при неизменном запасе облигаций на душу населения) представлена системой следующих дифференциальных и алгебраических уравнений.

$$\dot{\pi} = \rho [p - \pi], \quad (1)$$

$$\dot{m} = g - uy + b(r_e(1-u) + \pi) - (m+b)(n+p), \quad (2)$$

$$\dot{z} = \frac{\gamma(1-u)}{\gamma-1} [r_e z - Rk] + \left[\frac{\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{z}{k} - 1 \right) + 1 \right] \gamma (k^* - k) + n \frac{z-k}{\gamma-1}, \quad (3)$$

$$\dot{k} = \gamma (k^* - k), \quad (4)$$

$$y = Ak^\alpha, \quad (5)$$

$$r_e = A\alpha k^{\alpha-1}, \quad (6)$$

$$R = A\alpha k^{\alpha-1}, \quad (7)$$

$$k^* = \frac{y-c[(\gamma-Rk)(1-u) + \frac{b+z}{l_2}[(1-l_3)m-l_4(b+z)-l_1y+l_2\pi]+zn-m\pi]-nk+g}{\lambda \left[\frac{cZ}{k} - c + 1 \right]}, \quad (8)$$

$$\dot{i} = \lambda(k^* - k) + nk. \quad (9)$$

Здесь точкой обозначены производные по времени (t), измеряемому в годах.

Выходные (эндогенные) переменные модели:

π – мгновенный ожидаемый уровень инфляции (1/год); m – номинальный запас внешних денег на душу населения (тенге/чел), тенге – денежная единица Казахстана; z – реальный объем акций на душу населения (тенге/чел), (реальные показатели здесь и в дальнейшем определяются ценами 2000 года); k – реальная капиталовооруженность (тенге/чел); y – реальный выпуск на душу населения (тенге/(чел*год)); r_e – реальная ставка дохода на ценные бумаги до уплаты налогов (1/год); R – предельный реальный физический продукт капитала (тенге/(чел*год²)); k^* – желательный реальный основной капитал на душу населения (тенге/чел); i – реальные инвестиции на душу населения (тенге/(чел*год));

Входные (экзогенные) функции и параметры модели:

p – индекс потребительских цен (1/год); g – реальные государственные расходы на душу населения (тенге/(чел*год)) ($g > 0$); n – уровень роста населения; γ – коэффициент уравнения капиталовооруженности ($0 < \gamma < 1$); A, α – коэффициенты производственной функции ($A > 0$, $0 < \alpha < 1$); c – доля потребления от располагаемого дохода ($0 < c < 1$) (безразмерная); l_1, l_2, l_3, l_4 – коэффициенты уравнения реального спроса на деньги на душу населения ($l_1 > 0, l_2 < 0, l_3 > 0, 0 < l_4 < 1$) (безразмерные); λ – коэффициент уравнения инвестиции на душу населения ($\lambda > 0$) (1/год); u – ставка налогообложения дохода, $0 < u < 1$ (безразмерная). b – номинальный запас государственных облигаций на душу населения; $b > 0$ тенге/чел.

К входным параметрам модели также относятся начальные значения (при $t = t_0$) выходных переменных динамических уравнений (1) – (4) модели: π_0, m_0, z_0, k_0 .

Оценка параметров модели Турновского

В рамках решения задачи параметрической идентификации модели были получены значения входных функций и параметров $p(t), g(t), n(t), \gamma(t), A(t), \alpha(t), \lambda(t), c(t), l_1(t), l_2(t), l_3(t), l_4(t)$, где $t = 0, 1, \dots, 9$, а также $b, u, \pi_0, m_0, z_0, k_0$ поисковым методом в смысле минимума критерия (10) на базе статистических данных эволюции экономики Республики Казахстан за 2000-2009 годы.

Критерий параметрической идентификации имеет вид:

$$K_I = \frac{1}{\sum_{j=1}^v \sum_{t=t_0}^{t_0+n} M_{jt}} \sum_{j=1}^v \sum_{t=t_0}^{t_0+n} M_{jt} \left(\frac{x_j(t) - x_j^*(t)}{x_j^*(t)} \right)^2 \rightarrow \min \quad (10)$$

Здесь $v = 5$ – число выходных переменных, используемых в оценке параметров, j – номер переменной; $n + 1$ – количество наблюдений, $t = t_0$ соответствует началу 2000 года; $x_j(t)$ – расчетные значения выходных переменных ($y(t), k(t), z(t), \pi(t), i(t)$) при соответствующих значениях времени. Знак «*» соответствует наблюдаемым значениям соответствующих переменных. M_{jt} – положительные весовые коэффициенты, значения которых были подобраны исходя из значимостей соответствующих значений выходных переменных при решении задачи параметрической идентификации модели. В таблице 1 приведены веса критерия K_I . В пересечении строки j и столбца t находится значение M_{jt} .

Таблица 1. Веса M_{jt} критерия K_t .

Переменная	Год							
	2000, $t=0$	2001, $t=1$	2002, $t=2$	2003, $t=3$	2004, $t=4$	2005, $t=5$	2006, $t=6$	2007, $t=7$
$y(t), j=1$	0,001	0,001	0,001	0,01	0,01	1	1	1
$k(t), j=2$	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
$z(t), j=3$	0,001	0,001	0,001	0,01	0,01	1	1	1
$\pi(t), j=4$	0,001	0,001	0,001	0,01	0,01	0,1	0,1	0,1
$i(t), j=5$	0,001	0,001	0,001	0,01	0,01	0,1	0,1	0,1

При решении задачи оценки параметров применялись алгоритмы Рунге-Кутты и Нелдера – Мида [6]. Поставленная задача параметрической идентификации решалась с использованием статистических данных за 2000-2007 гг. ($n = 7$). В результате решения поставленной задачи, относительная величина средневзвешенного квадратичного отклонения расчетных значений выходных переменных модели от соответствующих наблюдаемых значений ($100 \sqrt{K_t}$) не превысила 1,2 %.

Ретроспективный прогноз

В рамках верификации модели решалась следующая задача ретропрогноза: получить оценку на промежутке с 2008 по 2009 год относительных погрешностей расчетных значений выходных переменных модели относительно соответствующих наблюдаемых значений, используя найденные в результате оценки значений входных функций, параметров и начальных значений выходных переменных на промежутке 2000-2007 годов, (а также экстраполяцию значений входных функций на 2008 – 2009 годы). Результаты решения этой задачи приведены в таблице 2. Здесь знак "*" соответствует наблюдаемым значениям; знаку "Δ" соответствует отклонение (в процентах) расчетных значений от соответствующих наблюдаемых значений.

Таблица 2. Наблюдаемые и расчетные значения выходных переменных модели и соответствующие отклонения

Год	2008	2009
y^*	336140	334680
y	333843	333015
Δy	0,68322	0,49744
z^*	1117488	1305937
z	1228469	1483599
Δz	9,93126	13,60410
k^*	747806	771832
k	675539	762518
Δk	9,66383	1,20669
π^*	0,11828	0,07525
π	0,11881	0,07639
$\Delta \pi$	0,45321	1,51652
i^*	136501	151534
i	136424	151855
Δi	0,05666	0,21187

Средняя погрешность указанных в таблице 2 переменных на период ретропрогнозирования составила 3,7825%, что указывает на приемлемую точность описания эволюции экономики Казахстана с помощью исследуемой модели.

Нахождение оптимальных значений регулируемых параметров на базе модели Турновского

Рассмотрим теперь возможность оценки инструментов эффективной государственной политики на базе модели (1)-(9) через нахождение оптимальных значений экономических параметров: государственные затраты на душу населения $g(t)$ и ставка налогообложения дохода $u(t)$ для периода 2010-2015 годов на базе оцененной монетарной модели Турновского.

Задачу синтеза оптимального закона параметрического регулирования можно сформулировать в следующем виде. Найти на основе математической модели (1)-(9) такие значения $g(t), u(t), t = 2010, \dots, 2015$, которые обеспечили бы максимум критерия (среднее значение выпуска реального продукта на душу населения для промежутка 2010-2015 гг.):

$$K = \frac{1}{6} \sum_{t=2010}^{2015} v(t) \quad (11)$$

при следующих ограничениях, накладываемых на выходные переменные модели и регулируемые параметры.

$$m(t) > 0, z(t) > 0, k(t) > 0, y(t) > 0, r_e(t) > 0, R(t) > 0, k^* > 0, i(t) > 0, \quad (12)$$

$$g(t) > 0, 0 < u(t) < 1. \quad (13)$$

Заметим, что для базового просчета модели до 2015 года, полученного при найденных значениях входных параметров модели и с помощью экстраполяции входных функций модели линейным трендом, значение критерия оказалось равным $K=437368$ (в ценах 2000 года).

В результате численного решения поставленной задачи нахождения оптимальных значений параметров $g(t), u(t)$ экономической системы методом Нэлдера – Мида [6] получен оптимальный результат – $K=511552$. Увеличение критерия K при применении рассмотренного выше подхода параметрического регулирования по сравнению с базовым вариантом составило 16,96%.

Графики расчетных значений выходной переменной модели – выпуск реального продукта на душу населения $y(t)$ без параметрического регулирования, а также с применением найденного оптимального закона параметрического регулирования приведены на рисунке 1.

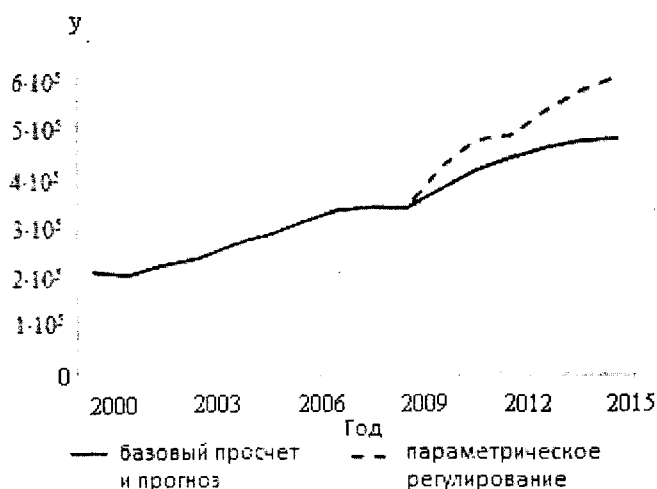


Рис. 1. Реальный выпуск на душу населения

ЛИТЕРАТУРА

1. Turnovsky S. Macroeconomic Dynamics and Growth in a Monetary Economy: a Synthesis // Journal of money, Credit and Banking. 1978. Vol. 10. Issue 1. P.1-26.
2. Ашимов А.А., Боровский Ю.В., Султанов Б.Т., Адилев Ж.М., Новиков Д.А., Алшанов Р.А., Ашимов Ас.А. Макроэкономический анализ и параметрическое регулирование национальной экономики – Москва: Физматлит, 2011. С. 324.
3. Ashimov A.A., Iskakov N.A., Borovskiy Yu.V., Sultanov B.T., Ashimov As.A. Parametrical regulation of economic growth on the basis of one-class mathematical models // Systems Science. 2009. Vol. 35. No. 1. P.57-63.

4. Ashimov A.A., Sagadiyev K.A., Borovskiy Yu.V., Iskakov N.A., Ashimov As.A. Elements of the market economy development parametrical regulation theory // Proceedings of the ninth IASTED International Conference on Control and Application, 2007, Montreal, Quebec, Canada, P.296-301.

5. Ashimov A.A., Sagadiyev K.A., Borovskiy Yu.V., Iskakov N.A., Ashimov As.A. On the market economy development parametrical regulation theory // *Kybernetes, The international journal of cybernetics, systems and management sciences*. 2008. Vol. 37. No. 5. P. 623-636.

6. Nelder J.A., Mead R.A Simplex method for function minimization // *The Computer Journal*. 1965. No. 7. P. 308-313.

REFERENCES

1. Turnovsky S. Macroeconomic Dynamics and Growth in a Monetary Economy: a Synthesis // *Journal of money, Credit and Banking*. 1978. – Vol. 10. Issue 1. P.1-26.

2. Ashimov A.A., Borovkiy Yu.V., Sultanov B.T., Adilov Zh.M., Novikov D.A., Alshanov R.A., Ashimov As.A. Macroeconomic analysis and parametrical regulation of national economics – Moscow: Physmatlit, 2011. P.324 (in Russ.)

3. Ashimov A.A., Iskakov N.A., Borovskiy Yu.V., Sultanov B.T., Ashimov As.A. Parametrical regulation of economic growth on the basis of one-class mathematical models // *Systems Science*. 2009. Vol. 35. No. 1. P.57-63.

4. Ashimov A.A., Sagadiyev K.A., Borovskiy Yu.V., Iskakov N.A., Ashimov As.A. Elements of the market economy development parametrical regulation theory // Proceedings of the ninth IASTED International Conference on Control and Application, 2007, Montreal, Quebec, Canada, P.296-301.

5. Ashimov A.A., Sagadiyev K.A., Borovskiy Yu.V., Iskakov N.A., Ashimov As.A. On the market economy development parametrical regulation theory // *Kybernetes, The international journal of cybernetics, systems and management sciences*. 2008. Vol. 37. No. 5. P. 623-636.

6. Nelder J.A., Mead R.A Simplex method for function minimization // *The Computer Journal*. 1965. No. 7. P. 308-313.

Ashimov A.A., Borovskiy YU.V., Yarmukhamedova Z.M., Zhapalakova A.R.

PARAMETRICAL REGULATION OF ECONOMIC GROWTH BASED ON MONETARY MODEL OF TURNOVSKY

K.I. Satpayev named Kazakh National Technical University

The results of solving the problem of parametric identification of monetary model of Turnovsky, based on statistical data of Republic of Kazakhstan are showed here. Verification of studied model by dint of solution of retro forecast, showed an acceptable accuracy of the evolution of the economy of Kazakhstan. The problem of economic growth, based on the researched model, formulated and solved by the methods of theory of parametric control.

Әшімов А.Ә., Боровский Ю.В., Ярмухамедова З.М., Жапалақова Ә.Р.

ТУРНОВСКИЙДІҢ МОНЕТАРЛЫҚ ҮЛГІСІНЕ НЕГІЗДЕЛГЕН ЭКОНОМИКАЛЫҚ ӨСУДІҢ ПАРАМЕТРЛІК РЕТТЕУІ

Қ.И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық университет

Қазақстан Республикасының статистикалық деректерінің негізінде Турновскийдің монетарлық үлгісінің параметрлік сәйкестендіру мақсатының шешім нәтижелері келтірілген. Қарастырылып жатқан үлгінің верификациясы ретроболжам есебінің шешімі нәтижелері көмегімен Қазақстан экономикасының эволюция сипаттамасының үйлесімді дәлме-дәлділігін көрсетті. Параметрлік реттеу теориясы әдістерімен зерттелініп жатқан үлгінің негізінде экономикалық өсудің есебі тұжырымдалып шешілген.