REPORTS OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
ISSN 2224-5227
Volume 2, Number 300 (2015), 38 – 40

Windowing arbitary signal. Principle of wavelet-transformation. Part 1

Tergeussizova A.S.

Almaty University of Power Engineering & Telecommunications, Almaty
aliya55@mail.ru

Key words: wavelet transform, wavelet - analysis, wavelet basis, signal analysis, the Fourier transform of the window function, the non-stationary signal.

Abstract. Windowing is a family of spectra, which shows the change of the signal at intervals shift conversion window. This allows to emphasize on a coordinate axis and to analyze the features of non-stationary signals. A distinctive feature of wavelet analysis is that it can use a family of functions that implement the various embodiments of the uncertainty relation. Accordingly, the researcher has the flexibility to choose between them and the application of the wavelet functions that most effectively solves the problem. The report describes the windowed Fourier transform and the principle of wavelet - transformation.

УДК004.383.3:621.391

Оконное преобразование произвольного сигнала. принцип вейвлет-преобразования. Часть 1

А.С. Тергеусизова

Алматинский университет энергетики и связи, г.Алматы
aliya55@mail.ru

Ключевые слова: вейвлет преобразование, вейвлет – анализ, вейвлетный базис, анализ сигналов, оконное преобразование Фурье, функция, нестационарный сигнал.

Аннотация. Оконное преобразование это семейство спектров, которыми отображается изменение спектра сигнала по интервалам сдвига окна преобразования. Это позволяет выделять на координатной оси и анализировать особенности нестационарных сигналов. Отличительной особенностью вейвлет-анализа является то, что в нем можно использовать семейства функций, реализующих различные варианты соотношения неопределенности. Соответственно, исследователь имеет возможность гибкого выбора между ними и применения тех вейвлетных функций, которые наиболее эффективно решают поставленные задачи. В докладе описаны оконное преобразование Фурье и принцип вейвлет - преобразования.

С позиций анализа произвольных сигналов и функций в частотной области и точного восстановления после преобразований можно отметить ряд недостатков разложения сигналов в ряды Фурье, которые привели к появлению оконного преобразования Фурье и стимулировали развитие вейвлетного преобразования.

Основные из них:

1) Ограниченная информативность анализа нестационарных сигналов и практически полное отсутствие возможностей анализа их особенностей (сингулярностей), т.к. в частотной области происходит «размазывание» особенностей сигналов (разрывов, ступенек, пиков и т.п.) по всему частотному диапазону спектра.

2) Гармонические базисные функции разложения не способны отображать перепады сигналов с бесконечной крутизной типа прямоугольных импульсов, т.к. для этого требуется бесконечно большое число членов ряда. При ограничении числа членов ряда Фурье в окрестностях скачков и

разрывов при восстановлении сигнала возникают осцилляции (явление Гиббса).

3) Преобразование Фурье отображает глобальные сведения о частотах исследуемого сигнала и не дает представления о локальных свойствах сигнала при быстрых временных изменениях его спектрального состава. Так, например, преобразование Фурье не различает стационарный сигнал с суммой двух синусоид от нестационарного сигнала с двумя последовательно следующими синусоидами с теми же частотами, т.к. спектральные коэффициенты вычисляются интегрированием по всему интервалу задания сигнала. Преобразование Фурье не имеет возможности анализировать частотные характеристики сигнала в произвольные моменты времени [1].

Оконное преобразование Фурье. Частичным выходом из этой ситуации является оконное преобразование Фурье с движущейся по сигналу оконной функцией, имеющей компактный носитель. Временной интервал сигнала разделяется на подинтервалы, и преобразование выполняется последовательно для каждого подинтервала в отдельности. Тем самым осуществляется переход к частотно-временному (частотно-координатному) представлению сигналов, при этом в пределах каждого подинтервала сигнал "считается" стационарным. Результатом оконного преобразования является семейство спектров, которым отображается изменение спектра сигнала по интервалам сдвига окна преобразования. Это позволяет выделять на координатной оси и анализировать особенности нестационарных сигналов. Размер носителя оконной функции w(t) обычно устанавливается соизмеримым с интервалом стационарности сигнала. По существу, таким преобразованием один нелокализованный базис разбивается на определенное количество базисов, локализованных в пределах функции w(t), что позволяет представлять результат преобразования в виде функции двух переменных - частоты и временного положения окна.

Оконное преобразование выполняется в соответствии с выражением:

$$S(b_k) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)\, w^*(t-b_k)\, \exp(-jt)\, dt. \qquad (1.1)$$

Функция w*(t-b) представляет собой функцию окна сдвига преобразования по координате t, где параметром b задаются фиксированные значения сдвига. При сдвиге окон с равномерным шагом значения b_k принимаются равными kb [2]. В качестве окна преобразования может использоваться как простейшее прямоугольное окно, так и специальные весовые окна (Бартлетта, Гаусса, и пр.), обеспечивающие малые искажения спектра при вырезке оконных отрезков сигналов (нейтрализация явления Гиббса).

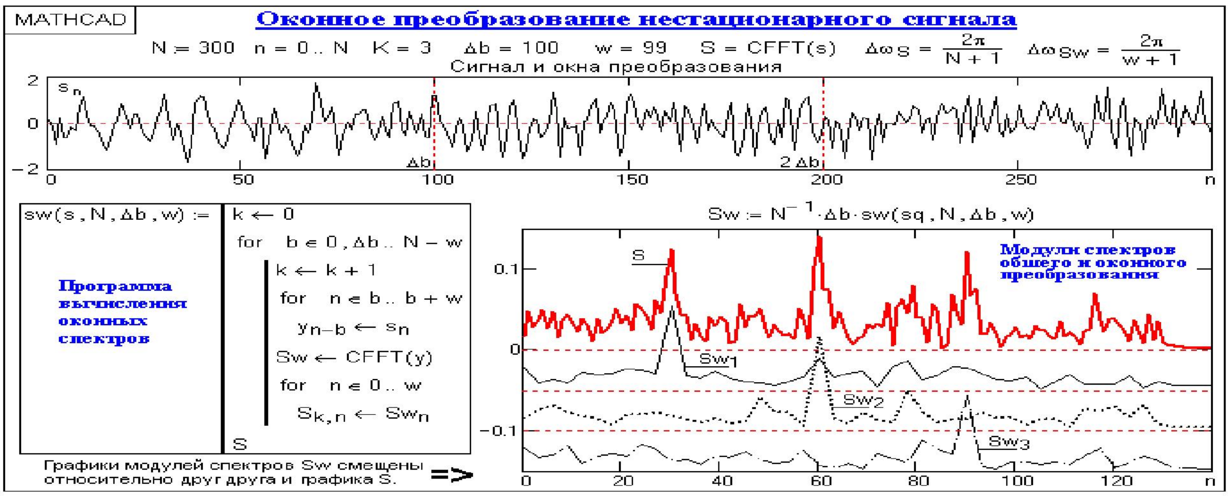

Рисунок 1 - Оконное преобразование для нестационарного сигнала на большом уровне шума

Пример оконного преобразования для нестационарного сигнала на большом уровне шума приведен на рисунке 1. По спектру сигнала можно судить о наличии в его составе гармонических колебаний на трех частотах, определять соотношение между амплитудами этих колебаний и конкретизировать локальность колебаний по интервалу сигнала.

Координатная разрешающая способность оконного преобразования определяется шириной оконной функции и обратно пропорциональна частотной разрешающей способности. При ширине оконной функции, равной b, частотная разрешающая способность определяется значением $\omega = 2\pi/b$. При требуемой величине частотного разрешения ω соответственно ширина оконной функции должна быть равна $b = 2\pi/\omega$. Для оконного преобразования Фурье эти ограничения являются принципиальными. Так, для рисунка 1 при размере массива данных N = 300 и ширине оконной функции b = 100 частотная разрешающая способность результатов преобразования уменьшается в N/b = 3 раза по сравнению с исходными данными, и графики $Sw(n\omega_{Sw})$ по координате n для наглядного сопоставления с графиком $S(n\omega_S$ построены с шагом по частоте $\omega_{Sw} = 3\omega_S$, т.е. по точкам n = 0, 3, 6, … , N [2].

Частотно-временное оконное преобразование применяется для анализа нестационарных сигналов, если их частотный состав изменяется во времени. Функция оконного преобразования (1.1) может быть переведена в двухмерный вариант с независимыми переменными и по времени, и по частоте:

$$S(t, \tau) = \int_{\tau} s(t-\tau)\, w(\tau)\, \exp(-j\omega\tau)\, d\tau. \qquad (1.2)$$

ЛИТЕРАТУРА

[1] Короновский А.А., Храмов А.Е. Непрерывный вейвлет-анализ и его приложения. М.: Физматлит, 2003. 176 с.;
[2] Малла С. Вейвлеты в обработке сигналов. М.: Мир, 2005.671 с.
[3] Bussow R. // Mechanical Systems and Signal Processing. 2007. Vol. 21. N 8. P. 2970.
[4] Г.-Г. Штарк. Применение вейвлетов для ЦОС,М.: Техносфера 2007.
[5] И. Добеши. Десять лекций по вейвлетам. М.,Ижевск: РХД. 2001.
[6] Чуи Ч. Введение в вейвлеты. М., Мир, 412 с., 2001.

REFERENCES

[1] Koronovskii AA, AE Temples Continuous wavelet analysis and its applications. M.: FIZMATLIT, 2003. 176 p.;
[2] Malla S. Wavelets in signal processing. M .: Mir, 2005.671 p.
[3] Bussow R. Mechanical Systems and Signal Processing. 2007. Vol. 21. N 8. P. 2970.
[4] H.-G. Stark. The use of wavelets for DSP, M.: Technosphere 2007.
[5] Daubechies I. Ten lectures on wavelets. M., Izhevsk: RHD. 2001.
[6] Chui C. Introduction to wavelets. M., The World, 412 pp., 2001.

Кез келген сигналды терезелік түрлендіру. вейвлет-түрлендіру қағидасы. 1-бөлім

Тергеусізова А.С.

Алматы энергетика және байланыс университеті, Алматы қ.
aliya55@mail.ru

Кілт сөздер: вейвлет-түрлендіру, вейвлет-талдау, вейвлеттік базис, сигналдарды талдау, Фурьенің терезелік түрлендіруі, функция, қалыпты емес сигнал.

Аннотация. Терезелік түрлендіру дегеніміз түрлендіру терезесін ығыстыру аралығы бойынша сигнал спектрінің өзгеруін бейнелейтін спектрлер жиынтығы. Бұл қалыпты емес сигналдардың ерекшеліктерін координат осінде айқындауға және талдауға мүмкіндік береді. Вейвлет-талдаудың айрықша ерекшелігі – онда белгісіздіктер қатынастарының әртүрлі нұсқаларын жүзеге асыратын функцияларды пайдалануға болатындығы. Осыған байланысты, зерттеуші олардың ішінен таңдауға және өзіне қойылған есептерді тиімді шешуге ыңғайлы вейвлет-функцияларды пайдалануына болады. Баяндамада Фурьенің терезелік түрлендіруі мен вейвлет-түрлендіру қағидалары сипатталынған.

Поступила 11.03.2015 г.