

## Calculation of the two-phase flows mixture of gas and solid particles in the channel with discontinuities type the "sheet" and "filament"

A.Dzh. Kartanova<sup>1</sup>, S.M. Sulaimanova<sup>2</sup>

[a.kartanova@mail.ru](mailto:a.kartanova@mail.ru), [sulai@bk.ru](mailto:sulai@bk.ru)

<sup>1</sup>Kyrgyz State University construction, transport and architecture named after N.Isanov, Bishkek

<sup>2</sup>Kyrgyz Russian Slavic University, Bishkek

**Key words:** modeling, two-phase flow, nozzle, “the sheets” in models of interpenetrating continua, mixture of gas and solid particles.

**Abstract.** Solved the quasi-one-dimensional problem of determining the parameters of two-fluid flows mixture of gas and solid particles in Laval's nozzle with discontinuities type the "sheet" in a bilayer formulation. Considered the case, when the loss due to the inertia of solid particles in the shoulder of the nozzle, there is a sheet, which is a surface of hydrodynamic discontinuity for parameters of the gas, where last separates zones of pure gas from (two-fluid) two-phase. Particles come to the free sheet on the one hand and don't leave a sheet. Position free sheet after separation depends on the history of movement, namely the parameters to the wall sheet time separation, as well as the parameters of the external flow. In solving the problem as a whole, we take a two-layer model, involving the separation of the flow in the two-phase flow region and the region wall layer flow of pure gas. Here, the interface of the two layers is a free veil descended from the wall of the nozzle and its position is not known beforehand. Defined the parameters of the flow of two layers and the influence the sheet on the parameters of the gas in it and as a whole.

УДК 532.529 + 533.6.011

## Расчет двухфазного течения смеси газа и твердых частиц в канале с разрывами типа «пелены» и «шнура»

А.Дж. Картанова<sup>1</sup>, С.М. Сулайманова<sup>2</sup>

[a.kartanova@mail.ru](mailto:a.kartanova@mail.ru), [sulai@bk.ru](mailto:sulai@bk.ru)

<sup>1</sup>Кыргызский Государственный Университет строительства, транспорта и архитектуры им. Н.Исанова, г. Бишкек

<sup>2</sup>Кыргызско-Российский Славянский Университет, г. Бишкек

**Ключевые слова:** моделирование, двухфазное течение, сопло, пелены в моделях взаимопроникающих сред, смесь газа и твердых частиц.

**Аннотация.** Решается квазиодномерная задача определения параметров двухжидкостного течения смеси газа и твердых частиц в сопле Лавала с разрывами типа пелена в двухслойной постановке. Рассматривается случай, когда из-за инерционного выпадения твердых частиц в суживающейся части сопла возникает пелена, которая является поверхностью гидродинамического разрыва для параметров газа, где последняя разделяет зоны чистого газа от двухжидкостной (двухфазной) области. Частицы на свободную пелену приходят с одной стороны и не уходят из пелены. Положение свободной пелены после отрыва зависит от ее предыстории движения, а именно от параметров пристеночной пелены к моменту отрыва, а также от параметров внешнего потока. При решении задачи в целом, примем двухслойную модель, предусматривающую разделение потока на двухфазную область течения и на область течения пристеночного слоя чистого газа. Здесь границей раздела двух слоев служит свободная пелена, сошедшая со стенки сопла, причем положение ее заранее неизвестно. Определены параметры течения двух слоев и влияния пелены на параметры течения газа в ней и в целом.

**Введение.** Рассмотрим двухжидкостное течение смеси газа и твердых частиц в сопле Лаваля с разрывами типа пелены, в квазиодномерной двухслойной постановке [1]. Пелена в таком течении возникает из-за инерционного выпадения твердых частиц в суживающейся части сопла. В области горловины, в зависимости от кривизны стенки пристеночная пелена сходит со стенки, образуя свободную пелену, где последняя разделяет зоны чистого газа от двухжидкостной (двухфазной) области. Частицы на свободную пелену приходят с одной стороны и не уходят из пелены. Положение свободной пелены после отрыва зависит от ее предыстории движения, а именно от параметров пристеночной пелены к моменту отрыва, а также от параметров внешнего потока.

Пользуясь прямоугольной или цилиндрической системами координат, начало координат поместим в плоскости, где пристеночная пелена отрывается со стенки, ось  $x$  направим слева направо в сторону течения по оси или по плоскости симметрии, а ось  $y$  – перпендикулярно оси  $x$ .

В рамках двухжидкостной модели [2-6], применительно к данной задаче система уравнений имеет вид:

$$e + \frac{u^2}{2} + W \left( e_s + \frac{u_s^2}{2} \right) = const,$$

$$\rho u du + \rho u W du_s + dP = 0, \quad (1)$$

$$\frac{du_s}{dx} = \varphi^f \left( \frac{u}{u_s} - 1 \right), \quad \frac{dT_s}{dx} = \varphi^g \frac{T - T_s}{u_s}, \quad \rho u F = const,$$

где  $u$  –  $x$ -компонента скорости потока,  $P$  – давление,  $T$  – температура,  $\rho$  – плотность,  $e$  – удельная внутренняя энергия газа,  $F(x)$  – площадь поперечного сечения сопла,  $W$  – отношение расходов частиц и газа. Параметры с индексом  $s$  приписаны соответствующим величинам для частиц.

Уравнения состояния имеют вид:

$$e = e(P, T), \quad \rho = \rho(P, T), \quad e_s = e_s(T_s), \quad (2)$$

где функции, стоящие справа известны,  $\varphi^f$  и  $\varphi^g$  являются известными функциями термодинамических параметров и модуля относительной скорости  $u - u_s$ , но не их производных.

Отметим, что система уравнений (1) выполняется в области непрерывности, т.е. вне пелены.

Все параметры считаются безмерными. Если  $l, \rho^*, v^*$  и  $R$  – характерные размерные величины с размерностями длины, плотности, скорости и газовой постоянной, то приведение к безразмерному виду достигается отнесением пространственных координат к  $l$ , скоростей – к  $v^*$ , плотностей – к  $\rho^*$ , давления – к  $\rho^* v^{*2}$ , температур – к  $v^{*2} / R$ , энтальпии и внутренней энергии – к  $v^{*2}$ , и размерных значений  $\varphi^f$  и  $\varphi^g$  – к  $v^* / l$  и к  $v^{*3} / l$ , соответственно.

**Методы исследования.** Для решения задачи в целом, примем двухслойную модель, предусматривающую разделение потока на двухфазную область течения и на область течения пристеночного слоя чистого газа [7]. Здесь границей раздела двух слоев служит свободная пелена, сошедшая со стенки сопла, причем положение ее заранее неизвестно.

Введем отмеченные чертой сверху переменные для обозначения соответствующих параметров для слоя чистого газа. Величинами с индексом  $m$  соответствующие параметры газа в пелене. Тогда, система уравнений, описывающая раздельное течение двухжидкостной смеси и чистого газа можно представить в виде:

$$\frac{d\rho u F}{dx} = -(1 + v) y_s^v(x) g_m,$$

$$\frac{d(\rho u^2 F + P F + \rho_s u_s^2 F)}{dx} = P F' - (1 + v) y_s^v(x) g_m,$$

$$\begin{aligned} \frac{d\rho uFS}{dx} &= -(1+\nu)y_s^\nu(x)g_m S, & (3) \\ \frac{d\bar{\rho}\bar{u}\bar{F}}{dx} &= (1+\nu)y_s^\nu g_m, \quad \frac{du_s}{dx} = \varphi^f \left( \frac{u}{u_s} - 1 \right), \\ \frac{d(\bar{\rho}\bar{u}^2\bar{F} + \bar{P}\bar{F})}{dx} &= PF', \quad \frac{dT_s}{dx} = \varphi^q \frac{T - T_s}{u_s}, \\ \frac{d\bar{\rho}\bar{u}\bar{F}\bar{S}}{dx} &= (1+\nu)y_s^\nu(x)g_m S_m, \quad \rho_s = \frac{(y_s^{1+\nu}\rho_s u_s)}{y_s^{1+\nu}u_s}, \end{aligned}$$

причем  $y_s(x)$  – уравнение положения свободной пелены,  $\nu=0$  и  $1$  в плоском и осесимметричном случаях соответственно,  $g_m$  – расход газа через пелену,  $S$  – энтропийная функция.

Для замыкания системы уравнений (3) необходимы соотношения, определяющие параметры газа  $u_m, \rho_m, P_m, g_m$  в свободной пелене. Поскольку пелена является поверхностью гидродинамического разрыва для параметров газа [8-9], имеют место законы сохранения, выполняющиеся на свободной и на пристеночной пелене, которые записаны в системе  $\tau n$ , связанные с пеленой, где  $\tau$  – направление вдоль пелены, а  $n$  – по нормали к ней в сторону потока чистого газа.

$$\begin{aligned} [\rho U_n] &= 0, \quad [P + \rho U_n^2] + \rho_s^\sigma f_n^\sigma = 0, \\ (\rho U_n)_- [\vec{U}_\tau] + \rho_s^\sigma f_\tau^\sigma &= 0, \quad (\rho U_n)_- [I] + \rho_s^\sigma (\vec{U}_s^\sigma \vec{f}^\sigma + q^\sigma) = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $f^\sigma$  и  $q^\sigma$  – сила и тепловой поток, действующие на единицу массы пелены со стороны газа. Эти функции являются известными функциями от параметров газа и пелены, а также разностей  $\vec{U}_\pm - \vec{U}_s^\sigma$ . В дальнейшем, параметрам потоков слева и справа от пелены припишем верхние индексы минус и плюс, соответственно.

Контур сопла задается формулой  $y_w(x) = 1 + C_1(1 - e^{-x^2/C_1 R_1})$ , где  $C_1$  и  $R_1$  известные константы. Эти константы были взяты равными  $C_1=1$ ,  $R_1=2,05$ .

Решение системы уравнений (3)-(4) в начальном сечении находится из решения задачи Коши для системы дифференциальных уравнений двухфазной смеси и для системы уравнений пристеночной пелены [10-13], которая имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_s^\sigma U_s^\sigma}{dx} &= \rho_s U_{sn} \sqrt{1 + y_w'^2(x)} - \frac{1}{y_w(x)} \frac{dy_w(x)}{dx}, \\ \frac{du_s^\sigma}{dx} &= \sqrt{1 + y_w'^2(x)} [\rho_s U_{sn} (u_s - u_s^\sigma) + F_x^\sigma] / \rho_s^\sigma U_s^\sigma, \\ \frac{dv_s^\sigma}{dx} &= \sqrt{1 + y_w'^2(x)} [\rho_s U_{sn} (0 - v_s^\sigma) + F_y^\sigma] / \rho_s^\sigma U_s^\sigma, \\ -F_n^\sigma &= \rho_s U_{sn}^2 - \rho_s^\sigma (U_s^\sigma) \kappa_n^\sigma. \end{aligned} \quad (5)$$

Проекции  $U_{s\tau}$  и  $U_{sn}$  скорости частиц на пелену и на внешнюю нормаль к пелене равны  $U_{s\tau} = u_s \cos \theta$ ,  $U_{sn} = -u_s \sin \theta$  соответственно.  $F_\tau^\sigma$  и  $F_n^\sigma$  определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} F_\tau^\sigma &= F_x^\sigma \cos \theta + F_y^\sigma \sin \theta = -\chi F_n^\sigma, \\ F_n^\sigma &= -F_x^\sigma \sin \theta + F_y^\sigma \cos \theta. \end{aligned}$$

Здесь  $\chi$  – коэффициент сухого трения,  $\chi = 0,5$ . В точке зарождения пелены  $x=x_0$  параметры

пелены  $\rho_s^\sigma, U_s^\sigma, T_s^\sigma$ , считаются известными. Можно принять  $\rho_s^\sigma = 0, u_s^\sigma = u_{s0}, T_s^\sigma = T_{s0}$ .

В зоне чистого газа в окрестности точки схода пристеночной пелены параметры газа определяются из системы уравнений, описывающей течение идеального газа без частиц. Здесь  $g_{n0} = C_0, \bar{F}_0$  - подбирается,  $\bar{u}_0 = 0, \bar{P}_0 = P_0, \bar{\rho}_0 = \rho_0$ .

Рассмотрим сначала задачу расчета параметров газа при перетекании через пелену. Тогда законы сохранения массы, импульса и энергии:

$$\rho U_n = f \rho_m U_{mn}, U_{m\tau} = U_s^\sigma,$$

$$\frac{2\kappa}{\kappa-1} \frac{P_m}{\rho_m} + U_{mn}^2 + (U_s^\sigma)^2 = \frac{2\kappa}{\kappa-1} \frac{P}{\rho} + u^2, \quad (6)$$

$$\bar{P} + \frac{f^2 \rho_m^2 U_{mn}^2}{\rho^+} = (1-f)P' + f(P_m + \rho_m U_{mn}^2) + \frac{\lambda}{\kappa} U_{mn} \frac{1}{\rho_m^2},$$

$$\frac{2\kappa}{\kappa-1} \frac{\bar{P}}{\rho^+} + \frac{f^2 \rho_m^2 U_{mn}^2}{(\rho^+)^2} = \frac{2\kappa}{\kappa-1} \frac{P}{\rho} + u^2 - (U_s^\sigma)^2.$$

Здесь  $f$  – проницаемость пелены,  $\kappa$  - показатель адиабаты. Из уравнения (6) можно найти параметры  $u_m, \rho_m, P_m$ , если известны все остальные, в том числе и  $P'$ .

При дозвуковых скоростях потока, т.е. когда число Маха  $M_m < 1$ , можно с достаточной степенью точности принять  $P' = P_m$  при вытекании газа из пелены и  $S = S_m$  при втекании в нее.

Введем обозначения

$$A = \frac{2\kappa}{\kappa-1} \frac{P}{\rho} + u^2 - (U_s^\sigma)^2, P_t = \frac{P_m}{P}, g_m = f \rho_m U_{mn}.$$

Из последнего уравнения (6) получим для  $\rho^+$  квадратное уравнение

$$A \rho^{+\kappa} - \frac{2\kappa}{\kappa-1} \bar{P} \rho^+ - g_m^2 = 0. \quad (7)$$

Определив  $\rho^+$ , находим  $P_t$  и  $g_m, \rho_m$ , которые определяем из условия

$$S_m = S, \text{ т.е. } \frac{P_m}{\rho_m^\kappa} = \frac{P}{\rho^\kappa} \text{ отсюда } \rho_m = \rho \cdot P_t^{\frac{1}{\kappa}}.$$

Предполагая  $\lambda \leq 1$ , из предпоследнего уравнения (6) найдем  $g_m$

$$g_m \approx \sqrt{\frac{(P \cdot P_t - \bar{P}) \rho^+ f \rho P_t^{\frac{1}{\kappa}}}{\rho^+ - f \rho P_t^{\frac{1}{\kappa}}}}$$

$P_t$  удовлетворяет нелинейному уравнению:

$$\frac{2\kappa}{\kappa-1} P_t^{1-\frac{1}{\kappa}} \frac{P}{\rho} + \frac{g_m^2}{f^2 \rho^2} P_t^{\frac{2}{\kappa}} = A. \quad (8)$$

Уравнение (7) имеет два решения:

$$\rho^+ = \frac{1}{2A} \left[ \frac{2\kappa}{\kappa-1} \bar{P} \pm \sqrt{\left( \frac{2\kappa}{\kappa-1} \bar{P} \right)^2 + 4g_m^2 A} \right]. \quad (9)$$

В дозвуковом режиме перетекания, т.е. если  $M_m < 1$ , перед радикалом следует взять знак плюс, а если в пелене скорость газа сверхзвуковая перед радикалом в (9) следует взять знак минус.

Перетекания газа через пелену осуществляется в основном в дозвуковом режиме, поскольку, в отличие от перфорированной перегородки, здесь учитывается касательная компонента скорости газа внутри пелены. Следовательно,  $M_m = \sqrt{M_{m\tau}^2 + M_{mn}^2}$ .

Используя полученные решения системы уравнений (5) и (9), на свободной пелене для параметров газа интегрируем систему уравнений (3). Результаты сквозного интегрирования показаны на рисунках 1-3, где показано положение свободной пелены. На положение свободной пелены заметно влияет, кроме параметра пристеночной пелены в точке схода, геометрия горловины сопла, в частности изменение радиуса кривизны горловины  $R_1$  приводит к изменению положения свободной пелены. При  $R_1 \leq 1$  свободная пелена достигает оси.

Выводы. В предложенной двухслойной квазиодномерной постановке пелена или остается в потоке, или достигает оси и шнуруется, но не достигает стенки сопла в расширяющейся части. Если бы это произошло, то возникла бы зона чистого газа между свободной пеленой и областью смеси газа и частиц, поскольку частицы имеют прямолинейную траекторию [14-15].

В случае, когда свободная пелена шнуруется у оси, частицы не выпадают в шнур из-за его нулевой толщины и взаимодействие шнура с газом и частицами несущественно (рис.1). Следовательно, шнур движется по прямолинейной траектории, которая совпадает с осью и имеет постоянные параметры, определяемые следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \rho^l U^l &= 2\pi y \rho_s^\sigma U_s^\sigma = \text{const} + O(y^2), \quad \rho^\sigma \sim \frac{1}{y}, \\ \rho^l U^l U^l &= 2\pi y \rho_s^\sigma (U_s^\sigma)^2 \cos \beta = \text{const} + O(y^2), \\ \rho^l U^l E^l &= 2\pi y \rho_s^\sigma U_s^\sigma E_s^\sigma = \text{const} + O(y^2), \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\beta$  - угол между свободной пеленой и осью  $x$ .

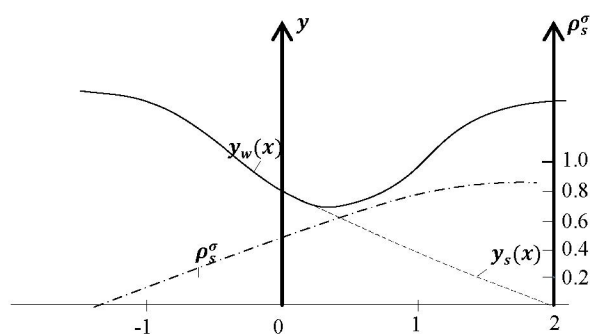


Рис. 1.

Распределения скоростей пелены, частиц и газа по оси показаны на рисунке 2. Здесь сплошная кривая соответствует распределению скорости газа, штриховая - скорости частиц, а штрихпунктирная - скорости пелены. Из-за взаимодействия с газом скорость пелены уменьшается в начале, поскольку газ тормозит ее, а затем увеличивается, т.е. газ увлекает ее за собой.

Заметим, что проницаемость пелены в данном случае постоянная и  $m_s = f = 0.81 \div 0.91$ .

На рисунке 3 показано распределение скоростей газа на нижнем (сплошная) и на верхнем (штриховая) слоях газа.

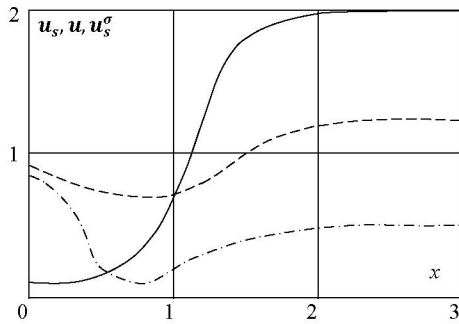


Рис.2.

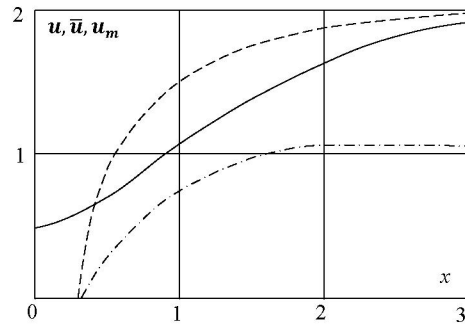


Рис.3.

В заключении отметим, что полученные решения реализуются в почти замороженном режиме течения двухфазного потока, когда взаимодействие газа с твердыми частицами незначительно.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Рахматулин, Х.А. Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред / Х.А. Рахматулин // Прикладная математика и механика. - 1956. - Т. 20, № 2. - С. 184-195.
- [2] Крайко, А.Н. К теории течений двухскоростной сплошной среды с твердыми или жидкими частицами / А.Н. Крайко, Л.Е. Стернин // Прикладная математика и механика. - 1965. - Т. 29, № 3. - С. 418-429.
- [3] Нигматулин, Р.И. Основы механики гетерогенных сред / Р.И. Нигматулин. - М: Наука, 1978.
- [4] Нигматулин, Р.И. Динамика многофазных сред / Р.И. Нигматулин. - М: Наука, 1987.
- [5] Крайко, А.Н. К двухжидкостной модели течений газа и диспергированных в нем частиц / А.Н. Крайко // Прикладная математика и механика. - 1982. - Т. 46, № 1. - С. 96-106.
- [6] Крайко, А.Н. Двухжидкостная модель течений газа и диспергированных в нем частиц / А.Н. Крайко // Газовая динамика. Избранное. В 2 т. Т. 2 / ред.-сост. А.Н. Крайко, А.Б. Ватажин, А.Н. Секундов. - Изд. 2-е, испр. - М.: Физматлит, 2005. - С. 471-484.
- [7] Крайко, А.Н. О течениях газа в пористой среде с поверхностями разрыва пористости / А.Н. Крайко, Л.Г. Миллер, И.А. Ширковский // Прикладная механика и техническая физика. - 1982. - № 1. - С. 111-118.
- [8] Зельдович, Я.Б. Элементы математической физики / Я.Б. Зельдович, А.Д. Мьшкис. М: Наука, 1973.
- [9] Крайко А.Н. О поверхностях разрыва в среде, лишенной собственного давления // ПММ. 1979. Т. 43. Вып. 3. С. 500-510.
- [10] Крайко, А.Н. К теории двухжидкостных течений газа и диспергированных в нем частиц / А.Н. Крайко // Гидродинамика и теплообмен в двухфазных средах. - Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1981. - С. 42-52.
- [11] Крайко А.Н., Сулайманова С. М. Двухжидкостные течения смеси газа и твердых частиц с «пеленами» и «шнурами», возникающими при обтекании непроницаемых поверхностей // ПММ. 1983. Т. 47. Вып.4. С. 619-630.
- [12] Крайко, А.Н. О корректности задачи Коши для двухжидкостной модели течения смеси газа с частицами / А.Н. Крайко // Прикладная математика и механика. - 1982. - Т. 46, № 3. - С. 420-428.
- [13] Крайко, А.Н. Корректность задачи Коши для двухжидкостной модели течения смеси газа с частицами / А.Н. Крайко // Газовая динамика. Избранное. В 2 т. Т. 2 / ред.-сост. А.Н. Крайко, А.Б. Ватажин, А.Н. Секундов. - Изд. 2-е, испр. - М.: Физматлит, 2005. - С. 485-495.
- [14] Пьянков, К.С. Численное моделирование особенностей течений идеального газа и двухфазных смесей газа с частицами: автореф. дис. канд. физ.-мат. наук / К.С. Пьянков. - М.: ЦИАМ-МФТИ, 2011.
- [15] Карганова А.Дж., Сулайманова С.М. Двухжидкостные течения смеси газа и твердых частиц с «пеленами» и «шнурами» в сопле Лавала // Вестник КГУСТА. Вып. №2(44). – Бишкек, 2014. - С. 116-121.

#### REFERENCES

- [1] Rakhmatulin Kh.A. Basics of Gas Dynamics of Interpenetrating Motions of Compressible Media [Osnovy gazodinamiki vzaimopronikayushhikh dvizheniy szhimaemykh sred]. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1956, vol. 20, no. 2, pp. 184-195. (in Russ.)
- [2] Kraiko A.N., Sterin L.E. On the Theory of Two-Velocity Flows of a Continuous Medium with Solid or Liquid Particles [K teorii techeniy dvuskorostnoy splshnoy sredy s tverdyimi ili zhidkimi chastitsami]. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1965, vol. 29, no. 3, pp. 418-429. (in Russ.)
- [3] Nigmatulin R.I. *Osnovy mekhaniki geterogennykh sred* [Fundamentals of mechanics of heterogeneous media]. Moscow, Science, 1978. (in Russ.)
- [4] Nigmatulin R.I. *Dinamika mnogofaznykh sred* [Dynamics of Multiphase Media]. Moscow, Science, 1987. (in Russ.)
- [5] Kraiko A.N. To the Two-Fluid Model of Flows of Gas and Particles Dispersed Therein [K dvukhzhidkostnoy modeli techeniy gaza i dispergirovannykh v nem chastits]. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1982, vol. 46, no. 1, pp. 96-106. (in Russ.)

[6] Kraiko A.N. The Two-Fluid Model of Gas Flow and Particles Dispersed Therein [Dvukhzhidkostnaya model' techeniy gaza i dispergirovannykh v nem chastits]. *Gazovaya dinamika. Izbrannoe. T. 2* [Gas Dynamics. Selected. vol. 2]. Editors-compilers A.N. Kraiko, A.B. Vatazhin, A.N. Sekundov. Moscow, *Fizmatlit*, 2005, pp. 471-484. (in Russ.)

[7] Kraiko A.N., Miller L.G., Shirkovskiy I.A. About Gas Flow in Porous Media with Surfaces of Porosity Discontinuity [O techeniyakh gaza v poristoy srede s poverkhnostyami razryva poristosti]. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1982, no. 1, pp. 111-118. (in Russ.)

[8] Zel'dovich Ya.B., Myshkis A.D. *Elementy matematicheskoy fiziki [Elements of Mathematical Physics]*. Moscow, Science, 1973. (in Russ.)

[9] Kraiko A.N. About the Surfaces of Discontinuity in a Medium Devoid of Its Own Pressure [O poverkhnostyakh razryva v srede, lishennoy sobstvennogo davleniya]. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1979, vol. 43, no 3, pp. 500-510. (in Russ.)

[10] Kraiko A.N. On the Theory of Two-Fluid Flows of Gas and Particles Dispersed Therein [K teorii dvuzhidkostnykh techeniy gaza i dispergirovannykh v nem chastits]. *Gidrodinamika i teploobmen v dvukhfaznykh sredakh [Hydrodynamics and Heat Transfer in Two-Phase Media]*. Novosibirsk, ITF SO AN SSSR, 1981, pp. 42-52. (in Russ.)

[11] Kraiko A.N., Sulaimanova S.M. Two-Fluid Flows Mixture of Gas and Solid Particles with the "Sheets" and "Filaments" that Arise when Flow Impermeable Surfaces [Dvuzhidkostnye techeniya smesi gaza i tverdykh chastits s pelenami i "shnurami", vznikayushimi pri obtekanii neproniatsaemykh poverkhnostey]. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1983, vol. 47, no 4, pp. 619-630. (in Russ.)

[12] Kraiko A.N. About the Correctness of Cauchy Problem for a Two-Fluid Model of Flow of the Mixture of Gas-Particle [O korrektnosti zadachi Koshi dlya dvukhzhidkostnoy modeli techeniya smesi gaza s chastitsami]. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1982, vol. 46, no 3, pp. 420-428. (in Russ.)

[13] Kraiko A.N. Correctness of Cauchy Problem for a Two-Fluid Model of Flow of the Mixture of Gas-Particle [Korrektnost' zadachi Koshi dlya dvukhzhidkostnoy modeli techeniya smesi gaza s chastitsami]. *Gazovaya dinamika. Izbrannoe. T. 2* [Gas Dynamics. Selected. Vol. 2]. Editors-compilers A.N. Kraiko, A.B. Vatazhin, A.N. Sekundov. Moscow, *Fizmatlit*, 2005, pp. 485-495. (in Russ.)

[14] P'yankov K.S. Numerical Modeling of Specialty of a Ideal Gas Flows and Two-Phase Gas-Particle Mixtures. [Chislennoe modelirovanie osobennostey techeniy ideal'nogo gaza i dvukhfaznykh smesey gaza s chastitsami: avtoref. dis. fiz.-mat. nauk]. Moscow, *TSIAM-MFTI*, 2011. (in Russ.)

[15] Kartanova A.Dzh., Sulaimanova S.M. Two-Fluid Flows Mixture of Gas and Solid Particles with the "Sheets" and "Filaments" in Laval nozzle. *Vestnik KSUCTA. Vyp no 2 (44)*. - Bishkek, 2014. - pp.116-121. (in Russ.)

«Пелена» және «шнур» бар үзілуіне арна газ қоспасының және қатты бөлшектердің екі фазалы ағыны есептеу

А.Дж. Картанова, С.М. Сулайманова

[a.kartanova@mail.ru](mailto:a.kartanova@mail.ru)

N.Isanov атындағы Қырғыз мемлекеттік университеті құрылыс, көлік және сәулет, Бішкек қаласы

[sulai@bk.ru](mailto:sulai@bk.ru)

Қырғыз Ресей Славян университеті, Бішкек қаласы

Тірек сөздер: модельдеу, екі фазалы ағыны, пелена, газ және қатты бөлшектердің қоспасы.

Аннотация. Параметрдің ұйғарымның квазибірлестемді мақсаты екісұйықтықтың газдың және қатты бөлшектің қоспасының ағысы сіңбірікте астылы-үстілі қойылымда шешіледі. Уақиға қарастырылады, қашан ара қатты бөлшектің инерция жидуының ара сіңбіріктің тарыл- бөлігінде, нешінші гидродинамикалық алпақтықтың бетімен үшін газдың параметрлер үшін болып табыл- жамылғы туатын. Екі қабаттың және жамылғының ықпалының ағысының параметрлері газдың ағысының параметрлеріне онда тағайынды және арада бүтіндікте.

Сведения об авторах

Картанова Асель Джумановна, и.о. доцента кафедры «Информационных систем и технологий» Института Новых информационных технологий Кыргызского Государственного Университета строительства, транспорта и архитектуры им.Н.Исанова

Адрес: Кыргызстан, г. Бишкек, ул.Малдыбаева, 34 б.

Телефоны: моб. +996-550-505-887; служ. +996-312-56-14-12

E-mail: [a.kartanova@mail.ru](mailto:a.kartanova@mail.ru)

Сулайманова Света Мукашовна, д.ф.-м.н., профессор кафедры «Механика»

Кыргызско-Российского Славянского Университета

Адрес: Кыргызстан, г. Бишкек ул.Киевская, 44.

Телефоны: моб. +996-550-118-803; дом. +996-312-59-07-57

E-mail: [sulai@bk.ru](mailto:sulai@bk.ru)