REPORTS OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
ISSN 2224-5227

Volume 3, Number 301 (2015), 131 – 134

UDC 621.396.674.1

The equation of the electromagnetic field of the antenna loop in anisotropic metamaterial

Kudaibergenova B.K.

Eurasian national university named after L.N. Gumilyov, Astana, Kazakhstan
bakit91_91@mail.ru

Key words: loop antenna, anisotropic metamaterial, Maxwell's equations

Abstract. Using analytical Maxwell equations for the loop antenna in the anisotropic metamaterial to get the value of the electromagnetic field and the solutions of Maxwell's equations for the uniaxial anisotropic environments for arbitrary currents.

History of antenna technology, dipole antennas in particular, constitute one of the most interesting and instructive parties the history of radio. The most common nym way to determine the efficiency of the antenna, as well as the properties of the anisotropic medium is radiation pattern, which is a plot of antenna radiating properties of the spatial coordinates. Although the theory of electrodynamic vibrator was built in papers-minute Gallen, Leontovich and ML Levin and others, the theory of distribution of electro-magnetic waves in gyrotropic media remains relevant today as in theoretical and applied aspects

Media with anisotropic properties are widely used in modern radio electronics, astrophysics, plasma physics. Recently especially relevant artificial anisotropic materials with desired chiral properties, which are used in the antenna feeder cable systems as well as in bulk technology integrated circuit fabrication. It should be noted that the analytical results for anisotropic media, usually provided in tensor form, devoid of clear physical meaning. Since the electromagnetic field strength is a vector quantity, to represent a clear physical picture is advisable to find its expression vector.

Тұзақ тәрізді антеннаның анизотропты метаматериалдағы электромагниттік өрісінің теңдеулері

Құдайбергенова Б.Қ.
bakit91_91@mail.ru

Тірек сөздер: тұзақ тәрізді антенна, анизотропты метаматериал, Максвелл теңдеулері

Аңдатпа. Максвеллдің аналитикалық теңдеулерін қолдана отырып, тұзақ тәрізді антенна үшін анизотропты метаматериалдағы электромагниттік өріс теңдеулерінің шешімдері алынды.

Анизотроптық құрамды орталар қазіргі радиоэлектроника, астрофизика, радиотехникада кеңінен қолданылады.

Оптикалық анизотроптық орталар түскен сәуле әрекетіне әртүрлі бағытта әсер ету қабілетімен мінезделеді. Бұл жарық толқын өрісі әрекетінен электрлік зарядтардың ығысуынан туындайды. Анизотропты орталарда берілген кернеуліктегі өрісте зарядтардың ығысу мәні оның бағытына байланысты болады. Бұл дегеніміз, диэлектрлік өтімділік, яғни ортаның сыну көрсеткіші жарық толқынының электрлік векторының әртүрлі бағытында әртүрлі болып келеді дегенді білдіреді.

Анизотроптық материалдарға кристалдар және монокристалдар, талшықты және графиттер, пьезокварцтар және т.б. жатады. [1]

Кейінгі кезде, әсіресе антенна-фидерлық жүйелерде, сонымен қатар, үлкен көлемді схемалар жасайтын технологияларда қолданылатын жасанды анизотроптық материалдар, мысалы метаматериалдар өзекті тақырыпқа айналған.

Тапсырманың қойылымы

Максвеллдің электромагниттік теңдеулер жүйесі [2]:

$$\left.\begin{aligned} rotH &= j + \frac{\partial D}{\partial t} \\ rotE &= -\frac{\partial B}{\partial t} \\ divD &= \rho \\ divB &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

мұндағы E, H – электромагниттік өріс кернеуліктері, D – электрлік индукция векторы.

Анизотропты диэлектрлік ортада электрлік өріс кернеулігі мен индукция арасындағы сызықтық байланыс мына түрде беріледі [30]:

$$D = \varepsilon_0 \hat{\varepsilon} E, \quad (2)$$

(31) өрнегі изотропты орта үшін де орындалады, бірақ изотропты ортадағыдан айырмашылығы анизотропты орталар үшін диэлектрлік өтімділік енді скалярлық шама болудан қалады. Басқаша айтқанда, анизотропты орталарда диэлектрлік өтімділік $\vec{E}$ электр өрісі қандай бағытта әсер етіп тұрғандығымен және $\vec{D}$ электрлік индукция векторының құраушылары қандай бағытта бақыланатындығымен анықталады.

Ал магниттік индукция векторы:

$$B = \mu_0 \hat{\mu} H \quad (3)$$

Анзотропты орта екінші рангті диэлектрлік өтімділік тензорымен сипатталады:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{vmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{vmatrix} \quad (4)$$

Бұл $\vec{D}$ электрлік индукция векторының әрбір құраушысы электр өрісі $\vec{E}$ кернеулік векторының барлық үш құраушылары арқылы өрнектелетіндігін білдіреді:

$$\left.\begin{aligned} D_x &= \varepsilon_{xx} E_x + \varepsilon_{xy} E_y + \varepsilon_{xz} E_z \\ D_y &= \varepsilon_{yx} E_x + \varepsilon_{yy} E_y + \varepsilon_{yz} E_z \\ D_z &= \varepsilon_{zx} E_x + \varepsilon_{zy} E_y + \varepsilon_{zz} E_z \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Диэлектрлік өтімділік тензорының басты осіне сәйкес келетін координат жүйесін таңдайтын болсақ, материалды теңдеу келесі түрде беріледі:

$$D_x = \varepsilon_0 \varepsilon_1 E_x, \quad D_y = \varepsilon_0 \varepsilon E_y, \quad D_z = \varepsilon_0 \varepsilon E_z, \quad (6)$$

мұндағы ε_0=8,85$\cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрлік тұрақтылық, $\hat{\varepsilon}$ - диэлектриктік өтімділік тензоры, j – тоқ тығыздығының векторы.

Анизотропты ортада диэлектрлік өтімділік тензорын бір осьті кристалл үшін төмендегі өрнекпен жазуға болады:

$$E = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad H = \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix} \quad \hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \end{pmatrix} \quad (7)$$

$\frac{\partial}{\partial t}$–ні – iω-ге ауыстырып, бастапқы (1) теңдеуін келесі түрге ауыстыруға болады:

$$\begin{cases} rotH + i\omega D = j \\ rotE - i\omega B = 0 \end{cases} \quad (8)$$

Бұл жұмыста диэлектрлік өтімділік тензорының элементтері $\hat{\varepsilon}$ бір осьті кристаллға сәйкес келеді. Кристалл осі x осі бойымен бағытталған.

Электромагниттік изотроптық орта үшін Максвелл теңдеуінің Грин матрицасы белгілі. Ол

Максвелл теңдеуін кез-келген тоқта, сонымен қатар сингулярлы жалпы функция тобында шешуге көмектеседі:

$$\begin{cases} E = E_1 + E_2 \\ H = H_1 + H_2 \end{cases} \tag{9}$$

Электромагниттік өріс спектрлі ауданға түрленгеннен кейін келесі түрде жазылады:

$$\begin{cases} \tilde{E}_x = (i\varepsilon\,\varepsilon_0\omega)^{-1}\left(k_0^2(\tilde{j}_x\tilde{\psi}_0 + k_y(k\times\tilde{j})_z\tilde{\psi}_2^m) - k_x k\tilde{j}\tilde{\psi}_0\right), \\ \tilde{E}_y = (i\varepsilon\,\varepsilon_0\omega)^{-1}\left(k_0^2(\tilde{j}_y\tilde{\psi}_0 + k_x(k\times\tilde{j})_z\tilde{\psi}_2^m) - k_y k\tilde{j}\tilde{\psi}_0\right), \\ \tilde{E}_z = (i\varepsilon\varepsilon_0\omega)^{-1}\left(k_0^2\tilde{j}_z + k_z\tilde{j})\tilde{\psi}_0\right). \end{cases} \tag{10}$$

мұндағы

$$\tilde{j} = \tilde{j} + \tilde{j}_0, \quad \tilde{j}_0 = (\tilde{j}_x, 0, 0), \quad \tilde{j} = \left(0, \tilde{j}_y, \tilde{j}_z\right).$$

(9) және (10) өрнектері A_0, A_1 және A_2 векторлық потенциалдар көмегімен келесі түрде жазылады:

$$\begin{cases} E = i\omega\left(A_0 + e_x(e_x A_1) + \nabla\nabla A_2 + \frac{1}{k_0^2}\nabla\nabla A_1\right), \\ H = \frac{1}{\mu\mu_0}\nabla\times\left(A_0 + e_x(e_x A_1) - e_x\frac{\partial}{\partial x}\nabla A_2\right). \end{cases} \tag{11}$$

мұндағы A – векторлық потенциалдың құраушылары:

$$A_0 = -\mu\mu_0 j * \psi_0 \qquad A_1 = -\mu\mu_0 j * \psi_1 \qquad A_2 = -\mu\mu_0 j * \psi_2 \tag{12}$$

Өрнектегі «*» белгісі түйінді білдіреді.

Грин функциялары ψ_1, ψ_2 анизотропты орта үшін сәйкесінше радиус-вектор [3]:

$$\psi_1 = -\frac{\sqrt{\varepsilon}\cdot e^{(ik_n r_1(x,y,z))}}{4\pi\sqrt{\varepsilon_1}\cdot r_1(x,y,z)}$$

$$\psi_2 = \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} - 1\right)\psi_0 * \psi_1$$

$$r_1(x,y,z) = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}(x^2 + y^2 + z^2)}$$

мұндағы a, в – антенна өлшемдері, k – толқын саны:

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$k_n = k_0\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}} \tag{13}$$

Түйінді есептеп, арнайы функциялар арқылы ψ_2 функциясын жазамыз:

$$\psi_2 = \frac{1}{8\pi k0i}\Big(e^{ik0x}\left(Ci\left(k_0(r-x)\right) + isi\left(k_0(r-x)\right)\right) + e^{-ik0x}\left(Ci\left(k_0(r+x)\right) + isi\left(k_0(r+x)\right)\right) - e^{ik0x}\left(Ci\left(k_n r - k_0' x\right) + isi(k_n\acute{r} - k_0 x)\right) - e^{-ik0x}\left(Ci(k_n\acute{r} + k_0 x) + isi(k_n\acute{r} + k_0 x)\right)\Big)$$

мұндағы интегралданған косинус пен синус келесі түрдегідей анықталады [4]:

$$Ci(x) = \gamma + \ln(x) + \int_0^x \frac{\cos t - 1}{t}dt \tag{14}$$

$$si(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t}dt - \frac{\pi}{2}$$

γ=0,5772 – Эйлер саны. (11) өрнекті қолдана отырып, антенна үшін дифференциалдаймыз.

Анизотропты метаматериалдағы кристалл осіне (x) перпендикуляр тұзақ тәрізді антенна үшін электр өрісінің кернеулігі:

$$\begin{cases} E_x = \frac{1}{i\varepsilon_0\varepsilon\omega}\left(k_0^2 j_x + \frac{d}{dx}div\vec{j}\right) * \psi_1 \\ E_y = \frac{1}{i\varepsilon_0\varepsilon\omega}\left(k_0^2\psi_0 * j_y + \frac{d}{dy}div\vec{j} * \psi_1 + k_0^2\frac{d}{dy}div\vec{j} * \psi_2\right) \\ E_z = \frac{1}{i\varepsilon_0\varepsilon\omega}\left(k_0^2\psi_0 * j_z + \frac{d}{dz}div\vec{j} * \psi_1 + k_0^2\frac{d}{dz}div\vec{j} * \psi_2\right) \end{cases}$$

ӘДЕБИЕТ

[1] Слюсар В. Метаматериалы в антенной технике: история и основные принципы. – электроника: НТБ, 2011, №.7, с. 70–79

[2] S. S. Sautbekov, Radiation of Electric and Magnetic Dipole Antennas in Magnetically Anisotropic Media

[3] Alekseyeva, L. A. & Sautbekov, S. S. (1999). Fundamental Solutions of Maxwell's Equations. Diff. Uravnenia,Vol. 35, No. 1, 125-127.

[4] Born, M. & Wolf, E. (1999).Principles of Optics. Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Dffraction of Light, 7th ed. Cambridge U. Press, Cambridge.

Уравнение электромагнитного поля петлевой антенны в анизотропном метаматериале

Кудайбергенова Б.К.

ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, физико-технический факультет г. Астана, Республика Казахстан
bakit91_91@mail.ru

Ключевые слова: петлевая антенна, анизотропный метаматериал, уравнение Максвелла

Аннотация. С использованием аналитических уравнений Максвелла, для петлевой антенны в анизотропном метаматериале получены значение электромагнитного поля. Необходимо отметить, что аналитические результаты для анизотропных сред, как правило, приводятся в тензорной форме, лишенной ясного физического содержания. Поскольку напряженности электромагнитного поля являются векторными величинами, для представления четкой физической картины целесообраз

Поступила 18.03.2015 г.