**REPORTS OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN**
ISSN 2224-5227
Volume 5, Number 303 (2015), 73 – 77

UDK 621.01

Calculation mechanisms considering an arbitrary position in space of kinematic pairs finite element method

Y.S.Temirbekov

Almaty Technological University, temirbekove@mail.ru

Key words: elasticity, finite element method, kinematic pair, stiffness, mechanism, construction

Abstract. As is known, the calculation of the stiffness and strength of the mechanisms of spatial constructions (MSC) using the finite element method (FEM) is still a problem. Here provides justification that allows you to use the finite element method to analyze the stiffness and strength of MSC kinematic pairs (KP) of an arbitrary orientation in space. The idea of the proposed method lies in the fact that the basic equilibrium equation solved by the method hard knots in the local coordinate systems pairs.

The paper gives a reasonable equivalent mathematical transformations resolving the system of equations obtained for the local coordinate systems of finite rod elements. Its solution are elastic local displacement. The proposed method is equivalent to the well-known method based on the solution of the resolving system of equations obtained in the global coordinate system.

We give an example, which examines the finite-element model of the construction gripper the grapple, consisting of 59 elements connected in in 57 nodes. By this technique a computer program was created. Graphs of of linear and angular displacements were obtained. They show that the dual nodes have on five degrees of freedom of the same values, and only the angular displacement of their axis of rotation are different.

УДК 621.01

УЧЕТ ОРИЕНТАЦИИ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАР ПРИ РАСЧЕТЕ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МКЭ

Темирбеков Е.С.

Алматинский технологический университет, temirbekove@mail.ru

Ключевые слова: упругость, метод конечных элементов, кинематическая пара, жесткость, механизм, конструкция

Аннотация. Как известно, расчет жесткости и прочности пространственных конструкций рычажных механизмов (РМ) с использованием метода конечных элементов (МКЭ) до сих пор является проблемой. Здесь дается обоснование подхода, который позволяет использовать МКЭ для анализа жесткости и прочности РМ с кинематическими парами (КП) произвольной ориентации в пространстве. Идея предлагаемого метода заключается в том, что основное уравнение равновесия решается методом жестких узлов в локальных системах координат пар.

В работе дается обоснованная эквивалентными математическими преобразованиями разрешающая система уравнений, полученная для локальных систем координат конечных стержневых элементов. Ее решением находятся упругие локальные перемещения. Предложенный метод является эквивалентным известному методу, основанному на решении разрешающей системы уравнений, полученных в глобальной системе координат.

Дается пример, в котором рассматривается конечно-элементная модель конструкции схвата грейфера, состоящая из 59 элементов, соединенных в 57 узлах. Разработана компьютерная программа, реализующая вышеописанный подход. Даны графики линейных и угловых перемещений. Они показывают, что сдвоенные узлы имеют по пяти степеней свободы те же значения, и только угловое смещение у них по оси вращения различны.

1. Введение

Как известно, расчет жесткости и прочности пространственных конструкций рычажных механизмов (РМ) с использованием метода конечных элементов (МКЭ) до сих пор является проблемой. Здесь дается обоснование подхода [1], который позволяет использовать МКЭ для анализа жесткости и соответственно прочности РМ с кинематическими парами (КП) произвольной ориентации в пространстве. Идея предлагаемого метода заключается в том, что основное уравнение равновесия МКЭ [2-9] решается методом жестких узлов [1] в локальных системах координат пар.

2. Эквивалентный переход от основного уравнения МКЭ

В КП РМ есть перемещения, совпадающие для "K" общих степеней свободы сходящихся в одной КП звеньев РМ, и есть перемещения, имеющие $(6-K)$ различных компонент по степеням свободы КП.

Пусть $U_i = (u_1^i, ..., u_6^i)^T$ и $F_i = \left(f_1^i, ..., f_6^i\right)^T$ $(i = 1, ..., m)$,- векторы упругих перемещений и внешних сил i-го узла в глобальной (ГСК) системе координат OXYZ. Они же в локальной системе координат (ЛСК) $O_i xyz$ i-го узла имеют вид - $\widetilde{U}_i = \left(\widetilde{u}_1^i, ..., \widetilde{u}_6^i\right)^T$ и $\widetilde{F}_I = \left(\widetilde{f}_1^i, ..., \widetilde{f}_6^i\right)^T$, m - общее количество узлов и пусть $\left[T_i^o\right] = \begin{bmatrix} \cos(X,\widetilde{x}_i) & \cos(X,\widetilde{y}_i) & \cos(X,\widetilde{z}_i) \\ \cos(Y,\widetilde{x}_i) & \cos(Y,\widetilde{y}_i) & \cos(Y,\widetilde{z}_i) \\ \cos(Z,\widetilde{x}_i) & \cos(Z,\widetilde{y}_i) & \cos(Z,\widetilde{z}_i) \end{bmatrix}$ - матрица направляющих косинусов ЛСК $O_i xyz$ i-го узла относительно ГСК OXYZ. Тогда для i-го узла конечно-элементной модели (КЭМ) выполняются уравнения: $U_i = [T_i]\widetilde{U}_i$, $F_i = [T_i]\widetilde{F}_i$, $\widetilde{U}_i = [T_i]^T U_i$, $\widetilde{F}_i = [T_i]^T F_i$, $i = 1,...m$, где $[T_i]$ - это переход вектора из ЛСК i-го узла в ГСК имеет вид: $[T_i] = \begin{bmatrix} T_i^o & O \\ O & T_i^o \end{bmatrix}$, $i = 1,..m.$. Здесь $\left[T_i^0\right]$ - матрица направляющих косинусов, поэтому она есть и матрица вращения, откуда она ортогональна: $\left[T_i^0\right]^T = \left[T_i^0\right]^{-1}$. Следовательно, $[T_i]$ также ортогональная: $[T_i]^T = [T_i]^{-1}$. Пусть U и F векторы перемещений и узловых сил КЭМ в ГСК OXYZ:

$$U = \left(U_1, U_2, ..., U_m\right)^T = \left(u_1, u_2, ..., u_N\right)^T, F = \left(F_1, F_2, ..., F_m\right)^T = \left(f_1, f_2, ..., f_N\right)^T, \quad (1)$$

N – число степеней свободы модели. Аналогично для ЛСК узлов КЭМ имеем:

$$\widetilde{U} = \left(\widetilde{U}_1, \widetilde{U}_2, ..., \widetilde{U}_m\right)^T = \left(\widetilde{u}_1, \widetilde{u}_2, ..., \widetilde{u}_N\right)^T, \widetilde{F} = \left(\widetilde{F}_1, \widetilde{F}_2, ..., \widetilde{F}_m\right)^T = \left(\widetilde{f}_1, \widetilde{f}_2, ..., \widetilde{f}_N\right)^T, \quad (2)$$

Тогда, очевидно, векторы (1) и (2) связаны уравнениями:

$$U_i = [T_i]\widetilde{U}_i,\ F_i = [T_i]\widetilde{F}_i,\ \widetilde{U}_i = [T_i]^T U_i,\ \widetilde{F}_i = [T_i]^T F_i, \text{ где } [T] = \begin{bmatrix} T_1 & O & ... & O \\ O & T_2 & ... & O \\ ... & ... & ... & ... \\ O & O & ... & T_m \end{bmatrix} \quad (3)$$

Покажем, что матрица $[T]$ ортогональна:

$$[T]^T [T] = \begin{bmatrix} T_1^T & O & ... & O \\ O & T_2^T & ... & O \\ ... & ... & ... & ... \\ O & O & ... & T_m^T \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} T_1 & O & ... & O \\ O & T_2 & ... & O \\ ... & ... & ... & ... \\ O & O & ... & T_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1^T T_1 & O & ... & O \\ O & T_2^T T_2 & ... & O \\ ..... & ..... & ... & ..... \\ O & O & ... & T_m^T T_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & O & ... & O \\ O & E & ... & O \\ ... & ... & ... & ... \\ O & O & ... & E \end{bmatrix} = [E]$$

То есть $[T]$ имеет свойство ортогональности: $[T]^T \cdot [T] = [T] \cdot [T]^T = [E]$ или $[T]^T = [T]^{-1}$. Основное разрешающее уравнение равновесия имеет вид [2-10]:

$$[K] \cdot U = [F] \qquad (4)$$

где $[K]$ - матрица жесткости в ГСК OXYZ. Преобразуем его: $[T]^T [K] U = [T]^T [F]$ или

$$[T]^T[K][E]U = [T]^T[F] \text{ или}$$

$$[T]^T[K][T][T]^T U = [T]^T[F] \qquad (5)$$

Используя (3) можем (5) записать в виде: $[T]^T[K][T]\widetilde{U} = [\widetilde{F}]$, где $[\widetilde{K}] = [T]^T[K][T]$ - матрица жесткости КЭМ в ЛСК узлов. Тогда (4) эквивалентно уравнению:

$$[\widetilde{K}][\widetilde{U}] = [\widetilde{F}], \qquad (6)$$

- это есть векторное уравнение равновесия КЭМ конструкции в ЛСК узлов, и вместо решения уравнения (4) ищем решение уравнения (6). Следовательно, предложенный метод является эквивалентным известному методу, основанному на решении (4). Это означает, что при реализации предлагаемого подхода основные принципы МКЭ не изменяются.

3. Пример

Рассмотрим схему конструкции схвата грейфера. КЭМ состоит из 59 элементов, соединенных в 57 узлах (рис.1). ГСК OXYZ выбрана так, чтобы ось OY была перпендикулярна плоскости схвата грейфера. В соответствие с КЭМ вводим матрицу ID [1,10] и координаты узлов. На конструкцию наложены граничные условия - фиксированные шарниры в узлах 1,2,44,45 и жестко закрепление в узле 25. Поэтому ID в узлах 1,2,44,45 имеют вид: $[\ -1\ \ -1\ \ -1\ \ -1\ \ 0\ \ -1\ ]$, здесь «0» в 5- строке означает возможность поворота узла вокруг со «Y» и для узла 25 вид $[\ -1\ \ -1\ \ -1\ \ -1\ \ -1\ \ -1\ ]$. КЭМ содержит 12 вращательных пар: узлы 3-46, 4-47, 14-48, 15-49, 16-50, 21-51, 24-52, 28-53, 31-54, 32-55, 42-56, 43-57 входят в шарнирное соединение друг с другом соответственно. То есть, эти узлы имеют общие координаты и общие 5 степеней свободы в парах (рис.1). Например, для пары узлов 3,46 строки ID имеют вид: $[\ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ ]$, $[\ 3\ \ 3\ \ 3\ \ 3\ \ 0\ \ 3\ ]$. Здесь числа "3" в 46-й строке указывает, что соответствующие степени свободы 3 и 46-й узлов являются общими: для каждой из них составляют одно уравнение равновесия. "0" в 5-й позиции узла 46 указывает на разницу углов поворота 3-го и 46-го узла вокруг оси «Y». КЭМ нагружена силами в узлах 7 и 39 по 5кн, их направление показано на рисунке 1. Элементы КЭМ упругие с $E = 2 \cdot 10^6 н/м^2$, $\nu = 0.3$ и все имеют одинаковые сечения - кольцо с внешним и внутренним диаметрами: $D = 0.03м$ и $d = 0.02м$.

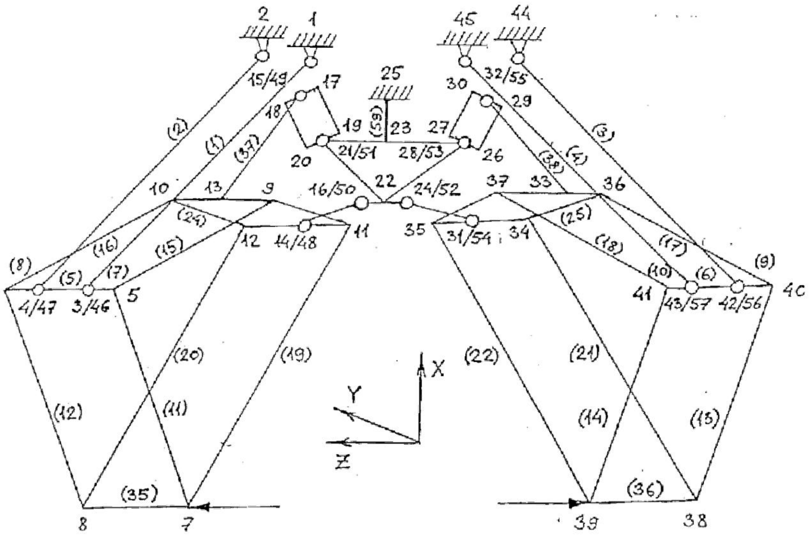

Рисунок 1 – Модель схвата манипулятора

На основе компьютерной программы STAP [10] нами была разработана компьютерная программа, реализующая вышеописанный подход. На рисунке 2 показаны значения упругих смещений узлов в следующем порядке: по оси абсцисс - номера узлов (рис.1), по оси ординат - линейные перемещения вдоль осей OX, OY, OZ ГСК – ряд 1, ряд 2 и ряд 3 соответственно. На рисунке 3 показаны значения упругих смещений узлов в следующе порядке: по оси абсцисс –

номера узлов (рис.1), по оси ординат - угловые перемещения вокруг осей OX, OY, OZ ГСК – ряд 1, ряд 2 и ряд 3 соответственно. Рисунки 2,3 показывают, что узлы 3,4,14-16,21,24,28,31,32,42,43 и соответственно 46-57 упругого смещения имеют по пяти степеней свободы те же значения, и только угловое смещение по оси "Y" различны.

3. Выводы

Этот подход позволяет использовать МКЭ для РМ с кинематическими парами произвольной ориентации в пространстве. Идея предлагаемого метода заключается в том, что основное уравнение равновесия решается методом жестких узлов [1] в локальных системах координат пар. Основная схема МКЭ не изменяется. Разработана компьютерная программа, дается расчет модели конструкции схвата грейфера.

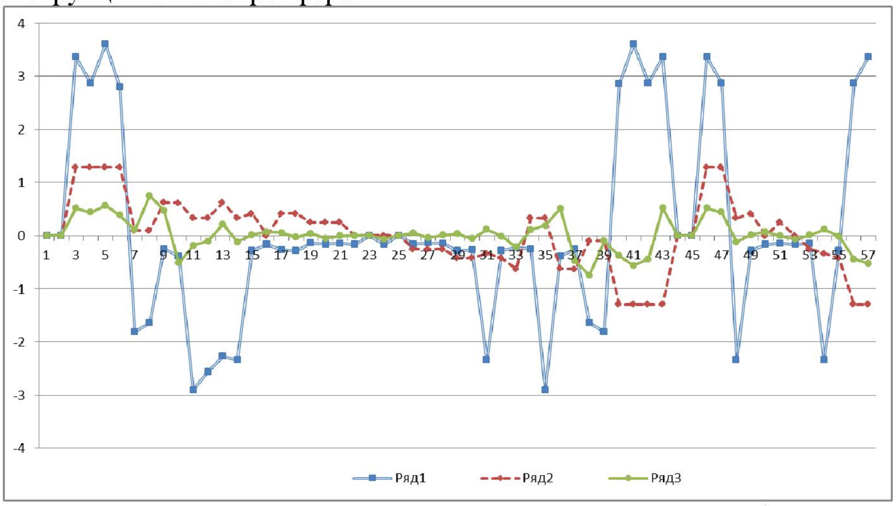

Рисунок 2 – Линейные упругие перемещения модели схвата грейфера

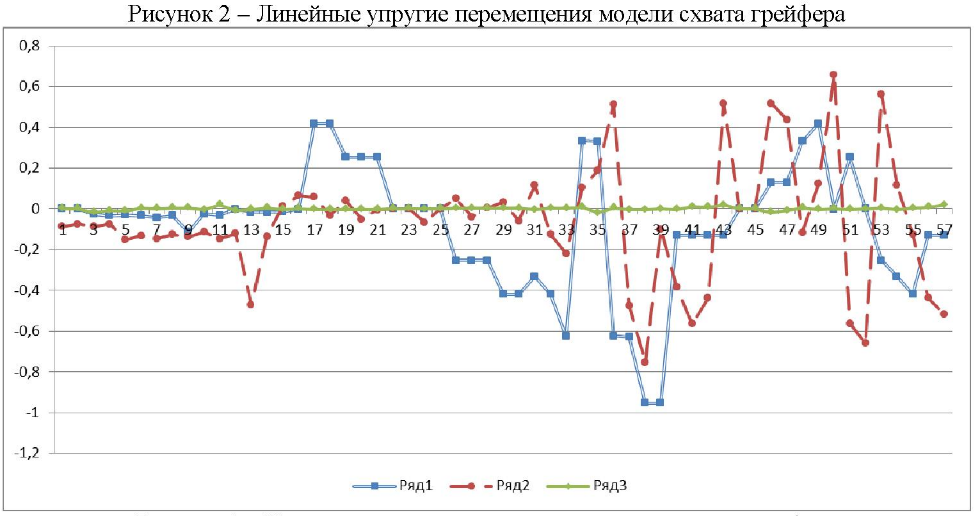

Рисунок 3 – Угловые упругие перемещения модели схвата грейфера

ЛИТЕРАТУРА

[1] [Джолдасбеков У.А.], Темирбеков Е.С. Некоторые аспекты анализа и синтеза механизмов высоких классов: Монография.- Астана, Акмол. ЦНТИ, 2006.- 299с.

[2] Ковалёв В.В. Жесткость элементов шарнирных соединений звеньев в динамике гусеничного движителя. Диссертация канд. техн. наук., Барнаул, 2007, 140с.

[3] Горобцов А.С. Разработка методов анализа пространственной кинематики и динамики механизмов и машин с произвольной структурой и нелинейными связями. Диссертация докт. техн. наук., Волгоград, 2002, 404с.

[4] F. R. M. Romlay Modeling of a surface contact stress for spur gear mechanism using static and transient finite element method. Journal of Structural Durability & Health Monitoring (SDHM), Tech Science Press, Vol. 4, no.1, 2008, pp.19-27

[5] Nicolae Dumitru, Mirela Cherciu, Althahbi Zuhair Theoretical and experimental modeling of the dynamic response of the mechanisms with deformable kinematic elements. 12th IFToMM World Congress, Besancon, June 18-21, 2007

[6] N.P.Doshi, N.K.Ingole Analysis of Connecting Rod Using Analytical and Finite Element Method. International Journal of Modern Engineering Research (IJMER) www.ijmer.com Vol.3, Issue.1, Jan-Feb. 2013 pp.65-68

[7] Miklos Imre Zsolt, Miklos Cristina Modeling and analyses plan mechanisms with Adams 12. Annals of the faculty of engineering hunedoara – 2004 tome II. Fascicole 3, pp.101-105

[8] Miklos Imre Zsolt, Miklos Cristina Up and down car mechanism dynamic simulation. Annals of the faculty of engineering hunedoara – 2008 tome VI. Fascicule 3, pp.240-244

[9] Nicolae Dumitru, Raluca Malciu, Madalina Calbureanu Contributions to the Elastodynamic Analysis of Mobile Mechanical Systems Using Finite Element Method. Recent Advances in Robotics, Aeronautical and Mechanical Engineering. – 2007, pp116-121.

[10] Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. М., Мир, 1984, 486с.

References

[1] [Dzholdasbekov U.A.], Temirbekov E.S. Nekotorye aspekty analiza i sinteza meha-nizmov vysokih klassov: Monografija. Astana, Akmol. CNTI, **2006**. 299s. (in Russ.)

[2] Kovaljov V.V. Zhestkost' jelementov sharnirnyh soedinenij zven'ev v dinamike gu-senichnogo dvizhitelja. Dissertacija kand. tehn. nauk., Barnaul, **2007**, 140s. (in Russ.)

[3] Gorobcov A.S. Razrabotka metodov analiza prostranstvennoj kinematiki i dinamiki mehanizmov i mashin s proizvol'noj strukturoj i nelinejnymi svjazjami. Dissertacija dokt. tehn. nauk., Volgograd, **2002**, 404s. (in Russ.)

[4] F. R. M. Romlay Modeling of a surface contact stress for spur gear mechanism using static and transient finite element method. Journal of Structural Durability & Health Monitoring (SDHM), Tech Science Press, Vol. 4, no.1, **2008**, pp.19-27 (in Eng.)

[5] Nicolae Dumitru, Mirela Cherciu, Althahbi Zuhair Theoretical and experimental modeling of the dynamic response of the mechanisms with deformable kinematic elements. 12th IFToMM World Congress, Besancon, June 18-21, **2007** (in Eng.)

[6] N.P.Doshi, N.K.Ingole Analysis of Connecting Rod Using Analytical and Finite Element Method. International Journal of Modern Engineering Research (IJMER) www.ijmer.com Vol.3, Issue.1, Jan-Feb. **2013** pp.65-68 (in Eng.)

[7] Miklos Imre Zsolt, Miklos Cristina Modeling and analyses plan mechanisms with Adams 12. Annals of the faculty of engineering hunedoara. **2004** tome II. Fascicole 3, pp.101-105 (in Eng.)

[8] Miklos Imre Zsolt, Miklos Cristina Up and down car mechanism dynamic simulation. An-nals of the faculty of engineering hunedoara. **2008** tome VI. Fascicule 3, pp.240-244 (in Eng.)

[9] Nicolae Dumitru, Raluca Malciu, Madalina Calbureanu Contributions to the Elastodynam-ic Analysis of Mobile Mechanical Systems Using Finite Element Method. Recent Advances in Robotics, Aeronautical and Mechanical Engineering. **2007**, pp116-121 (in Eng.)

[10] Bate K., Vilson E. Chislennye metody analiza i metod konechnyh jelementov. M., Mir, **1984**, 486s. (in Russ.)

УДК 621.01

АЭӘ пайдаланып иінтіректі механизмдерді есептеуде кинематикалық парлардың бағдарларын ескеру

Темірбеков Е.С.
Алматы технологиялық университеті, temirbekove@mail.ru

Тірек сөздер: серпімділік , ақырлы элементтер әдісі , кинематикалық жұп , қаталдық , механизм, құрылым

Андатпа. Белгілі жағдай бойынша, АЭӘ пайдаланып, иінтіректі механизмдердің (ИМ) кеңістіктік құрылмаларының беріктігімен қатаңдығын есептеу осы уақытқа дейін маңызды мәселе болып отыр. Мұнда АЭӘ пайдаланып, иінтіректі механизмдердің кинематикалық параларының кеңістікте ерікті бағдарларының қатаңдық және беріктігін талдаудың негізгі қадамдары беріліп отыр. Беріліп отырған әдістеменің идеясы, тепе-теңдік теңдеуінің негізі парларының жалпыланған координаталар жүйесінің қатаң түйіндерінің әдісімен шешіледі.

Бұл жұмыс ақырғы сырық элементтерінің координаталар жүйесі үшін алынған теңдеу жүйесін шешетін эквивалентті математикалық түрлендіруге негізделген. Оның шешімі жалпыланған серпімді орын ауыстырулар болып табылады. Ұсынылып отырған әдіс, ауқымды координаталар жүйесінде алынған теңдеулер жүйесінің рұқсат етілген шешіміне негізделген белгілі әдістің эквиваленті болады.

57 түйіндерде қосылған, 59 элементтен тұратын, грейфер ұстасуының құрылмасының ақырғы элемент үлгісін қарастыратын мысалдар қарастырылған. Жоғарыда айтылған қадамды іске асыратын компьютерлік бағдарлама жасалған. Бұрыштық және сызықтық орынауыстырулардың сызбалары берілген. Қосақталған түйіндер бес еркіндік дәрежесіне ие, ал, бұрыштық иысулардың айналу өстері әртүрлі болатынын көрсетеді.

Поступила 11.09.2015 г.