N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 6, Number 298 (2014), 33 – 39

ABOUT DISTRIBUTIONS OF PLASTIC STRESES IN LIMITING AREA WITH A CIRCULAR HOLE

M. Yeskaliyev, G. Izbassarova

Kazakh State women's Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan.
E-mail: Yeskaliyev@mail.ru

Key words: resiliency, plasticity, zone, making, tensions, potential.
Abstract. The development of limit states near the opening in transtropic (layered) array of complex structure have been considered. In the elastic zone of the mountain range the anisotropic structure dominates and corresponds to generalized Hooke's law, and in the formation the plastic zone is considered to be isotropic. In determining of stresses in the marginal zone Hoek-Brown failure criterion and semi-inverse method of P. I. Perlin were firstly used.

УДК 622.011. 04; 622.023

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПРЕДЕЛЬНОЙ ЗОНЕ С КРУГЛЫМ ОТВЕРСТИЕМ

М. Е. Ескалиев, Г. К. Избасарова

Казахский государственный женский педагогический университет, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: упругость, пластичность, зона, выработка, напряжения, потенциал.
Аннотация. Рассмотрено развитие предельных состояний вблизи отверстия в транстропном (слоистом) массиве сложного строения. В упругой зоне горный массив преобладает анизотропную структуру и подчиняется обобщенному закону Гука, а пластическая зона при формировании считается изотропным. При определении напряжений в предельной зоне впервые использован критерий разрушения Хоека-Брауна и полуобратный метод П. И. Перлина.

Полуобратный метод П. И. Перлина. Суть метода заключается в следующем. Заданием двух компонент напряжений на бесконечности $\sigma_x^{(\infty)}$ и $\sigma_y^{(\infty)}$ однозначно определяется решение упругопластической задачи в прямой постановке. Поэтому семейство упругопластических границ представляет собой двухпараметрическое семейство кривых, а две произвольные точки границы однозначно определяют напряжения на бесконечности. Именно на этом положении построена постановка задачи: задается положение двух каких-либо точек границ, а напряжения на бесконечности и сама предельная зона находятся в ходе решения задачи. Решение ищется в окрестности контура L_1^1 предоставляющего собой концентрическую окружность к внутреннему контуру радиуса R (рисунок).

Семейство упругопластических границ

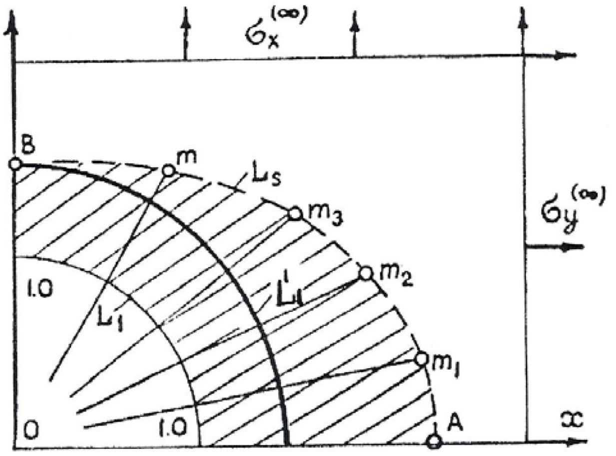

Схема к решению упругопластической задачи полуобратным методом П. И. Перлина

Радиус окружности равен L_1^1 R =|b|, где |b|<|a|, a и b - заданные точки искомой упругопластической границы Ls , для удобства принятые в точках пересечения границы с осями симметрии. В изотропной плоскости комплексные потенциалы Н. И. Мусхелишвили [8] аналитически продолжаются до контура L_1^1 с соответствующими краевыми условиями. Последние представления в виде бесконечного ряда с неизвестными коэффициентами α_n и β_n (n = O, 1, 2, ...), величины которых определяется в ходе решения упругопластической задачи. Число членов, удерживаемых в разложении, зависит от числа выбранных точек m_j, по которым уточняется контур Ls. Заданная совокупность точек m_j при условии совместимости системы уравнений, полученных из условий непрерывности напряжений на упругопластической границе, решает задачу приближенного определения границы Ls, а напряжения на бесконечности $\sigma_x^{(\infty)}$, $\sigma_y^{(\infty)}$ и коэффициенты α_0, β_0 связываются соотношениями:

$$\alpha_0 = \frac{\sigma_x^{(\infty)} + \sigma_y^{(\infty)}}{2}, \quad \beta_0 = \frac{\sigma_x^{(\infty)} - \sigma_y^{(\infty)}}{2}.$$

Распределение компонент упругих напряжений.

В соответствии с исходной предпосылкой породный массив в упругой зоне подчиняется уравнениям обобщенного закона Гука.

Напряжения в упругой зоне, как известно [9], представляются через две аналитические функции $\varphi_k(z_k)$ усложненного комплексного аргумента $z_k = x + \mu_k y$, (к=1, 2):

$$\begin{aligned} \sigma_x^y &= 2\,\mathrm{Re}\left[\mu_1^2 \varphi_1'(z_1) + \mu_2^2 \varphi_2'(z_2)\right], \\ \sigma_y^y &= 2\,\mathrm{Re}\left[\mu_1'(z_1) + \varphi_2'(z_2)\right], \\ \tau_{xy}^y &= -2\,\mathrm{Re}\left[\mu_1 \varphi_1'(z_1) + \mu_2 \varphi_2'(z_2)\right]. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь μ_k находится как корни характеристического уравнения четвертой степени [10].

$$\mu^4 + a_1 \mu^2 + a_2 = 0, \tag{2}$$

где $a_1 = \dfrac{2b_{12} + b_{66}}{b_{11}}$, $a_2 = \dfrac{b_{22}}{b_{11}}$ являются коэффициентами деформации [10].

Для многих анизотропных тел μ_k являются чисто мнимыми величинами, т.е. $\mu_k = i\beta_k$.

Согласно полуобратному методу [1, 2] задаются положения двух точек упругопластической границы. Пусть таковыми будут точки пересечения осей координат с эллипсом, т.е. *OA =a, OB=b* (см. рисунок). Эллипс с указанными полуосями примем за упругопластическую границу при нулевом приближении, уточняемой в ходе решения задачи.

Рассмотрим теперь задачу теории упругости анизотропного тела для бесконечной плоскости с эллиптическим отверстием, на контуре которого приложены нормальные и касательные напряжения, симметричные относительно осей координат, а на бесконечности действуют напряжения:

$$\sigma_x^{(\infty)} = -p, \quad \sigma_y^{(\infty)} = -q, \quad \tau_{xy}^{(\infty)} = 0 \tag{3}$$

Представим функции напряжений $\varphi_k(z_k)$, $(k = 1,2)$, в виде [9].

$$\varphi_k(z_k) = \varphi_k^{(0)}(z_k) + \varphi_k^{(00)}(z_k) = A_{k0} z_k + \varphi_k^{(00)}(z_k) \tag{4}$$

Функции основных напряжений в нетронутом массиве $\varphi_k^{(0)}(z_k)$, т.е. постоянные $A_{ко}$ связаны с напряжениями на бесконечности и упругими параметрами β_k зависимостями [7]:

$$A_{10} = -\frac{\sigma_x^{(\infty)} + \beta_2^2 \sigma_y^{(\infty)}}{2\left(\beta_1^2 - \beta_2^2\right)}, \quad A_{20} = \frac{\sigma_x^{(\infty)} + \beta_1^2 \sigma_y^{(\infty)}}{2\left(\beta_1^2 - \beta_2^2\right)}. \tag{5}$$

Для нахождения функций дополнительных напряжений $\varphi_k^{(00)}(z_k)$, ($к$=1,2), связанных с проведением выработки, отобразим внешность эллиптического контура с полуосями $OA=a$, $OB=b$ на внешность единичного круга рациональной функцией $\omega(\zeta)$ вида

$$z = \omega(\zeta) = m_1\left(\zeta + \frac{m_2}{\zeta}\right), \tag{6}$$

Тогда

$$z_k = \omega_k(\zeta_k) = \frac{a + \beta_k b}{2}\zeta_k + \frac{a - \beta_k b}{2} \cdot \frac{1}{\zeta_k}, \tag{7}$$

где

$$\zeta_k = \frac{z_k + \sqrt{z_k^2 - sqr(a) + \beta_k^2 b^2}}{a + \beta_k b};$$

на контуре единичного круга $\zeta_k = \sigma = e^{i\theta}$.

Обозначив бесконечную плоскость с эллиптическим отверстием через S, можно утверждать, что функции $\varphi_k(z_k)$, определяются в областях S_k, полученных из S путем аффинного преобразования.

Граничными условиями для определения функций $\varphi_k^{(00)}(z_k)$, выступают следующие выражения

$$\begin{aligned} &2\,\mathrm{Re}\left[\varphi_1^{(00)}(z_1) + \varphi_2^{(00)}(z_2)\right] = -\int_0^s Y_n dS, \\ &2\,\mathrm{Re}\left[i\beta_1\varphi_1^{(00)}(z_1) + i\beta_2\varphi_2^{(00)}(z_2)\right] = \int_0^s X_n dS. \end{aligned} \tag{8}$$

В последних соотношениях X_n и Y_n проекции внешних усилий на контуре эллиптического отверстия на соответствующие координатные оси.

Зная, что на контуре отверстия

$$\varphi_1^{(00)}(z_1) = \varphi_1^{(00)}[\omega_1(\sigma)] = \omega_{10}(\sigma),$$
$$\varphi_2^{(00)}(z_2) = \varphi_2^{(00)}[\omega_2(\sigma)] = \omega_{20}(\sigma),$$

и разлагая правые части граничных условий (11) в ряд Фурье, преобразуем их к виду:

$$\begin{aligned} &2\,\mathrm{Re}\left[\varphi_{10}(\sigma) + \varphi_{20}(\sigma)\right] = \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\sigma^n + \overline{a_n\sigma^{-n}}\right), \\ &2\,\mathrm{Re}\left[i\beta_1\varphi_1(\sigma) + i\beta_2(\sigma)\right] = \sum_{n=1}^{\infty}\left(b_n\sigma^n + \overline{b_n\sigma^{-n}}\right) \end{aligned} \tag{9}$$

В силу симметрии задачи (относительно осей координат) суммирование в правых частях (12) производится лишь по нечетным степеням σ.

Используя известные свойства интеграла типа Коши, и переходя к старым переменным Z_k, из граничных условий (12) находятся функции $\varphi_k^{(00)}(z_k)$ в таком виде:

$$\varphi_1^{(00)}(z_1) = \sum_{n=1}^{\infty} A_{1n}\left[\frac{a+\beta_1 b}{z_1+\sqrt{z_1^2-a^2+\beta_1^2 b^2}}\right]^{2n-1},$$
$$\varphi_2^{(00)}(z_1) = \sum_{n=1}^{\infty} A_{2n}\left[\frac{a+\beta_2 b}{z_2+\sqrt{z_2^2-a^2+\beta_2^2 b^2}}\right]^{2n-1} \tag{10}$$

где коэффициенты A_{kn}, ($к$= 1.2, ...), неизвестные действительные величины.

Таким образом, полные функции напряжений $\varphi_k(z_k)$ записываются так

$$\varphi_1(z_1) = A_{10}z_1 + \sum_{n=1}^{\infty} A_{1n}\left[\frac{a+\beta_1 b}{z_1+\sqrt{z_1^2-a^2+\beta_1^2 b^2}}\right]^{2n-1},$$
$$\varphi_2(z_1) = A_{20}z_2 + \sum_{n=1}^{\infty} A_{2n}\left[\frac{a+\beta_2 b}{z_2+\sqrt{z_2^2-a^2+\beta_2^2 b^2}}\right]^{2n-1} \tag{11}$$

Производные от этих функций $\varphi_k'(z_k)$ равны:

$$\varphi_1'(z_1) = A_{10} - \frac{1}{\sqrt{z_1^2-a^2+\beta_1^2 b^2}}\sum_{n=1}^{\infty} A_{1n}\left[\frac{(2n-1)(a+\beta_1 b)}{z_1+\sqrt{z_1^2-a^2+\beta_1^2 b}}\right]^{2n-1},$$
$$\varphi_2'(z_2) = A_{20} - \frac{1}{\sqrt{z_2^2-a^2+\beta_2^2 b^2}}\sum_{n=1}^{\infty} A_{2n}\left[\frac{(2n-1)(a+\beta_2 b)}{z_2+\sqrt{z_2^2-a^2+\beta_2^2 b}}\right]^{2n-1} \tag{12}$$

Компоненты напряжений в упругой зоне посредством функций (12) определяются выражениями:

$$\sigma_x^y = -\left\{2\left(A_{10}\beta_1^2 + A_{20}\beta_2^2\right) + 2\operatorname{Re}\sum_{k=1}^{2}\beta_k^2\frac{1}{\sqrt{z_k^2-a^2+\beta_k^2 b^2}}\times\right.$$
$$\left.\times\sum_{n=1}^{\infty}(2n-1)A_{kn}\left(\frac{a+\beta_k b}{z_k+\sqrt{z_k^2-a^2+\beta_k^2 b^2}}\right)^{2n-1}\right\},$$
$$\sigma_y^y = \left\{2\left(A_{10} + A_{20}\right) - 2\operatorname{Re}\sum_{k=1}^{2}\beta_k^2\frac{1}{\sqrt{z_k^2-a^2+\beta_k^2 b^2}}\times\right. \tag{13}$$
$$\left.\times\sum_{n=1}^{\infty}(2n-1)A_{kn}\left(\frac{a+\beta_k b}{z_k+\sqrt{z_k^2-a^2+\beta_k^2 b^2}}\right)^{2n-1}\right\},$$

$$\tau_{xy}^{y} = -2\operatorname{Re}\sum_{k=1}^{2} i\beta_k \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)A_{kn}}{\sqrt{z_k^2 - a^2 + \beta_k^2 b^2}} \left(\frac{a + \beta_k b}{z_k + \sqrt{z_k^2 - a^2 + \beta_k^2 b^2}} \right)^{2n-1}$$

Распределение напряжений в однородной пластической зоне при условии текучести Хоэка-Брауна. Ввиду статистической определимости задачи компоненты напряжений в пластической зоне находятся без учета упругопластической границы, а зависят лишь от граничных условий на контуре полости. Переходим к их определению.

Вокруг круговой выработки удобно представить компоненты напряжений в полярных координатах. Снабдим их индексом "n" сверху, указывающим принадлежность к пластической зоне. Компоненты напряжений $\sigma_r^{П}$, $\sigma_\theta^{П}$, $\tau_{r\theta}^{П}$ в пластической зоне удовлетворяют дифференциальным уравнениям равновесия.

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \sigma_r^{П}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial r_{r\theta}^{П}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r^{П} - \sigma_\theta^{П}}{r} = 0, \\ &\frac{\partial \tau_{r\theta}^{П}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \sigma_\theta^{П}}{\partial \theta} + \frac{2\tau_{r\theta}^{П}}{r} = 0 \end{aligned} \qquad (14)$$

граничным условиям на контуре полости (при $r = 1$)

$$\sigma_r^{П} = p_0 = const, \tau_{r\theta}^{П} = 0. \qquad (15)$$

и условию пластичности [3]

$$\left(\sigma_r^{П} - \sigma_\theta^{П}\right) - \sqrt{-m\sigma_r^{p}\sigma_c + s\sigma_c^2} = 0, \qquad (16)$$

где $\sigma_c > 0$, сопротивление при простом сжатии неповрежденного камня (породы), значения берутся из эксперимента; s – параметр (величина) определяющий уровень потрескивания (1 для случая неповреждения и 0 (ноль) в случае, когда материал полностью раздроблен).

Привлекается полуобратный метод П. Н. Перлина [1, 2, 4-7] для упругопластического состояния анизотропного массива вокруг штрека. Справедливыми являются следующие допущения:

а) область неупругой деформации полностью охватывает незакрепленный контур выработки радиуса R;

б) изотропный несжимаемый материал в зоне неупругой деформации подчиняется критерию текучести Хоека-Брауна без смягчения;

в) упругая область находится в условиях плоской деформации и его поведение описывается уравнением обобщенного закона Гука для однородного транстропного массива с наклонной плоскостью изотропии.

Далее определим выражение разных полей внутри пластической зоны, которых полностью охватывает контур выработки круглого поперечного сечения. Для этого используем факт того, что критерий пластичности достигается по всей предельной зоне, что позволяет записать σ_θ через σ_r и решить уравнение равновесие. Полученное дифференциальное уравнение:

$$\frac{d\sigma_r^{p}}{r} = -\frac{\sqrt{-m\sigma_c\sigma_r - s\sigma_c^2}}{r} \qquad (17)$$

при граничных условиях $r = R, \quad \sigma_r^{p} = -P_i,$

где P_i - внутреннее давление, m – параметр связанный со свойствами горной породы (обычно от 5 до 30), где через буквы «p» сверху снабжены компоненты пластических напряжений.

Преобразование дифференциального корня сложной функции:

$$\frac{d\sigma_r^{p}}{\sqrt{-m\sigma_c\sigma_r + s\sigma_c^2}} = -\frac{dr}{r}. \qquad (18)$$

Итак, компоненты пластических напряжений в полярной системе координат таковы :

$$\sigma_r^p = \frac{s\sigma_c}{m} - \frac{1}{m\sigma_c}\left(\sqrt{s\sigma_c^2 - m\sigma_c P_i} + \frac{m\sigma_c}{2}\ln\frac{r}{R}\right)^2 \tag{19}$$
$$\sigma_\theta^p = \sigma_r^p - \sqrt{s\sigma_c^2 - m\sigma_c\sigma_r^p}\,.$$

В первоначальном варианте допускаем, что внутреннее давление равно нулю ($P_i=0$).

В силу статической определимости задачи в пластической зоне компоненты напряжений в прямоугольных координатах находятся независимо от напряжений на «бесконечности» формулами:

$$\begin{aligned}
-\sigma_x^p/\sigma_c &= \Psi\frac{(z+\bar z)^2}{4z\bar z} + \left(\Psi + \sqrt{1+m\Psi}\right)\frac{(z-\bar z)^2}{4z\bar z},\\
-\sigma_y^p/\sigma_c &= \Psi\frac{(z-\bar z)^2}{4z\bar z}\left(\Psi + \sqrt{1+m\Psi}\right)\frac{(z+\bar z)^2}{4z\bar z},\\
-\tau_{xy}^p/\sigma_c &= \left(\Psi + 1 + \sqrt{1+m\Psi}\right)\frac{z^2-\bar z^2}{4iz\bar z},
\end{aligned} \tag{20}$$

где

$$\Psi = \ln\sqrt{\frac{z\bar z}{R^2}}\left(1 + \frac{m}{4}\ln\sqrt{\frac{z\bar z}{R^2}}\right),\ z = x+iy, \bar z = x-iy.$$

Во втором случае, когда со стороны внутреннего контура выработки действует давление P_i ($\mathrm{P}_i > 0$, $S \neq 1$) ,то компоненты напряжений в пластической зоне определяется так:

$$\begin{aligned}
\frac{\sigma_x}{\sigma_c} &= -\eta^*\frac{(z+\bar z)^2}{4|z\bar z|} - (\eta^* + N)\frac{(z-\bar z)^2}{4|z\bar z|} + \frac{P_i}{\sigma_c};\\
\frac{\sigma_y}{\sigma_c} &= -\eta^*\frac{(z-\bar z)^2}{4|z\bar z|} - (\eta^* + N)\frac{(z+\bar z)^2}{4|z\bar z|} + \frac{P_i}{\sigma_c};\\
\frac{\tau_{xy}}{\sigma_c} &= N\frac{z^2-\bar z^2}{4i|z\bar z|}.
\end{aligned} \tag{21}$$

где

$$\eta^* = \ln\sqrt{\frac{|z\bar z|}{R^2}}\left(\sqrt{s - m\frac{p_i}{\sigma_c}}\right) - \frac{m}{4}\ln\sqrt{\frac{|z-\bar z|}{R}}, N = \sqrt{s + m\eta^* - m\frac{p_i}{\sigma_c}}, z = x+iy, \bar z = x-iy\,.$$

Напряжение на искомой предельной эоне(границе)должны быть непрерывными:

$$\sigma_x^y = \sigma_x^П,\qquad \sigma_y^y = \sigma_y^П,\qquad \tau_{xy}^y = \tau_{xy}^П. \tag{22}$$

С учетом (1) и (20) или (21) условие (22) дает систему уравнений для определение неизвестных коффициентов A_{k0} и A_{kn}, ($к$=1, 2; n=1,2, ...) функций (12). Верхний предел суммы (11), то же самое суммы (12) определяются из равенства числа уравнений числу неизвестных.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Перлин П.П. Приближенный метод решения упругопластических задач // Инженерный журнал. – 1960. – Вып. 28. – С. 145-150.

[2] Перлин П.П. Упругопластическое распределение напряжений вокруг отверстия // Труды МФТИ. – 1960. – № 5. – С. 30-40.

[3] Brown E.T. et Hoek Underground excavations in rock, Intuition of mining and metallurgy. – 1980.
[4] Айталиев Ш.М., Ескалиев М.Е., Масанов Ж.К. Об упругопластическом распределений напряжений и перемещений в анизотропном массиве с отверстием // В кн.: Прикладные проблемы прочности и пластичности. – Горький: Изд-во Горьк. унив., 1981. – С. 129-136.
[5] Ескалиев М.Е., Масанов Ж.К. К упругопластическому состоянию анизотропного тела с отверстием // В кн.: Механика тектонических процессов. – Алма-Ата: Наука, 1983. – С. 152-166.
[6] Ескалиев М.Е. Влияние дилатансии пород на упругопластическое состояние выработки в транстропном массиве // Известия мин. науки – Академии наук РК. Серия физ.-мат. – 1996. – № 3. – С. 72-78.
[7] Ескалиев М.Е. Дис. ... док. техн. наук. – Алма-Ата, 1998.
[8] Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 707 с.
[9] Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. – М., 1977. – 415 с.
[10] Ержанов Ж.С., Айталиев Ш.М., Масанов Ж.К. Устойчивость горизонтальных выработок в наклонно-слоистом массиве. – Алма-Ата: Наука КазССР, 1971. – 160 с.

REFERENCES

[1] Perlin P.P. Priblizhennyj metod reshenija uprugoplasticheskih zadach. Inzhenernyj zhurnal. 1960. Vyp. 28. S. 145-150.
[2] Perlin P.P. Uprugoplasticheskoe raspredelenie naprjazhenij vokrug otverstija. Trudy MFTI. 1960. N 5. S. 30-40.
[3] Brown E.T. et Hoek Underground excavations in rock, Intuition of mining and metallurgy. 1980.
[4] Ajtaliev Sh.M., Eskaliev M.E., Masanov Zh.K. Ob uprugoplasticheskom raspredelenij naprjazhenij i peremeshhenij v anizotropnom massive s otverstiem. V kn.: Prikladnye problemy prochnosti i plastichnosti. Gor'kij: Izd-vo Gor'k. univ., 1981. S. 129-136.
[5] Eskaliev M.E., Masanov Zh.K. K uprugoplasticheskomu sostojaniju anizotropnogo tela s otverstiem. V kn.: Mehanika tektonicheskih processov. Alma-Ata: Nauka, 1983. S. 152-166.
[6] Eskaliev M.E. Vlijanie dilatansii porod na uprugoplasticheskoe sostojanie vyrabotki v transtropnom massive. Izvestija min. nauki – Akademii nauk RK. Serija fiz.-mat. 1996. N 3. S. 72-78.
[7] Eskaliev M.E. Dis. ... dok. tehn. nauk. Alma-Ata, 1998.
[8] Mushelishvili N.I. Nekotorye osnovnye zadachi matematicheskoj teorii uprugosti. M.: Nauka, 1966. 707 s.
[9] Lehnickij S.G. Teorija uprugosti anizotropnogo tela. M., 1977. 415 s.
[10] Erzhanov Zh.S., Ajtaliev Sh.M., Masanov Zh.K. Ustojchivost' gorizontal'nyh vyrabotok v naklonno-sloistom massive. Alma-Ata: Nauka KazSSR, 1971. 160 s.

ДӨҢГЕЛЕК ТЕСІКТІ ШЕКТІК АЙМАҚТАҒЫ СЕРПІНДІ ПЛАСТИКАЛЫҚ ҚЫСЫМДЫ ТАРАТУ ТУРАЛЫ

М. Е. Есқалиев, Г. Қ. Ізбасарова

Казақ мемелекеттік қыздар педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: серпімділік, пластикалық, аймақ, қазба, кернеу, потенциал.

Аннотация. Тесігі бар транстропты (қабаттасқан) күрделі құрылымды массивтегі шекті жағдайдың дамуы қарастырылған. Серпімді ортада тау жынысы анизотропты құрылымға басымырақ, ол Гуктың жалпылама заңына бағынады, пластикалық орта қалыптаса бастаған уақыттан бастап изотропты деп қабылданады. Шекті маңайдағы кернеулерді анықтағанда алғаш рет Хоек-Браунның қирау шарты және П. И. Перлиннің жартылай қайыру әдісі пайдаланылған.

Поступила 26.11.2014 г.