

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 135 – 140

CALCULATION OF $\omega(782)$ MESON'S DECAY WIDTH FOR THE REACTION $\omega \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ IN COVARIANT QUARK MODEL

A.N. Issadykov¹, M.A. Ivanov², S.K. Sakhiev³,
S.A. Zhaugasheva⁴, G.S. Nurbakova⁴, B.A. Mukushev⁵

(¹L. N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Republic of Kazakhstan;

²Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russian Federation;

³Institute of Nuclear Physics, Ministry of Energy, Almaty, Republic of Kazakhstan;

⁴Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Republic of Kazakhstan

⁵Shakarim State University, Semey, Republic of Kazakhstan)

Keywords: Multi-pion decay, covariant quark model, vector meson, decay width.

Abstract. In the paper we study the quark structure and mechanism of the formation of a $\omega(782)$ meson's bound state. Recently, the quark structure of the vector meson $\omega(782)$ arouses great interest. Actively studied "multipion" decays of the meson in a variety of theoretical approaches. Therefore, in our work we calculated the width of three pion decays of diquark states of $\omega(782)$ meson at different values of meson's size in the covariant quark model. The theoretical data are in full agreement with the experimental data. Proceeding the calculated data of the width for different values of the meson's size we determined the effective size of the vector $\omega(782)$ meson. In this model there are no threshold singularity corresponding to the birth of the quarks due to introducing the infrared cutoff in the space of Fock-Schwinger parameters. The model has several free parameters: the mass of constituent quarks, the infrared cutoff parameter and the parameter that describe effective size of hadrons.

УДК 539.126.4

ВЫЧИСЛЕНИЕ ШИРИНЫ РАСПАДА $\omega(782)$ МЕЗОНА ДЛЯ РЕАКЦИИ $\omega \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ В КОВАРИАНТНОЙ МОДЕЛИ КВАРКОВ

А.Н. Исадыков¹, М.А. Иванов², С.К. Сахиев³,
С.А. Жаугашева⁴, Г.С. Нурбакова⁴, Б.А. Мукушев⁵

(¹Евразийский национальный университет им. Л. Н. Гумилева, г. Астана, Республика Казахстан;

²Объединенный Институт Ядерных Исследований, г. Дубна, Российская Федерация;

³Институт Ядерной Физики, Министерство Энергетики, г. Алматы, Республика Казахстан

⁴Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Республика Казахстан

⁵Государственный университет им. Шакарима, г. Семей, Республика Казахстан)

Ключевые слова: мульти-пионный распад, ковариантная модель кварков, векторный мезон, ширина распада.

Аннотация. В данной работе исследована кварковая структура и механизм формирования связанного состояния $\omega(782)$ мезона. В последнее время кварковая структура векторного мезона $\omega(782)$ вызывает большой интерес. Активно исследуются «мультипионные» распады мезона в различных теоретических подходах. В нашей работе мы вычислили ширину радиационного распада на три пиона дикваркового состояния $\omega(782)$ мезона при разных значениях размера мезона в рамках ковариантной модели кварков. Полученные теоретические данные в полном согласии с экспериментальными данными. Исходя из вычисленных данных о ширине при разных значениях размера мезона мы определили эффективный размер векторного $\omega(782)$ мезона. В рамках данной модели все пороговые сингулярности, соответствующие

рождению кварков, устраняются введением инфракрасного обрезания в пространстве параметров Фока-Швингера. В качестве свободных параметров в данной модели применяются конституэнтные массы кварков, параметр инфракрасного обрезания и параметры описывающие эффективный размер адронов.

Введение

Пионы являются фундаментальными частицами для описания сильных взаимодействий не только потому, что они были первыми обнаружены как посредники ядерных сил, но также поскольку большинство адронов, созданные в эксперименте, могут распадаться как непосредственно, так и через каскад процессов распада в пионы, которые впоследствии испаряются в фотоны, нейтрино и лептоны. Процесс мульти-пионного распада ω (782) мезона является актуальной на сегодняшний день [1-5]. Распады мезона активно изучаются на экспериментах KLOE и CMD-2 [6,7].

1. Определение наблюдаемых легких мезонов в кварковой модели и описание векторного мезона ω (782)

Мезоны – частицы с барионным числом $B = 0$. В кварковой модели, они- связанные состояния qq' кварков q и антикварков q' (ароматы q и q' могут отличаться). Если орбитальный момент qq' состояния равно ℓ , то четность P равно $(-1)^{\ell+1}$. Спин мезонов J дается обычным соотношением $|\ell - s| \leq J \leq |\ell + s|$, где s равен 0 (антипараллельные спины кварков) или 1 (параллельные спины кварков).

Мезоны классифицируются в J^{PC} мультиплеты. Состояния с $\ell = 0$ являются псевдоскалярами (0^-) и векторами (1^-). Орбитальные возбуждения с $\ell = 1$ являются скалярами (0^{++}), аксиальными векторами (1^{++}) и (1^+), а также тензорами (2^{++}).

Изоскалярные состояния с одинаковым J^{PC} будут смешанными состояниями. Однако смешивание между двумя легкими кварками изоскалярных мезонов и более тяжелых чармония или боттомония, как правило, предполагается, будет незначительным. В дальнейшем мы будем использовать общие имена, такие как a для $I = 1$, K для $I = 1/2$, а также f и f' для $I = 0$ членов нонетов легких кварков. Таким образом, физические изоскаляры являются смесью волновых функций ψ_8 и ψ_1 :

$$f' = \psi_8 \cos \theta - \psi_1 \sin \theta, \quad (1)$$

$$f = \psi_8 \sin \theta - \psi_1 \cos \theta, \quad (2)$$

где θ является углом смешивания нонета и

$$\psi_8 = \frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}), \quad (3)$$

$$\psi_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}). \quad (4)$$

Эти отношения часто переписываются для проявления $u\bar{u} + d\bar{d}$ и $s\bar{s}$ компонент, которые разделяются для «идеального» угла смешивания θ_i , так что $\tan \theta_i = 1/\sqrt{2}$ (или $\theta_i = 35.3^\circ$). Определяя $a = \theta + 54.7^\circ$, получим состояние физических изоскаляр в основе ароматов:

$$f' = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}) \cdot \cos a - s\bar{s} \cdot \sin a, \quad (5)$$

и его ортогональный партнер f (a заменить на $a - 90^\circ$). Таким образом, для идеального смешивания ($a_i = 90^\circ$), то f' становится чистым $s\bar{s}$, а f чистым $u\bar{u} + d\bar{d}$ состоянием.

Это соотношение проверено для векторных мезонов в основном состоянии. Мы отождествляем ϕ (1020) с f' и ω (782) с f . Таким образом:

$$\phi (1020) = \psi_8 \cos \theta_V - \psi_1 \sin \theta_V, \quad (6)$$

$$\omega (782) = \psi_8 \sin \theta_V + \psi_1 \cos \theta_V, \quad (7)$$

где «идеальный» угол смешивания для векторных мезонов $\theta_V = 36.4^\circ$ [8]. Подробное описание легких мезонов мы привели в таблице 1.

Волновые функции f и f' даны в тексте. Классификация скалярных (0^{++}) мезонов является предварительным: легкие скалярные мезоны $a_0(980)$, $f_0(980)$ и $f_0(500)$ часто рассматриваются как мезон-мезонные или тетракварковые состояния, и исключены из таблицы.

Таблица 1 – Определение предлагаемых qq' кварковых моделей некоторых наблюдаемых легких мезонов

$n^{2s+1}\ell_J$	J^{PC}	$l=1$ $u\bar{d}, \bar{u}d, \frac{1}{\sqrt{2}}(d\bar{d} - u\bar{u})$	$l=\frac{1}{2}$ $u\bar{s}, d\bar{s}; \bar{d}s, -\bar{u}s$	$l=0$ f'	$l=0$ f	θ_{quasd} [°]	θ_{lim} [°]
1^1S_0	0^{-+}	π	K	η	$\eta'(958)$	-11.4	-24.5
1^3S_1	1^{--}	$\rho(770)$	$K^*(892)$	$\phi(1020)$	$\omega(782)$	39.1	36.4
1^1P_1	1^{+-}	$b_1(1235)$	K_{1B}^\dagger	$h_1(1380)$	$h_1(1170)$		
1^3P_0	0^{++}	$a_0(1450)$	$K_0^*(1430)$	$f_0(1710)$	$f_0(1370)$		
1^3P_1	1^{++}	$a_1(1260)$	K_{1A}^\dagger	$f_1(1420)$	$f_1(1285)$		
1^3P_2	2^{++}	$a_2(1320)$	$K_2^*(1430)$	$f_2'(1525)$	$f_2(1270)$	32.1	30.5
1^1D_2	2^{-+}	$\pi_2(1670)$	$K_2(1770)^\dagger$	$\eta_2(1870)$	$\eta_2(1645)$		
1^3D_1	1^{--}	$\rho(1700)$	$K^*(1680)$		$\omega(1650)$		
1^3D_2	2^{--}		$K_2(1820)$				
1^3D_3	3^{--}	$\rho_3(1690)$	$K_3^*(1780)$	$\phi_3(1850)$	$\omega_3(1670)$	31.8	30.8
1^3F_4	4^{++}	$a_4(2040)$	$K_4^*(2045)$		$f_4(2050)$		
1^3G_5	5^{--}	$\rho_5(2350)$	$K_5^*(2380)$				
1^3H_6	6^{++}	$a_6(2450)$			$f_6(2510)$		
2^1S_0	0^{-+}	$\pi(1300)$	$K(1460)$	$\eta(1475)$	$\eta(1295)$		
2^3S_1	1^{--}	$\rho(1450)$	$K^*(1410)$	$\phi(1680)$	$\omega(1420)$		

Легкие векторные мезоны образуют нонет, который представлен в рисунке 1, а нонет скалярных мезонов представлен в рисунке 2.

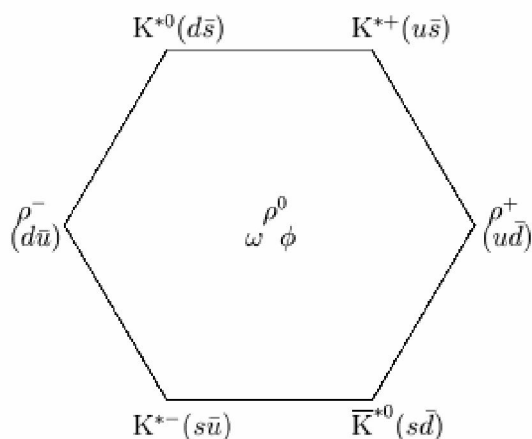


Рисунок 1 – Нонет легких векторных мезонов

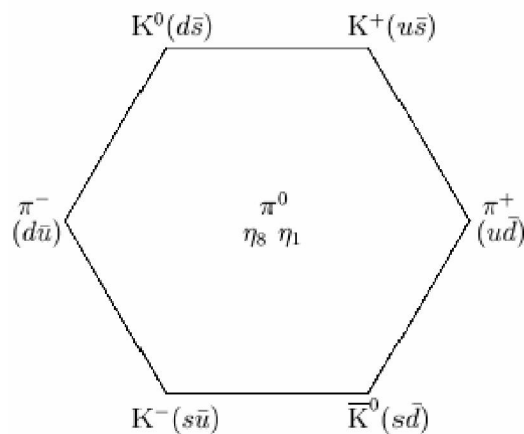


Рисунок 2 – Нонет легких скалярных мезонов

$\omega(782)$ мезон - легкий не имеющий «аромата» мезон ($S = C = B = 0$). Квантовые числа мезона $\Gamma^G(J^{PC}) = 0^-(1^-)$. Мезон состоит из смешанного состояния u и d кварков [9]. Масса мезона $m_{\omega(782)} = 782.65 \pm 12$ МэВ. Основные моды распада $\omega(782) \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ (89.2 %) и $\omega(782) \rightarrow \pi^0\gamma$ (8.28 %). Полная ширина распада $\Gamma = 8.49 \pm 0.08$ МэВ.

2. Ковариантная модель кварков

Ковариантная модель кварков является эффективным квантовополевым подходом к адронным взаимодействиям, основанным на лагранжиане взаимодействия адронов с их составляющими кварками. Знание соответствующего интерполирующего кваркового тока позволяет вычислить самосогласованным образом матричные элементы физических процессов. Константа связи адронов с их интерполирующими кварковыми токами определяются из условия связности $Z_H = 0$, предложенного в работах [10,11] и в дальнейшем используемого во многих разделах физики частиц [12]. Здесь Z_H есть константа перенормировки волновой функции адрона. В случае простейшего скалярного (псевдоскалярного) бесспинового поля данное условие записывается в виде:

$$Z_H = 1 - g_H^2 \Pi'_H(m_H^2) = 0, \quad (8)$$

где $\Pi'_H(m_H^2)$ есть производная массового оператора.

В ковариантной модели кварков эффективным образом вводится инфракрасное обрезание в пространстве параметров Фока-Швингера, по которым проводится интегрирование в выражениях для матричных элементов. Такая процедура позволяет устранить все пороговые сингулярности, соответствующие рождению кварков, и тем самым гарантировать конфайнмент кварков. В модели отсутствуют ультрафиолетовые расходимости благодаря вершинным адрон-кварковым формфакторам, которые описывают нелокальную структуру адронов. Ковариантная модель кварков содержит несколько свободных параметров: массы конститuentных кварков, параметр инфракрасного обрезания, который характеризует область конфайнмента, и параметры, которые описывают эффективный размер адронов.

3. Лагранжиан кварк-адронного взаимодействия

Отправной точкой ковариантной кварковой модели является релятивистский – инвариантный лагранжиан, описывающий взаимодействие некоторого адрона с его составляющими кварками. При этом адронное состояние описывается полем $H(x)$, удовлетворяющим соответствующему свободному уравнению движения, а кварковая часть представляет собой интерполирующий кварковый ток $J_H(x)$ с квантовыми числами данного адрона

$$L_{\text{int}}(x) = g_H H(x) \cdot J_H(x) + h.c. \quad (9)$$

Отметим, что в случае тождественных частиц, т.е. когда античастица совпадает с частицей (π^0 - мезон, ϕ - мезон, и т.п.), эрмитово – сопряженная часть совпадает с первоначальным лагранжианом и поэтому, ее нужно опустить. В случае простейших кварк – антикварковых состояний (мезонов) интерполирующий кварковый ток записывается в виде:

$$J_M(x) = \int dx_1 \int dx_2 F_M(x; x_1, x_2) \bar{q}_2(x_2) \Gamma_M q_1(x_1) \quad (10)$$

здесь Γ_M -матрица Дирака, обеспечивающая нужные квантовые числа для мезона: I -скаляр, $i\gamma^5$ -псевдоскаляр, γ^μ -вектор, $\gamma^\mu\gamma^5$ -аксиал, $\sigma^{\nu\mu} = (i/2)(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu)$ - тензор. Вершинная функция F_M эффективно описывает распределение кварков внутри мезона. В принципе она может быть связана с амплитудой Бете – Солпитера, но на данном этапе будем считать ее феноменологической функцией. Из требования трансляционной инвариантности следует, что эта функция должна удовлетворять соотношению $F_M(x+a; x_1+a, x_2+a) = F_M(x; x_1, x_2)$, где a - произвольный четырехмерный вектор. Выбираем следующую форму для функции F_M , удовлетворяющую данному условию:

$$F_M(x; x_1, x_2) = \delta(x - x_1\omega_1 - x_2\omega_2) \Phi_M((x_1 - x_2)^2), \quad (11)$$

где $\omega_i = m_{q_i} / (m_{q_1} + m_{q_2})$. Данный выбор соответствует выделению системы центра масс двух кварков и умножению на функцию Φ_M , зависящей лишь от квадрата относительной координаты.

От функции Φ_M требуется достаточно быстрое убывание ее Фурье – образа в евклидовой области.

4. Параметры модели

В начале определим число свободных параметров в ковариантной кварковой модели в случае мезонов, рассматриваемых как кварк-антикварковые состояния. Для данного мезона H_i имеется константа связи g_{H_i} , параметр Λ_{H_i} , две из возможных четырех величин конституэнтных масс кварков m_{q_j} ($m_u = m_d, m_s, m_c, m_b$) и универсальный параметр инфракрасного обрезания (конфайнмента) λ . Легко посчитать, что в случае n_H мезонов имеется $2n_H + 5$ свободных параметров. Условие связанности накладывает n_H ограничений на число модельных параметров, что символически можно записать как

$$f_{H_i}(g_{H_i}, \Lambda_{H_i}, m_{q_j}, \lambda) = 1. \quad (12)$$

Данное условие может быть использовано, чтобы исключить константу связи g_H из числа свободных параметров. Остальные $n_H + 5$ параметров определяются с помощью фитирования по экспериментальным данным.

Результаты лучшего фита были достигнуты при значениях свободных параметров модели, приведенные в уравнении (13).

$$\begin{array}{ccc} m_u & m_s & \lambda \\ 0.241 & 0.428 & 0.181 \quad \text{ГэВ} \end{array} \quad (13)$$

5. Численные результаты

В данной работе мы использовали значения массы $\omega(782)$ мезона равной $m_{\omega(782)} = 782.65$ МэВ. Вычисления сделаны для определения ширины распада $\omega(782)$ мезона. Результаты вычислений приведены в таблице 2. В таблице приведены ширины для доминирующего распада $\omega(782)$ мезона $\omega(782) \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$.

Полученные теоретические результаты в полном соответствии с экспериментальными значениями. Наши данные приведены для разных значений (ГэВ) параметра Λ , который обозначает размер мезона. В настоящий момент, размер $\omega(782)$ мезона не определен экспериментально. В связи с этим мы варьировали параметр Λ и вычислили эффективный размер $\omega(782)$ мезона в рамках ковариантной модели кварков, который равен значению 0.451 ГэВ.

Таблица 2 – Ширина мульти-пионного распада $\omega(782)$ в ковариантной модели кварков

Мода распада	$\Gamma_{\text{теор}}, \text{ГэВ}$					$\Gamma_{\text{эксп}}, \text{ГэВ}$
	$\Lambda=0.4$	$\Lambda=0.5$	$\Lambda=0.65$	$\Lambda=1$	$\Lambda=0.451$	
$\omega(782) \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$	0.009817	0.007301	0.004361	0.001096	0.00849	0.00849

Заключение

В данной работе мы изучали состояние векторного мезона, $\omega(782)$ мезона как мезона, состоящего из смешанного состояния u и d кварков.

Были получены значения ширины мульти-пионного распада $\omega(782) \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$. Полученные теоретические результаты в полном соответствии с экспериментальными значениями. Наши данные приведены для разных значений (ГэВ) параметра Λ , который обозначает размер мезона. В настоящий момент, размер $\omega(782)$ мезона не определен экспериментально. В связи с этим мы варьировали параметр Λ и вычислили размер $\omega(782)$ мезона в рамках ковариантной модели кварков. Размер мезона составляет $\Lambda=0.451$ ГэВ.

Ковариантная модель кварков зарекомендовала себя как хороший инструмент для вычисления распадов частиц и определения их ширин. В последующих работах с векторными мезонами планируется использовать полученные значения данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Schneider S.P., Kubis B. and Niecknig F. “Dispersive analysis of $\omega/\phi \rightarrow 3\pi$ decays and the $\omega/\phi \rightarrow \pi^0 \gamma^*$ transition form factors”, PoS CD 12 (2013) 054, [arXiv:1212.0654 [hep-ph]].
- [2] Achasov N.N. and Kozhevnikov A.A. “Many pion decays of $\rho(770)$ and $\omega(782)$ mesons in chiral theory” // Phys. Rev. D 62 (2000) 056011
- [3] Kleefeld F., E. van Beveren and Rupp G. “The Pionic width of the $\omega(782)$ meson within a well-defined, unitary quantum field theory of (anti-)particles and (anti-)holes” // Nucl. Phys. A 694 (2001) 470
- [4] Achasov N.N. and Kozhevnikov A.A. “Multipion decays of $\omega(782)$ and $\phi(1020)$ ” // Nucl. Phys. Proc. Suppl. 162 (2006) 135
- [5] Azimov Y.I. “Mixing and decays of ρ and ω mesons” // Eur. Phys. J. A 16 (2003) 209
- [6] Ambrosino F. et al. [KLOE Collaboration], “Study of the process $e^+e^- \rightarrow \omega \pi^0$ in the ϕ -meson mass region with the KLOE detector,” // Phys. Lett. B 669 (2008) 223
- [7] Akhmetshin R.R. et al. [CMD-2 Collaboration], “Measurement of ω meson parameters in $\pi^+ \pi^- \pi^0$ decay mode with CMD-2,” // Phys. Lett. B 476 (2000) 33
- [8] <http://pdg.lbl.gov/2014/reviews/rpp2014-rev-quark-model.pdf>
- [9] <http://pdg.lbl.gov/2014/tables/rpp2014-tab-mesons-light.pdf>
- [10] Ivanov M.A., Santorelli P. and Tancredi N. “The Semileptonic form-factors of B and D mesons in the quark confinement model” // Eur. Phys. J. A. – 2000 – Vol.9. – P.109.
- [11] Ivanov M.A., Kizner J.G. and Santorelli P. “The Semileptonic decays of the B_c meson” // Phys. Rev. D. – 2001 – Vol.63. – P.074010.
- [12] Faessler A. et al. “The Exclusive rare decays $B \rightarrow K(K^*) \bar{l}l$ and $B_c \rightarrow D(D^*) \bar{l}l$ in a relativistic quark model” // Eur. Phys. J. direct C. – 2002 – Vol.4. – P.18.

КВАРКТАРДЫҢ КОВАРИАНТТЫҚ МОДЕЛІНДЕ $\omega(782)$ МЕЗОНЫНЫҢ ЫДЫРАУ ЕНІН $\omega \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ РЕАКЦИЯСЫ ҮШІН ЕСЕПТЕУ

А.Н. Исадыков¹, М.А. Иванов², С.К. Сахиев³, С.А. Жауғашева⁴, Г.С. Нурбакова⁴, Б.А. Мукушев⁵

¹Л. Н. Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық Университеті, Астана қ., Қазақстан Республикасы;

²Біріккен Ядролық Зерттеулер Институты, Дубна қ., Ресей Федерациясы;

³Ядролық Физика Институты, Энергетика Министірілігі, Алматы қ., Қазақстан Республикасы

⁴Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық Университеті, Алматы қ., Қазақстан Республикасы

⁵Шәкәрім атындағы Мемлекеттік Университет, Семей қ., Қазақстан Республикасы)

Түйін сөздер: Мульти-пиондық ыдырау, кварктардың коварианттық моделі, векторлық мезон, ыдырау ені.

Аннотация. Бұл жұмыста $\omega(782)$ мезонының кварктық құрылымы және байланыс күй түзілуінің механизмі зерттелген. $\omega(782)$ мезоны соңғы кезде кварктық құрылымы бойынша үлкен қызығушылық тудырған векторлық мезондардың бірі. Мезонның «мультипиондық» ыдырауы әр түрлі теоретикалық тәсілдер аясында белсенді зерттелуде. Осы жұмыста кварктардың коварианттық моделі аясында дикварктік күйдегі $\omega(782)$ мезонының әр түрлі өлшемі үшін үш пионға ыдырау радиациялық ені есептелінді. Есептелінген теоретикалық мәліметтер тәжірибе мағлұматтарымен толығымен үйлеседі. Әр түрлі өлшем үшін есептелінген ыдырау ені мәліметтеріне сүйене отырып $\omega(782)$ мезонының эффективті өлшемін анықтадық. Осы модель аясында кварктардың пайда болуына тиісті барлық табалдырық сингулярлықтар Фок-Швингер кеңістік параметрінде инфрақызылдық кесу енгізілуімен жойылады. Кварктардың коварианттық моделінде тәуелсіз параметрлер ретінде кварктардың конституенттік массалары, инфрақызылдық кесу параметрі және адрондардың эффективті өлшемін сипаттайтын параметр қолданылады.

Поступила 17.06.2016 г.