N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 1, Number 299 (2015), 39 – 43

THE THEORY OF DISTRIBUTION OF ELECTROMAGNETIC WAVES THROUGH TWO-COMPONENT CRYSTAL OPTICAL LENSES

A. U. Umbetov

Arkalyk state pedagogical institute named after I. Altynsarin, Arkalyk, Kazakhstan.
E-mail: umbetov.a@mail.ru

Key words: hertzian waves, double-base lenses, anisotropic, theory of Maxwell, method of calculation, paraxial approaching.

Abstract. Calculations for distribution the electromagnetic waves in the anisotropic environments (monoaxial and biaxial crystals) with application of the electromagnetic theory of Maxwell have certain difficulties. Within this theory by means of a covariant method various characteristics of reflected and broken waves on the boundary of the section of monoaxial and two-axis crystals in isotropic environment were considered. However the covariant method brings to difficult general aspects, and its use in a task of finding the direction of transfer of energy relating to the two-component crystal optical systems is presented as difficult or not amenable to the analytical decision. In this work the new method of calculation of distribution of electromagnetic waves through the two-component crystal optical systems is developed.

УДК 533.09.01

ЭЛЕКТРОМАГНИТТІ ТОЛҚЫНДАРДЫҢ ЕКІ ҚҰРАМДЫ КРИСТАЛДЫ ОПТИКАЛЫҚ ЛИНЗАЛАРДАН ӨТУ ТЕОРИЯСЫ

А. У. Умбетов

Ы. Алтынсарин атындағы Арқалық мемлекеттік педагогикалық институты, Арқалық, Қазақстан

Тірек сөздер: электромагниттік толқындар, екікомпонентті линзалар, анизотропты, Максвелл теориясы, ковариантты әдіс, есептеу әдісі, параксиалды жуықтау.

Аннотация. Анизотропты (бір және екі ості кристалдар) ортада электромагнитті толқындардың таралуын есептеуге Максвелдің электромагнитті теориясын қолдану күрделі болып келеді. Осы теория шеңберінде ковариантты әдістің көмегімен бір және екі ості кристалдардың біртекті ортамен шекарасында шағылған және сынған толқындардың әр түрлі сипаттамалары үлкен қызығушылық туғызады. Соңғы кездері анизотропты ортада жарықтың таралуын талдауға қатысты әдіске жаңа қадамдар жасалынуда. Дегенмен де ковариантты әдіс күрделі өрнектерге алып келеді, олардағы энергияның тасымалдану бағытын екі құрамды кристалды оптикалық жүйелер үшін қолдану қиындық туғызады немесе аналитикалық шешуге мүмкіндік бермейді. Берілген жұмыста қойылған мақсаттарға жету үшін ең қарапайым және жеткілікті дәрежеде жалпылама болып келетін параксиалды жуықтау әдісі қолданылады.

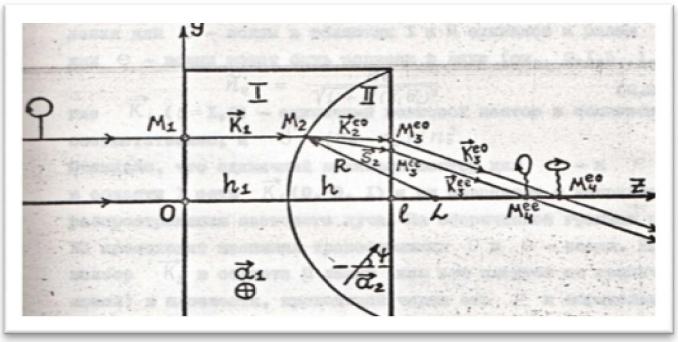
Анизатропты кристалдардан жасалынған оптикалық жүйелерді талдау және біріктіру теориялық түрде жеке қызығушылық тудырумен қатар оптикалық-электронды қондырғыларды құрудағы практикалық қызығушылықты да тудырады. Құрастырылған оптикалық лазерлік өлшеуіш құралдар мәліметтерді жеткізуде, тасымалдауда және өңдеуде маңызды орын алады.

Кристалды оптикалық жүйелер жиілікті–модуляцияланған жарықты түрлендіруге, оптикалық екі өлшемді сигналдарды өңдеу үшін қажетті оптикалық сүзгіні құрастыруға мүмкіндік беред і[1]. Анизатропты (бір және екі ості кристалдар) ортада электромагнитті толқындардың таралуын есептеуге Максвеллдің электромагнитті теориясын қолдану күрделі болатындығы көптеген жұмыстарда айтылған [2,3,4]. Осы теория шеңберінде ковариантты әдістің көмегімен [5] бір және екі ості кристалдардың біртекті ортамен шекарасында шағылған және сынған толқындардың әртүрлі сипаттамалары нақтылы қарастырылған. Анизатропты орта электродинамикасының сұрақтары (бір өлшемді толқындық теңдеулерді құру және оны шешудің матрицалы әдісі) [6] жұмыста талқыланған. Соңғы кездері анизатропты ортада жарықтың таралуын талдауға қатысты әдіске жаңа қадамдар жасалынды. Дәлірек айтқанда, де-Бройлдың корпускулалы толқындық қатынасы. Бұл қатынасты бөлшектің энергиясы мен қозғалыс мөлшерін оның жиілігі және толқынның толқындық векторымен байланыстырады. Осы жағдай энергияның тасымалдану бағыты мен толқынның таралу бағыты параллель болмаған кезде қолданылған [7]. Ковариантты әдіс күрделі өрнектерге алып келеді, ал оларды энергияның тасымалдану бағытын екі құрамды кристалды оптикалық жүйелер үшін қолдану қиындық туғызады немесе аналитикалық шешуге мүмкіндік бермейді.

Ең қарапайым және жеткілікті дәрежеде жалпылама болып келетін параксиалды жуықтау әдісі. Бұл әдіс келесі жолмен шешіледі. БЛ линза арқылы z осі бағытымен циркулярлы поляризацияланған жарық таралынсын (1-сурет). Түскен толқынның поляризациясының осындай күйде таңдап алынуы, поляризация векторының БЛ линзаның кірісінде кристалдың оптикалық осімен байланыста болуы маңызды болмайды. Бұл жағдай БЛ линзалар үшін құрылатын теорияларды біріктіруге мүмкіндік береді. $z = 0$ *және* $z = l$ БЛ линзаның сәйкес сол және оң қабырғалары болсын. Ал бөліктердің сферасық шекарасы келесі теңдеумен беріледі:

$$x^2 + y^2 + (z - \delta)^2 = R^2, \tag{1}$$

мұндағы δ - координаттар жүйесінің басынан БЛ-дің сфералық бетіне дейінгі қашықтық. z=0 және сфералық бет арасындағы бөлікті I цифрымен, ал қалған бөлігін II цифрымен (1-сурет) белгілейміз. Шекараның дөңестік бағыты δ шамасының таңбасымен анықталады. I және II бөліктердің оптикалық остерінің бағыттары сәйкес келесі бірлік векторлармен беріледі; $\vec{a}_1$ = (1,0,0) және $\vec{a}_2$=(0,sinψ, cosψ). Мұндағы ψ бұрышы $\vec{a}_2$ векторының z осімен арасындағы бұрыш (1-сурет). БЛ-дің сол қабырғасында еркін алынған M_1 нүктесіне z осінің бағытымен жарықтың параллель сәулесі түссін. M_1 нүктесінің координатасы (dcos φ, dsinφ,0) болсын. Мұндағы φ X осі мен d-радиус-векторының арасындағы бұрыш. d- радиус-векторы координаттар басынан z=0 M_1 нүктесіне дейінгі қашықтық.



1-сурет – $CaCO_3$ бір ості кристалдан жасалынған екі құрамды кристалды линзадан (БЛ) электромагнитті толқынның таралуы

Кейіннен d << R деп есептейміз, мұндағы R- БЛ сфералық шекарасының қыйсықтық радиусы. $(\frac{d}{R})^2$ шамасын ескермеуге болатын аз шама деп қарастырамыз. Кристалдың негізгі остеріндегі диэлектриктік өтімділік тензоры диагоналды және (2) қатынасымен беріледі. о-толқын (кәдімгі) үшін I және II бөліктерде сыну көрсеткіші бірдей және n_0 –ға тең, ал е-толқын(кәдімгі емес) үшін келесі түрде жазылады:

$$\widetilde{n_e} = \frac{n_e}{\sqrt{1+\delta(\overrightarrow{k_i}\overrightarrow{a_i})^2}}, \quad (2)$$

мұндағы $\vec{K}_i$ (i=1,2) – сәйкес I және II бөліктердегі бірлік толқындық ве

$$\delta = (n_e^2 - n_0^2) / n_0^2. \quad (3)$$

о - және е – толқындар үшін бірлік толқындық вектор I бөлікте $\vec{K}_i(0,0,1)$ түрінде беріледі және ол жарық сәулесінің таралу бағытымен сәйкес келеді. БЛ бөлігінің сфералық шекарасында о- және е-толқындардың өзара түрленуі жүреді. II бөліктегі вектор $\vec{K}_2$ z осі арқылы өтетін жазықтықта жатады және φ бұрышымен анықталады және келесі түрде жазылады:

$$\overrightarrow{\kappa_2} = \{sind_2 cos\varphi:\ sind_2 sin\varphi; cosd_2\}, \quad (4)$$

мұндағы α_2 - $\vec{K}_2$ және z осінің арасындағы бұрыш.

Енді $\vec{K}_2$ векторымен α_2 бұрышына келесідей индекстер белгілейміз: (оо),(ое), (ео), және (ее). (оо) индексі о-толқынның поляризациясын сақтай сынуын көрсетеді, (ое) индексі түскен о толқынның сынған е толқынға түрленгенін көрсетеді, тағы сол сияқтылар. Барлығы төрт толқын сәйкес төрт шекті шарттар қарастырылуы тиіс.

α_2^{00} =0 мәніне тең.

α_2^{oe} бұрышы сфералық беттегі сыну заңынан анықталады.

$$n_0^2\left[1 - \overrightarrow{(k,\overrightarrow{n,})}^2\right] = \frac{n_e^2}{1+\delta(\overrightarrow{k_2^{oe}}\overrightarrow{a_2})^2}\left[1 - (\overrightarrow{k_2^{oe}}\overrightarrow{n_1})^2\right], \quad (5)$$

мұндағы $\vec{n}_1$={$\frac{d}{R}$ cosφ; $\frac{d}{R}$ sinφ; - $\sqrt{1-\frac{d^2}{R^2}}$ } – нормалдағы бірлік вектор. Сәуленің сфералық шекарамен қиылысу нүктесі келесідей координаттарға ие болады $(dcos\varphi, dsin\varphi, \delta - \sqrt{R^2 - d^2})$. (5) өрнегіне $\vec{n}$, $\vec{k}_1$ $\vec{k}_2^{oe}$ және $\vec{a}_2$ векторлардың мәнін қойып, алатынымыз:

$$\frac{n_o^2}{n_e^2}\ \frac{d^2}{R^2}(1 + \delta cos^2\varphi) = (sind_2^{oe} = \frac{d}{R})^2$$

осыдан шығатыны

$$d_2^{oe} = \frac{d}{R}(\frac{n_o}{n_e}\sqrt{1 + \delta cos^2\varphi} - 1) \quad (6)$$

ео- толқын үшін сфералық беттегі сыну заңы келесі түрде жазылады:

$$\frac{n_e^2}{1+\delta(\overrightarrow{k_1}\overrightarrow{a_1})^2}\left[1 - \overrightarrow{(n_1 k_1)}^2\right] = \left[1 - \overrightarrow{(n_1 k_2^{oe})}^2\right] n_o^2 \quad (7)$$

(7) өрнектен алатынымыз

$$d_2^{eo} = \frac{d}{R}(\frac{n_e}{n_o} - 1) \quad (8)$$

ее- толқын үшін сфералық беттегі сыну заңы келесі түрде жазылады:

$$\frac{n_e^2}{1+\delta(\overrightarrow{k_1}\overrightarrow{a_1})^2}\left[1 - \overrightarrow{(n_1 k_1)}^2\right] = \left[1 - \overrightarrow{(n_1 k_2^{oo})}^2\right]\frac{n_e^2}{1+\delta(\overrightarrow{k_1}\overrightarrow{a_1})^2} \quad (9)$$

осыдан $\vec{k}_1$, $\vec{n}_1$, $\vec{k}_2^{ee}$, $\vec{a}_2$ және $\vec{a}_1$ векторларлың мәндерін ескере отырып, алатынымыз :

$$d_2^{oe} = \frac{d}{R}(\sqrt{1 + \delta cos^2\varphi} - 1) \quad (10)$$

Енді БЛ линзадан шығатын сәуленің бірлік толқындық векторын келесі түрде жазамыз:

$$\overrightarrow{\kappa_3} = \{sind_3 cos\varphi:\ sind_3 sin\varphi; cosd_3\} \quad (11)$$

оо- толқын үшін алатынымыз: $\alpha_2^{00} = 0$.

ео- толқын үшін $z = \ell$ шекарада сыну заңы келесі түрде жазылады :

$$n_o^2\left[1 - \overrightarrow{(n_1 k_2^{oe})}^2\right] = \left[1 - \overrightarrow{(n_1 k_3^{oe})}^2\right], \quad (12)$$

мұндағы $\vec{n}_2$=(0,0,1) – $z = \ell$ жазықтыққа тұрғызылған нормаль.

(11) өрнектен алатынымыз:

$$d_2^{eo} = \frac{d}{R}(n_e - n_0) \tag{13}$$

ое- толқын үшін (1) шарты келесі түрде жазылады:

$$\frac{n_e^2}{1+\delta(\overrightarrow{k_2^{0e}}\overrightarrow{a_1})^2}\left[1 - (\overrightarrow{n_2}\overrightarrow{k_2^{oe}})^2\right] = \left[1 - (\overrightarrow{n_2}\overrightarrow{k_3^{oo}})^2\right] \tag{14}$$

бұдан алатынымыз:

$$\alpha_3^{oe} = \frac{d}{R}(n_0 - \frac{n_e}{\sqrt{1+\delta cos^2\psi}}) \tag{15}$$

ее - толқын үшін шекарадағы сыну заңы келесі түрде жазылады:

$$\frac{n_e^2}{1+\delta\left(\overrightarrow{k_2^{ee}}\overrightarrow{a_2}\right)^2}\left[1 - \left(\overrightarrow{n_2}\overrightarrow{k_2^{ee}}\right)^2\right] = \left[1 - \left(\overrightarrow{n_2}\overrightarrow{k_2^{ee}}\right)^2\right] \tag{16}$$

бұдан алатынымыз:

$$\alpha_3^{ee} = \frac{d}{R}n_e(1 - \frac{n_e}{\sqrt{1+\delta cos^2\psi}}) \tag{17}$$

(15) - (16) формулалар сәулелердің траекторияларын анықтауға мүмкіндік береді.

II бөліктегі топтық жылдамдықтың бірлік векторын $\vec{S}$ белгілей отырып, келесі қатынаспен өрнектейміз:

$$\vec{S} = \mu_1\overrightarrow{a_2} + \mu_2\overrightarrow{k_2}; \qquad [\vec{S}] = 1 \tag{18}$$

(11) өрнектен алатынымыз:

$$(\overrightarrow{sa_2}) = \frac{n_e^2(\vec{k}_2\vec{a}_2)}{\sqrt{n_e^4(\overrightarrow{k_2}\overrightarrow{a_2})^2 + n_o^4\left[1-(\overrightarrow{k_2}\overrightarrow{a_2})^2\right]}} \tag{19}$$

μ_1 және μ_2 коэффициенттерін келесі жолмен анықтаймыз. (18) теңдеуді квадраттаймыз:

$$\mu_1^2 + \mu_2^2 + 2\mu_1\mu_2(\vec{k}_2\vec{a}_2) = 1 \tag{20}$$

(18) және (19) өрнектерден алатынымыз:

$$(\overrightarrow{sa_2}) = \mu_1 + \mu_2(\vec{k}_2\vec{a}_2) = \frac{n_e^2(\vec{k}_2\vec{a}_2)}{\sqrt{n_e^4(\overrightarrow{k_2}\overrightarrow{a_2})^2 + n_o^4\left[1-(\overrightarrow{k_2}\overrightarrow{a_2})^2\right]}} \tag{21}$$

бұдан

$$(\overrightarrow{sa_2})^2 = \mu_1^2 + 2\mu_1\mu_2(\vec{k}_2\vec{a}_2) + \mu_2^2(\vec{k}_2\vec{a}_2) = \frac{n_e^2(\vec{k}_2\vec{a}_2)}{\sqrt{n_e^4(\overrightarrow{k_2}\overrightarrow{a_2})^2 + n_o^4\left[1-(\overrightarrow{k_2}\overrightarrow{a_2})^2\right]}} \tag{22}$$

(20) өрнекті ескере отырып,

$$\mu_2 = \frac{n_e^2}{\sqrt{n_e^4(\overrightarrow{k_2}\overrightarrow{a_2})^2 + n_o^4\left[1-(\overrightarrow{k_2}\overrightarrow{a_2})^2\right]}} \tag{23}$$

және (21) өрнегінің көмегімен алатынымыз:

$$\mu_1 = \frac{(n_e^2 - n_0^2)(\vec{k}_2\vec{a}_2)}{\sqrt{n_e^4(\overrightarrow{k_2}\overrightarrow{a_2})^2 + n_o^4\left[1-(\overrightarrow{k_2}\overrightarrow{a_2})^2\right]}} \tag{24}$$

(23) және (24) өрнектерді (18) өрнекке қоя отырып, алатынымыз:

$$\vec{S} = \frac{\left[(n_e^2 - n_0^2)(\vec{k}_2\vec{a}_2)\vec{a}_2 + n_0^2\vec{k}_2\right]}{\sqrt{n_e^4(\overrightarrow{k_2}\overrightarrow{a_2})^2 + n_o^4\left[1-(\overrightarrow{k_2}\overrightarrow{a_2})^2\right]}} \tag{25}$$

(25) өрнек БЛ линзадағы е-сәуленің траекториясын анықтау үшін қажет.

Бір ості исланд шпаты үшін $(CaCO_3)n_0 > n_e$, олай болса (15) өрнектен $\Psi = \frac{\pi}{2}$ болғанда $\alpha_3^{oe} > 0$ мәнін аламыз. Бұл дегеніміз о-сәулесі БЛ шыққан кезде Z осінен алшақтайды. Сондықтан БЛ линзаға түсетін параллель сәулелер берілген поляризацияда шашырайтын болады. ео- және ее- толқындар үшін (13) өрнектен және $\psi = 0$ болғанда (17) өрнектен $\alpha_3^{eo} < 0, \alpha_3^{ee} < 0$ мәндерін аламыз. Бұл дегеніміз ео- және ее- толқындар Z осін екі нүктеде қияды. Сонымен БЛ лизаның көмегімен жазық толқынды кеңістікте екі сфералық толқындарға бөле аламыз. Бұл сфералық толқындардың Z осіндегі фокустары әр түрлі болады. Бұл құбылыстың практикада үлкен маңызы бар.

ӘДЕБИЕТ

[1] Герке Р.Р., Денисюк Ю.Н., Локшин В.И. Методы контроля когорентности излучения ОКГ, применяемых в голографии // ОМП. – 1968. – № 7. – С. 22.

[2] Федоров Ф.И., Филиппов В.В. Отражение и преломление света прозрачными кристаллами. – Минск: Наука, 1976.

[3] Федоров Ф.И., Филиппов В.В. Об отражении и преломлении необыкновенных лучей в одноосного кристаллах // Кристаллография. – 1971. – Т. 16. – С. 36.

[4] Федоров Ф.И., Филиппов В.В. Отражение света на границе одноосного кристалла с изотропная средой // Ж. прикл. спектроскопии. – 1968. – Т. 9. – С. 1031.

[5] Статеселько Д.И., Денисюк Ю.Н. О влиянии структуры попречных мод источника излучения на изображение, создоваемые голограммой // Оптика и спектроскопия. – 1970. – Т. 28. – С. 373.

[6] Аракелян С.М., Ахманов С.А., Тункин В.Г., Чиркин А.С. Естественная спонтанным излучением // Пимьмо ЖЭТФ. – 1974. – Т. 19. – С. 57.

REFERENCES

[1] Janossy M., Csilled L., Kantor K., phys. Lett., 19656, vol. 6, p. 106.

[2] Gerke R.R., Denisyuk Yu.N., Lokshin V.I. Methods of controlling of JAG radiation coherence, used in holography. OMP, 1968, N 7, p. 22.

[3] Fedorov F.I., Filippov V.V Reflection and refraction of light by transparent crystals. Minsk: Science, 1976.

[4] Fedorov F.I., Filippov V.V. About reflection and breaking of extraordinary rays in uniaxial crystals. Crystallography, 1971, vol. 16, p. 36.

[5] Fedorov F.I., Filippov V.V. Reflection of light on the edge of a uniaxial crystal with isotropic environment. Zh., applied spectroscopy, 1968, vol. 9, p. 1031.

[6] Stateselko D. I., Denisyuk Yu.N. About an impact of structures of transverse modes of the radiation source to the images created by hologram. Optics and spectroscopy, 1970, vol. 28, p. 373.

[7] Akhmanov S.A., Arakelyan S., Tunkin V.G., Chirkin A.S. Natural spontaneous radiation. Lletter to JETP, 1974, vol. 19, p. 57

ТЕОРИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ЧЕРЕЗ ДВУХКОМПОНЕНТНЫЕ КРИСТАЛЛООПТИЧЕСКИЕ ЛИНЗЫ

А. У.Умбетов

Аркалыкский государственный педагогический институт им. И. Алтынсарина, Аркалык, Казахстан

Ключевые слова: электромагнитные волны, двухкомпонентные линзы, анизотропные, теория Максвелла, метод расчета, параксиальное приближение.

Аннотация. Расчеты по распространению электромагных волн в анизотронных средах (одноосных и двуосных кристалах) с применением электромагнитной теории Максволла имеют определенные трудности. В рамках этой теории с помощью ковариантного метода были рассмотрены различные характеристики отраженных и переломленных волн на границе раздела одноосных и двухосных кристаллов в изотропной средой. Однако ковариантный метод приводит к сложным общим выражениям, а его использование в задаче нахождения направления переноса энергии применительно к двухкомпонентным кристаллооптическим системам представляется затруднительным или не поддающимся аналитическому решению. В данной работе разработан новый метод расчета распростронения электромагнитных волн через двухкомпанентных кристаллооптических систем.

Поступила 27.01.2015 г.