

**NEWS****OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN  
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES**

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 318 (2018), 75 – 84

UDC 539.1.074.3

**D.S. Valiolda<sup>1</sup>, S.A. Zhaugasheva<sup>1</sup>, D.M. Janseitov<sup>1,2</sup>, N.K. Zhussupova<sup>1</sup>**<sup>1</sup>Al Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan;<sup>2</sup>Institute of Nuclear Physics, Almaty, Kazakhstane-mail: [yaliolda.dinara@gmail.com](mailto:yaliolda.dinara@gmail.com)**THE STUDY OF THE NEUTRON HALO OF THE  $^{11}\text{Be}$  NUCLEUS  
TAKING INTO ACCOUNT THE INFLUENCE OF AN EXTERNAL FIELD**

**Abstract.** The aim of work is theoretical study of the Coulomb breakup of halo nuclei in time-dependent quantum-mechanical approach. Exotic nuclei are the subject of intensive experimental research. Theoretical studies of Coulomb breakup of halo nuclei are relevant for the interpretation and planning of experiments for the study of light nuclei on radioactive beams. The investigations with beams of radioactive nuclei have opened new prospects in studying the structure of the atomic nucleus and have found wide applications in other areas of physics, including nuclear astrophysics. The halo is one of the most intensively studied objects in modern low-nucleus physics. A characteristic feature of halo nuclei physics is correlations between the mechanism of nuclear reaction and structure.

The breakup is one of the important tools for theoretical study of the properties of halo nuclei. In these reactions, the information from the breakup of the projectile into fragments can be used to make a conclusion about the properties of the halo part of the wave function. With good approximation, the breakup could be considered as transition from bound state of two (three) particles to the continuum, due to changing Coulomb field.

In this paper, the energy levels of the halo nucleus of  $^{11}\text{Be}$  are calculated, taking into account the effect of an external magnetic field. The  $^{11}\text{Be}$  nucleus is regarded as a neutron halo consisting of  $^{10}\text{Be}$  core and one neutron. This work is the initial stage of the work on the investigation of the breakup of halo nuclei in the quantum-mechanical approach.

**Key words:** Halo nucleus, Coulomb breakup, breakup cross section, exotic states of the nuclei, nonstationary Schrödinger equation, energy spectrum, nuclear potential.

УДК 539.1.074.3

**Д.С. Валиолда<sup>1</sup>, С.А. Жаугашева<sup>1</sup>, Д.М. Джансейтов<sup>1,2</sup>, Н.К. Жусупова<sup>1</sup>**<sup>1</sup>Казахский Национальный Университет им.аль-Фараби, Алматы, Казахстан;<sup>2</sup>Институт Ядерной Физики, Алматы, Казахстан**ИЗУЧЕНИЕ НЕЙТРОННОГО ГАЛО ЯДРА  $^{11}\text{Be}$   
С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ВНЕШНЕГО ПОЛЯ**

**Аннотация.** Целью работы является теоретическое исследование процессов кулоновского развала гало ядер в рамках нестационарного квантово-механического подхода. Экзотические ядра являются предметом интенсивного экспериментального исследования. Теоретические исследования кулоновского развала гало ядер актуальны для интерпретации и планирования экспериментов по изучению легких ядер на радиоактивных пучках. Исследования с пучками радиоактивных ядер открыли новые перспективы в изучении структуры атомного ядра и нашли широкие приложения в других областях физики, включая ядерную астрофизику. Гало ядра являются одним из наиболее интенсивно исследуемых объектов в современной малонуклонной ядерной физике. Характерной особенностью физики ядер с гало является тесная взаимосвязь механизма ядерной реакции и структуры.

Развал является одним из важных инструментов для изучения свойств гало ядер. В этих реакциях, информация, поступающая от диссоциации снаряда на фрагменты может быть использована, чтобы сделать вывод о свойствах гало части волновой функции. С хорошим приближением, развал гало ядра можно рассматривать как переход от связанного состояния двух (трех) частиц к континууму, в связи с изменяющимся кулоновским полем.

В данной работе расчитаны энергетические уровни гало ядра  $^{11}\text{Be}$ , с учетом влияния внешнего магнитного поля, т.е. вычислено расщепление энергетических уровней численным и аналитическим методами с использованием двух разных потенциалов: в форме Вудс-Саксона и Гаусса. Ядро  $^{11}\text{Be}$ , имеющее как нейтронное гало, состоящий из кора  $^{10}\text{Be}$  и одного нейтрона. Эта работа является начальным этапом работы по исследованию развала гало ядер в кванто-механическом подходе.

**Ключевые слова:** гало ядро, кулоновский развал, сечение развала, экзотические состояния ядер, стационарное уравнение Шредингера, энергетический спектр, ядерный потенциал.

**Введение.** Впервые ядра с нейтронным гало были обнаружены в 1985 году Танихатой и др. [1,2], где такие экзотические системы плотно связаны с кором ядра и окружены диффузным ядерным облаком. Эти системы были обнаружены в основных состояниях (g.s.) некоторых легких, нейтроногибридных радиоактивных ядер, расположенных вблизи границы нейтронной стабильности [3]. Ранее считалось, что гало может образовываться только в радиоактивных ядрах, расположенных вблизи границы нуклонной стабильности. Однако еще в конце 50-х гг. прошлого столетия, задолго до открытия гало, Базь фактически предсказал [4] возможность его появления даже в стабильных ядрах вблизи порогов эмиссии нейтрона или протона. В частности, в работе [5] было показано, что возбужденное состояние 3.09 (1/2-) МэВ стабильного ядра  $^{13}\text{C}$  может иметь структуру гало с увеличенным радиусом.

Кулоновский развал является одним из основных инструментов для изучения гало ядра. Сечение развала содержит полезную информацию о структуре гало. Таким образом, эта тема является предметом интенсивных экспериментальных и теоретических исследований. Среди гало ядер, ядро  $^{11}\text{Be}$  имеет особое значение, так как относительная простота его структуры позволяет более точные теоретические исследования. В самом деле, связанные состояния ядра  $^{11}\text{Be}$  можно достаточно хорошо описать как ядро  $^{10}\text{Be}$  и слабосвязанный нейtron. С хорошим приближением, распад можно рассматривать как переход от двухчастичного связанного состояния к континууму из за изменяющегося кулоновского поля в процессе столкновения ядер с мишенью [6].

Нейтронное гало - эффект, обусловленный наличием слабо связанных состояний нейтронов, расположенных вблизи континуума. Малая величина энергии связи нейтрона (или группы нейтронов) и короткодействующий характер ядерных сил приводят к туннелированию нейтронов во внешнюю периферийную область на большие расстояния откора ядра. При этом плотность распределения периферийных нейтронов существенно меньше плотности распределения нейтронов внутри кора [7].

Среди нейтронных гало ядер, особый интерес представляет ядро  $^{11}\text{Be}$ . В простейшем приближении его можно рассматривать как двухчастичную систему, состоящую изкора  $^{10}\text{Be}$  и слабо связанного нейтрона. Гало-ядро достаточно хорошо описывается волновой функцией, являющейся произведением волновых функций кора и внешнего гало. Целый ряд экспериментальных фактов подтверждает, что нуклоны, формирующие ядерное гало слабо влияют на кор ядра [6]. Наиболее известные ядра, имеющие структуру однонейтронного гало, это  $^{11}\text{Be}$ ,  $^{11}\text{Li}$ ,  $^{17}\text{C}$ ,  $^{19}\text{Si}$  т.д[8].Они также имеют малые энергии связи, аномально большие размеры, узкие импульсные распределения фрагментов после развала, большие сечения взаимодействия и электромагнитной диссоциации.

Практический путь изучения структуры гало - это исследование столкновений двух ядер с передачей энергии и импульса. В результате в ядерных реакциях изучаются переходные свойства ядерных систем, а именно переход из основного состояния в возбужденные [8]. Развал является одним из важных инструментов для теоретического изучения свойств гало ядер. В этих реакциях, информация, поступающая от диссоциации снаряда на фрагменты может быть использована, чтобы сделать вывод о свойствах гало части волновой функции. Кулоновский развал представляет особый интерес, потому что неопределенность в отношении предположения, что ядерное взаимодействие между снарядом и мишенью играет существенную роль. Тем не менее, для того,

чтобы правильно извлечь информацию из сечений, точность описания механизма реакции должно быть установлено [9].

Характерной особенностью физики ядер с гало является тесная взаимосвязь механизма ядерной реакции и структуры ядра. Уже первичный анализ [1,2] экспериментальных данных по сечениям взаимодействия ядер с гало привел к определению больших материальных радиусов данных систем. Так как в известных ядрах с двухнейтронным гало основное состояние является единственным связанным состоянием, то развал ядер с гало в бинарных столкновениях является конечным процессом любой реакции, сопровождаемой возбуждением экзотической системы. Развитие адекватных моделей развала имеет большую практическую ценность как средство извлечения достоверной информации о структуре ядер с гало и динамике процессов взаимодействия[10].

В данной работе исследуется влияние внешнего магнитного поля на основное состояние ядра  $^{11}\text{Be}$ , вычисляются расщепление энергетических уровней численно и аналитически. В качестве аналитического метода выбран первый порядок теории возмущения [11].

**1. Энергетический спектр гало ядра  $^{11}\text{Be}$ .** Задача сводится к решению стационарного уравнения Шредингера (УШ):

$$H\psi_{Nlm} = E_N \psi_{Nlm} \quad (1)$$

Волновую функцию можно записать в виде:

$$\psi_{Nlm}(r) = R_{Nl}(r)Y_{lm}(\theta, \varphi) \quad (2)$$

где  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ -Сферические функции.

Гамильтониан взаимодействия:

$$H_0(r) = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta + V_{cf}(r) \quad (3)$$

Тогда для радиальной волновой функции  $R_{Nl}(r)$  получаем уравнение:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} + V_{cf}(r)\right]R_l(r) = E R_l(r) \quad (4)$$

где  $\mu = \frac{m_n \cdot m_c}{M}$  - приведенная масса,  $m_n$ ,  $m_c$  и  $M = m_n + m_c$  – соответственно массы нейтрона, кора и ядра  $^{11}\text{Be}$ .

Для решения задачи (4) удобнее перейти в систему единиц, где - энергия, потенциал и масса измеряются в одних и тех же энергетических единицах – МэВ, а радиус ядра в фм, и  $\hbar c = 197,328$  МэВ·фм. Тогда уравнение (4) запишем в виде:

$$\left[-\frac{41,443}{2(\frac{\mu}{m_n})}\frac{d^2}{dr^2} + \frac{41,443 l(l+1)}{2(\frac{\mu}{m_n})r^2} + V_{cf}(r)\right]R_l(r) = E R_l(r) \quad (5)$$

Потенциал  $V_{cf}(r)$  состоит из центрального члена и члена спин-орбитального взаимодействия, учитывающий спин нейтрона  $\mathbf{I}$  и угловой момент  $\mathbf{L}$  относительного движения нейтрон-корп[6,9]

$$V_{cf}(r) = V_0(r) + \mathbf{L} \cdot \mathbf{I} V_{LI}(r) \quad (6)$$

$V_{cf}$  является внутренним взаимодействием между ядром и фрагментом снаряда [9]. Центральный потенциал в уравнении (6):

$$V_0(r) = -V_l f(r, R_0, a) \quad (7)$$

где Вудс-Саксоновский форм фактор:

$$f(r, R_0, a) = \left[ 1 + \exp\left(\frac{r-R_0}{a}\right) \right]^{-1} \quad (8)$$

Спин-орбитальное взаимодействие выражается как [9]:

$$V_{LI}(r) = V_{LS} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} f(r, R_0, a) \quad (9)$$

Значения параметров потенциала приведены в таблице 1, они выбраны как в работе [6].

Таблица 1- Параметры потенциалов

$V_{l=0}$ (МэВ)	$V_{l>0}$ (МэВ)	$V_{LS}$ (МэВ фм <sup>2</sup> )	a (фм)	$R_0$ (фм)
59.5	40.5	32.8	0.6	2.669

Здесь  $V_l$ - глубина потенциала Вудса-Саксона, а- диффузность,  $R_0$ - радиус ядра  $^{11}\text{Be}$  ( $R_0 = 1.2 \text{ Å}^{1/3}$  фм). Стандартное значение  $V_{LS}$  используется для глубины потенциала  $ls$  для ядра р-оболочки [1].

Решение УШ (5) будем искать при граничных условиях используя численные методы обратной итерации [12], конечных-разности [13] и метод прогонки [12].

$$\begin{cases} R_{NL}(r) \rightarrow const, r \rightarrow 0 \\ R_{NL}(r) \rightarrow 0, r \rightarrow \infty \end{cases} \quad (10)$$

Метод обратной итерации характеризуется достаточно быстрой сходимостью к решению. Точность результата необходимо проверять по невязке. Точность вычислительной схемы равна  $\Delta_i = |E^{(i)} - E^{(i-1)}| < 10^{-6}$ . В уравнении производную второго порядка можно упростить для вычислительной схемы используя конечно-разностную аппроксимацию, подробно описанный в работе [7]. Вводится радиальная сетка по  $r$  на интервале  $r \in [0, r_m]$ , для удобства ввели обозначение  $R(r_j) = R_j$ . С помощью прогонки находится волновая функция для первой итерации, затем проверяем нормировку. Таким образом находим энергетический уровень. Отрицательные энергетические состояния нормированы и описывают либо физические связанные состояния  $^{11}\text{Be}$  или состояния, запрещенные принципом Паули [9].

### 1.1 Численные методы решения стационарного уравнения Шредингера.

**1.1.1 Метод обратной итерации в подпространстве.** Стационарное уравнение Шредингера (радиальная часть) решается методом обратной итерации [12]. Схема решения выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \hat{A}\vec{R} = E\vec{R} \\ (\hat{A} - \hat{I}E^{(0)})\vec{R}^{(i)} = \vec{R}^{(i-1)}, i = \overline{1, i_{max}} \\ E^{(i)} = E^{(0)} + \frac{1}{\vec{R}^{(i)}, \hat{R}^{(i-1)}} \end{cases} \quad (11)$$

где  $E^{(0)}$ - начальное приближение для энергии,  $i$ - число итерации,  $\hat{R}^{(0)}$ - начальный вектор, а вычисляемый конечный вектор  $\hat{R}^{(i)}$  нормируется на каждой итерации  $\hat{R}(r) = \hat{\phi}^{(i_{max})}$ .

Преимущество данного метода в том, что конечный ответ не будет зависеть от выбора начального приближения, так как ответ быстро сходится. Тем не менее, точность результата необходимо проверять по невязке.

Из уравнения (11) можем найти, что точность вычислительной схемы равна

$$\Delta_i = |E^{(i)} - E^{(i-1)}| < 10^{-6} \quad (12)$$

Или можно найти невязку  $\delta_i < 10^{-6}$ :

$$(\widehat{A} - \hat{I}E^{(i)}) R^{(i)} = \delta_i \quad (13)$$

**1.1.2 Метод прогонки.** Решение УШ (5) будем искать в виде (11) при граничных условиях:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{Nl}(r) \rightarrow const, r \rightarrow 0 \\ R_{Nl}(r) \rightarrow 0, r \rightarrow \infty \end{array} \right\} \quad (14)$$

В уравнении есть дифференциал второго порядка, который можно упростить для вычислительной схемы используя конечно-разностный метод, подробно описанный в работе [13]:

$$\frac{d^2}{dr^2} \left( R_j^{(1)} \right) = \frac{R_{j+1}^{(1)} - 2R_j^{(1)} + R_{j-1}^{(1)}}{h^2} \quad (15)$$

Здесь введена радиальная сетка по  $r_j$ , где  $h$ - шаг по сетке  $r_j$ , для удобства ввели обозначение  $R(r_j) = R_j$ .

Уравнение Шредингера переходит к следующему виду

$$\hat{c}_j \vec{R}_{j+1}^{(1)} + \hat{d}_j \vec{R}_j^{(1)} + \hat{e}_j \vec{R}_{j-1}^{(1)} = \vec{R}_j^{(0)} \quad (16)$$

Видно, что уравнение (16) состоит из трёхдиагональной матрицы. Решение будем искать в следующем виде, используя метод прогонки [12]:

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_j &= \alpha_j \bar{\Psi}_{j+1} + \beta_j \\ \bar{\Psi}_{j-1} &= \alpha_{j-1} \bar{\Psi}_j + \beta_{j-1} \end{aligned} \quad (17)$$

Подставляя  $\bar{R}_{j-1} = \alpha_{j-1} \bar{R}_j + \beta_{j-1}$  в уравнение (16) находим, что

$$\bar{R}_j = \alpha_j' \bar{R}_{j+1} + \beta_j'$$

где коэффициенты:

$$\begin{aligned} \alpha_j' &= -(\hat{d}_j + \alpha_{j-1} \hat{e}_j)^{-1} \cdot \hat{c}_j \\ \beta_j' &= (\hat{d}_j + \alpha_{j-1} \hat{e}_j)^{-1} (\vec{R}_j^{(0)} - \beta_{j-1} \cdot \hat{e}_j) \end{aligned} \quad (18)$$

С помощью этой схемы сначала находим коэффициенты  $\alpha_j'$  и  $\beta_j'$  (прямая прогонка), затем радиальную волновую функцию  $\vec{R}_j^{(1)}$  с помощью обратной прогонки. Далее проверяем нормировку. Таким образом находится волновая функция для первой итерации. Дальше как описано выше находим энергетический уровень. Отрицательные энергетические состояния нормированы и описывают либо физические связанные состояния снаряда или состояния, запрещенные принципом Паули [9].

**1.2 Результаты: энергетический спектр  $^{11}\text{Be}$ .** Применяя данные численные методы, в данной работе в качестве тестовой программы были воспроизведены энергетические уровни ядра  $^{11}\text{Be}$  для потенциала Вудс-Саксона как в работах [6,9]. Ядро  $^{11}\text{Be}$  рассматривается как нейтронное гало, состоящий из кора  $^{10}\text{Be}$  и одного нейтранона [6,9]. В результате были получены энергетические уровни для основного и первого возбужденного состояния. Эти данные приведены в таблице 2 и сравниваются с результатами работы[9].

Таблица 2 - Энергии основного и возбужденного состояния  $^{11}\text{Be}$ 

$J^\pi$	1	$E_{\text{эксп.}}(\text{МэВ})$ [14]	$E_{\text{теор.}}(\text{МэВ})$ [9]	$E_{\text{теор.}}(\text{МэВ})$ (данная работа)
$\frac{1}{2}^+$	0	-0.503	-0.5013	-0.5013
$\frac{1}{2}^-$	1	-0.183	-0.1844	-0.1844

Как уже было изложено выше, для конечно-разностной аппроксимации уравнения второго порядка по отношению к радиальной переменной  $r$  была использована сетка на интервале  $r \in [0, r_m]$ , где  $r_m = 800 \text{ фм}$  для основного и первого возбужденного состояния [9]. Сходимость вычислительной схемы при  $\Delta r \rightarrow 0$  представлены в таблице 3, где  $N_r$  – число точек,  $\Delta r$  - шаг по радиальной сетке,  $E$  – энергия связанного состояния.

Таблица 3- Сходимость вычислительной схемы на однородной радиальной сетке

$N_r$	$\Delta r$	$E, l=0$	$N_r$	$\Delta r$	$E, l=1$
2000	0.4	-0.501318	2000	0.4	-0.184423
4000	0.2	-0.780709	4000	0.2	-0.1883722
8000	0.1	-0.845679	8000	0.1	-0.1903396
16000	0.05	-0.861629	16000	0.05	-0.1913216

## 2. Расщепление уровней энергии $^{11}\text{Be}$ за счет влияния внешнего магнитного поля (Зеемановское расщепление).

В данной главе изучим влияние внешнего магнитного поля на гало состояние ядра  $^{11}\text{Be}$ , т.е. вычислим расщепление энергетических уровней численным методом и сравним численно полученные результаты с аналитическим решением. В качестве аналитического метода выбрали первый порядок теории возмущения [11].

Под влиянием внешнего магнитного поля магнитные моменты ядер ориентируются определенным образом и появляется возможность наблюдать переходы между ядерными энергетическими уровнями, связанными с этими разными ориентациями: переходы, происходящие под действием излучения определенной частоты. Квантование энергетических уровней ядра является прямым следствием квантовой природы углового момента ядра, принимающего  $2I + 1$  значений. Спиновое квантовое число (спин)  $I$  может принимать любое значение, кратное  $\frac{1}{2}$ . Расщепление уровней энергии в магнитном поле можно назвать ядерным зеемановским расщеплением, так как оно аналогично расщеплению электронных уровней в магнитном поле (эффект Зеемана) [15].

В ядерной спектроскопии широко применяется метод ядерного магнитного резонанса (ЯМР), основанного на эффекте Зеемана. В настоящее время трудно указать такую область естественных наук, где бы в той или иной степени не использовался ЯМР. Методы спектроскопии ЯМР активно применяются в химии, молекулярной физике, биологии, агрономии, медицине, при изучении природных образований, и т.д. Разработаны и выпускаются установки для исследования всего тела человека методами магнитного резонанса (методами ЯМР-томографии)[16].

Запишем радиальное уравнение Шредингера с добавлением внешнего магнитного поля  $\Delta V_\mu$ :

$$\left[ \frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} + V(r) + \Delta V_\mu \right] R_l(r) = E R_l(r) \quad (19)$$

Перезапишем уравнение споправкой на систему единиц, (где энергия измеряется в МэВ, а координата в фм) :

$$\left[ \frac{\hbar^2}{2mr_0^2 E_0} \frac{d^2}{dr'^2} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r_0^2 E_0} - \frac{V_0'}{1+\exp(\frac{r'-R}{a})} + \frac{\Delta V_\mu}{E_0 r_0} \right] R_l \left( \frac{r}{r_0} \right) = \frac{E}{E_0} R_l \left( \frac{r}{r_0} \right) \quad (20)$$

$$\left[ -\frac{k_1}{2} \frac{d^2}{dr'^2} + \frac{k_1 l(l+1)}{2r'^2} + V(r) + \Delta V_\mu \right] R_l(r) = E_l R_l(r), \quad (21)$$

где добавочный потенциал  $\Delta V_\mu$  описывает взаимодействие спина нейтрона с внешним магнитным полем, поскольку, как говорилось выше, нейтронное ядро  $^{11}\text{Be}$  рассматривается как система  $^{10}\text{Be} + n$  и определяется как  $\Delta V = k_2 \cdot \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\mu}_n \cdot \hat{\mathbf{S}}_n$ ; поправочные коэффициенты на ядерную систему единиц  $k_1 = 41,443$  и  $k_2 = 3.15 \cdot 10^{-13} \frac{M_\odot B}{G \phi M}$ ,  $B$ -напряженность магнитного поля,  $\boldsymbol{\mu}_n$  - магнитный момент нейтрона,  $\hat{\mathbf{S}}_n$  - проекция спина на ось.

В нашем случае спин  $s=1/2$ , то проекция спина на выделенное направление принимает два значения:  $+1/2$  и  $-1/2$ . В уравнении (21) волновую функцию  $R_l(r)$  необходимо заменить на спиновую волновую функцию  $R_l(r) \rightarrow R_l(r) \cdot \chi_m$ , где  $\chi_m$  представляют собой двухкомпонентные спиноры, а спиновые операторы – матрицы размерности  $2 \times 2$ .

Для случая когда поле направлено по оси z:  $\hat{\mathbf{S}}_z = \pm \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ .

В представлении  $|s m_s\rangle$ , где проекция спина на ось принимает значения  $m_s = +\frac{1}{2}$ ,  $m_s = -\frac{1}{2}$ , тогда базисные векторы этого представления имеют вид [14]:

$$\chi_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \chi_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вводя спиновую волновую функцию видно, что УШ расщепляется на два уравнения, таким образом уровни энергии расщепляются на два:

$$\begin{aligned} E'_{lm=\frac{1}{2}} &= E_l + \Delta E_{m=\frac{1}{2}} \\ E'_{lm=-\frac{1}{2}} &= E_l + \Delta E_{m=-\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (22)$$

Сдвиги уровней определяются как:

$$\begin{aligned} \Delta E_{m=\frac{1}{2}} &= \langle R_{lm}^{(r)} | \frac{1}{2} k_2 \cdot \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\mu}_n | R_{lm}^{(r)} \rangle \\ \Delta E_{m=-\frac{1}{2}} &= \langle R_{lm}^{(r)} | -\frac{1}{2} k_2 \cdot \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\mu}_n | R_{lm}^{(r)} \rangle \end{aligned} \quad (23)$$

То же самое можем с легкостью вычислить когда поле направлено по оси x или y.

Далее модифицируем программу для вычисления сдвигов энергии (код написан для программы Фортран), заменяя волновую функцию на спинор и удваивается число матриц и векторов.

Стационарное УШ

$$H_0 R_l(r) = E R_l(r) \quad (24)$$

можем переписать в следующем виде:

$$\sum_{j=1}^M H_{ij}^{(0)} R_j = \sum_j \delta_{ij} E R_j = E R_i \quad (25)$$

Для описания ядерного взаимодействия использовали потенциал Будс-Саксона с параметрами, приведенными в первой главе и также для проверки методики использовали потенциал формы Гаусса [14]:

$$V(r) = V_0 e^{-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2} = V_0 e^{-gr^2} \quad (26)$$

Для  $l=0$  глубина потенциала подобрана как для потенциала Вудс-Саксона  $V_0 = -59.5$  MeV, ширина потенциала  $g = \frac{1}{r_0^2} = 0.117 fm^{-2}$ .

На рисунке 1 приведены потенциалы Вудс-Саксона (WS) и Гаусса (G) для основного состояния в зависимости от радиальной координаты. По графику видно, что для радиальной сетки  $r \in [0, r_m]$  можно взять  $r_m = 8 fm$ .

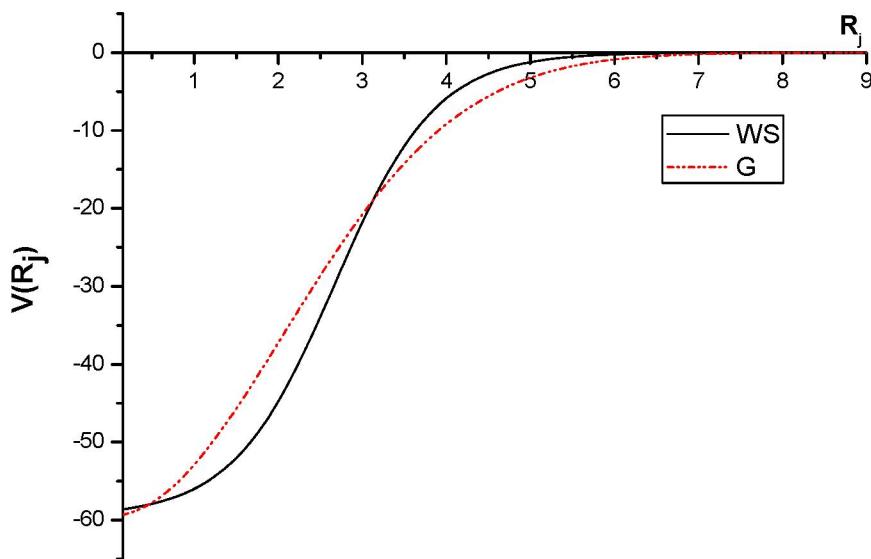


Рисунок 1 - Форма потенциала Вудс-Саксона и Гаусса для основного состояния  $^{11}\text{Be}$  в зависимости от радиальной переменной

Результаты для основного состояния показаны в таблице 4. Численные результаты сравниваются с аналитическим решением, в качестве аналитического взяли первый порядок теории возмущения [12].

Таблица 4 - Сдвиг энергии основного состояния  $^{11}\text{Be}$  за счет влияния внешнего магнитного поля

$R_m=8$ $M=200$	$\Delta E_{\text{теор.воз}}(B_z)$	$\Delta E_{\text{чис.}}(B_z)$ Гаусс	$\Delta E_{\text{чис.}}(B_z)$ Вудс-Саксон	$\Delta E_{\text{теор.воз}}(B_z)$	$\Delta E_{\text{чис.}}(B_z)$ Гаусс	$\Delta E_{\text{чис.}}(B_z)$ Вудс-Саксон	
B (Gauss)	$m_s=+1/2$ проекция спина			$m_s= -1/2$ проекция спина			
0.1	0.0003	0.0003	0.0003	-0.0003	-0.0003	-0.0003	
1	0.0030	0.0030	0.0030	-0.0030	-0.0030	-0.0030	
10	0.0300	0.0301	0.0301	-0.0300	-0.0300	-0.0300	
100	0.3008	0.3008	0.3008	-0.3008	-0.3008	-0.3008	
200	0.6016	0.6016	0.6016	-0.6016	-0.6016	-0.6016	
300	0.9024	0.9025	0.9025	-0.9024	-0.9025	-0.9025	
400	1.2033	1.2033	1.2033	-1.2033	-1.2033	-1.2033	
500	1.5041	1.5041	1.5041	-1.5041	-1.5041	-1.5041	
1000	3.0082	3.0082	3.0082	-3.0082	-3.0082	-3.0082	
2000	6.0165	6.0165	6.0165	-6.0165	-6.0165	-6.0165	

УШ с учетом возмущения записывается как:

$$(H_0 + \Delta V)R_0(r) = E'_0 R_0(r) \quad (27)$$

$$E_0' = E_0 + \Delta E$$

Сдвиги энергии по теории возмущения вычисляются как:

$$\begin{aligned} \Delta E_{\frac{1}{2}} &= \int_0^{\infty} R_0(r) \Delta V_{\frac{1}{2}}(r) R_0(r) dr \\ \Delta E_{-\frac{1}{2}} &= \int_0^{\infty} R_0(r) \Delta V_{-\frac{1}{2}}(r) R_0(r) dr \end{aligned} \quad (28)$$

Для проверки численного результата напряженность поля меняли от 0.1 до 2000 Гаусс; видно, что результаты хорошо совпадают с аналитическими.

На рисунке 2 показаны волновые функции s-состояния  $^{11}\text{Be}$  для проекции спина +1/2 (рис а) и -1/2 (рис б). Чёрным обозначены для потенциала Вудс-Саксона (WS), красным – Гаусса (G). При изменении магнитного поля волновые функции не меняются.

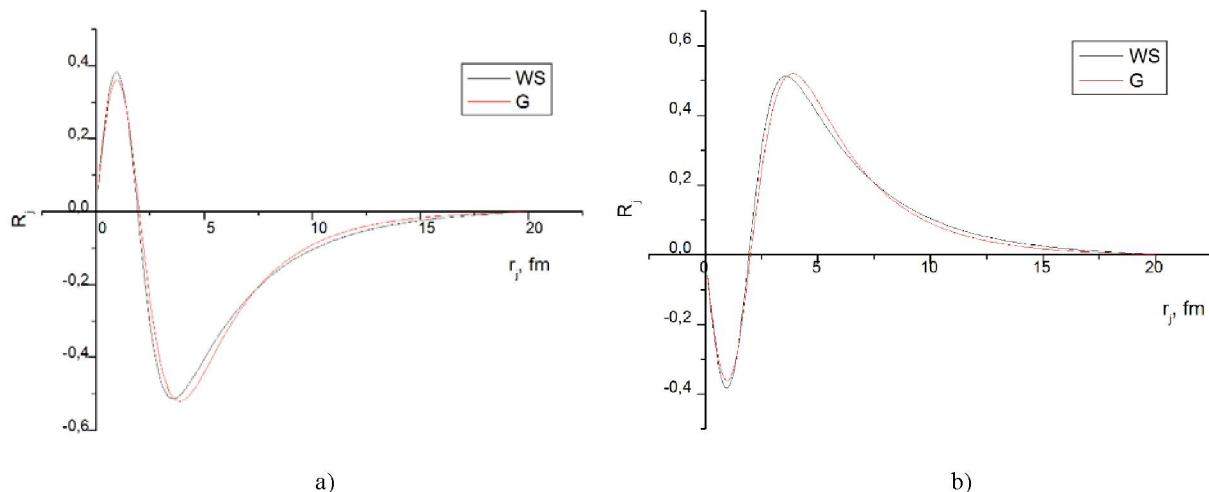


Рисунок 2- а) Радиальная волновая функция когда спин направлен вверх (+1/2) и б) когда спин направлен вниз (-1/2)

### Заключение.

Применяя численные методы, в данной работе в качестве тестовой программы были воспроизведены энергетические уровни ядра  $^{11}\text{Be}$  с использованием потенциала Вудс-Саксона для описания ядерного взаимодействия как в работах [6,9]. Ядро  $^{11}\text{Be}$  рассматривается как нейтронное гало, состоящий из кора  $^{10}\text{Be}$  и одного нейтрана [6,9].

Также были рассчитаны сдвиги уровней энергии за счет влияния магнитного поля, с использованием двух разных потенциалов: форм Вудс-Саксона и Гауссом. Численные результаты совпадают с аналитическим решением, в качестве аналитического выбран первый порядок теории возмущения.

Это работа является начальным этапом работы по исследованию развала гало ядер в квантовомеханическом подходе. Планируется детальное исследование влияние внешнего поля на развал гало ядра, применяя численную методику решения нестационарного УШ.

Авторы выражают благодарность профессору В.С. Мележику за постановку задачи и связанные с ней дискуссии.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Tanihata I., Hamagaki H., Hashimoto O., Nagamiya S., Shida Y., Yoshikawa N., Yamakawa O., Sugimoto K., Kobayashi T., Greiner D.E., Takahashi N., Nojiri Y. Phys. Lett. B **160**, 380 (1985) DOI: 10.1016/0370-2693(85)90005-X.
- [2] Tanihata I., Hamagaki H., Hashimoto O., Shida Y., Yoshikawa N., Sugimoto K., Yamakawa O., Kobayashi T., Takahashi N. Phys. Rev. Lett. **55**, 2676 (1985) DOI: 10.1103/PhysRevLett.55.2676.

- [3] Belyaeva T.L., Perez-Torres R., Ogloblin A.A., Demyanova A.S., Ershov S.N., Goncharov S.A. Phys. Rev. C**90**, 064610 (2014) DOI: 10.1103/PhysRevC.90.064610.
- [4] BazA.I. Advances in Physics, **8**, 349 (1959) DOI: 10.1080/00018735900101218.
- [5] Demyanova A.S., Ogloblin A.A., Danilov A.N., Goncharov S.A., Belyaeva T.L., Sobolev Yu.G., Khlebnikov S.V., Burtebaev N., Trzaska W., Heikkinen P., Tyurin G.P., Janseitov D., Gurov Yu.B. EPJ Web of Conferences, **117**, 0401, (2016) DOI: 10.1051/epjconf/201611704012.
- [6] Melezhik V.S., BayeD. Phys. Rev. C **59**, 3232 (1999) DOI: 10.1103/PhysRevC.59.3232.
- [7] Melezhik V.S., BayeD. Phys. Rev. C**64**, 054612 (2001) DOI: 10.1103/PhysRevC.64.054612.
- [8] Ershov S.N., Danilin B.V., Vaagen J.S. Phys. Rev. C **74**, 014603 (2006) DOI: 10.1103/PhysRevC.74.014603.
- [9] Capel P., Baye D., Melezhik V.S. Phys. Rev. C **68**, 014612 (2003) DOI: 10.1103/PhysRevC.68.014612.
- [10] Ershov S.N. Danilin B.V. Pepan **39**(6), 1623 (2008), ISSN 1814-7445 (In Russian).
- [11] Landau L.D., Lifshitz E.M. *Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory. Vol. 3 (3rd ed.)* (Pergamon Press, 1977) ISBN-13: 978-0750635394.
- [12] Kalitkin N.N. *Numerical Methods* (Saint Petersburg, 2011) ISBN 978-5-9775-0500-0.
- [13] Marchuk G.I. *Methods of Computational Mathematics* (Nauka, 1989) ISBN 5-02-014222-0 (In Russian).
- [14] Ershov S.N., Danilin B.V., RogdeT. and Vaagen J.S. Phys. Rev. Lett. **82** 908 (1999) DOI: 10.1103/PhysRevLett.82.908.
- [15] Balashev V.V., Dolinov V.K. *The course of quantum mechanics: Regular and chaotic dynamics* (Moscow, 2001) ISBN 5-93972-077-3. (In Russian)
- [16] Voronov V.K. Sorosovskii Educational Journal, **10** (1996) (In Russian).

**Сведения об авторах:**

Жаугашева Сауле Аманбаевна – к.ф.-м.н., ассоциированный профессор КТиЯФ, КазНУ;  
Джансейтов Даанияр Маралович – PhD, старший научный сотрудник ЛНЭЯР ИЯФ;  
Валиолда Динара Салаваткызы – докторант PhDKтиЯФКазНУ;  
Жусупова Назым – магистр, ведущий специалист КТиЯФКазНУ.