**N E W S**
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
**PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES**
ISSN 1991-346X
Volume 3, Number 301 (2015), 5 – 14

# ON THE UNIQUE SOLVABILITY OF A NONLOCAL PROBLEM WITH INTEGRAL CONDITIONS FOR SYSTEM OF HYPERBOLIC EQUATIONS OF THE SECOND ORDER

**A. T. Asanova**

Institute of Mathematics and Mathematical Modeling of the MES RK, Almaty, Kazakhstan.
E-mail: anarasanova@list.ru

**Key words:** hyperbolic, condition, integral, solvability, algorithm.

**Abstract.** The nonlocal boundary value problem with integral conditions for system of hyperbolic equations of the second order is considered. The questions of the existence of unique solution of the considering problem and ways of its construction are investigated. For the solve of nonlocal problem with integral conditions for system of hyperbolic equations of the second order a method of a introducing additional functional parameters is applied. We introduce a new unknown function as the values of the desired solution on the characteristics. The desired solution of nonlocal problem with integral conditions for system of the hyperbolic equations is replaced by the sum of the new unknown function and the introduced functional parameters. The consider nonlocal problem with integral conditions is reduced to an equivalent problem consisting of a Goursat problem for the system of hyperbolic equations with functional parameters and functional relations. The algorithms of finding solution to setting equivalent problem on the characteristics with functional parameters are proposed. The feasibility and convergence of the constructed algorithm are proved in the terms of the data to problem. Sufficient coefficient conditions of the unique solvability to the equivalent problem on the characteristics with functional parameters are established. Theorem of the existence unique classical solution to the nonlocal problem with integral conditions for system of hyperbolic equations of the second order is proved.

УДК 517.958:52/59

# ОБ ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ С ИНТЕГРАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

**А. Т. Асанова**

Институт математики и математического моделирования МОН РК, Алматы, Казахстан

**Ключевые слова:** гиперболическое, условие, интегральное, разрешимость, алгоритм.

**Аннотация.** Рассматривается нелокальная краевая задача с интегральными условиями для системы гиперболических уравнений второго порядка. Исследуются вопросы существования единственного решения рассматриваемой задачи и способы его построения. Для решения нелокальной краевой задачи с интегральными условиями для системы гиперболических уравнений второго порядка применяется метод введения дополнительных функциональных параметров. Вводятся новые неизвестные функции как значения искомого решения на характеристиках. Искомое решение нелокальной краевой задачи с интегральными условиями

для системы гиперболических уравнений заменяется на сумму новой неизвестной функции и введенных функциональных параметров. Рассматриваемая нелокальная задача с интегральными условиями сводится к эквивалентной задаче, состоящей из задачи Гурса для системы гиперболических уравнений с функциональными параметрами и функциональным соотношениям. Предложены алгоритмы нахождения решения полученной эквивалентной задачи на характеристиках с функциональными параметрами. Доказана осуществимость и сходимость построенного алгоритма в терминах данных задачи. Установлены коэффициентные достаточные условия однозначной разрешимости эквивалентной задачи на характеристиках с функциональными параметрами. Доказана теорема о существовании единственного классического решения нелокальной краевой задачи с интегральными условиями для системы гиперболических уравнений второго порядка.

Рассматривается нелокальная краевая задача с интегральными условиями для системы гиперболических уравнений второго порядка в области $\Omega = [0,T]\times[0,\omega]$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t\partial x} = A(t,x)\frac{\partial u}{\partial x} + B(t,x)\frac{\partial u}{\partial t} + C(t,x)u + f(t,x), \tag{1}$$

$$\int_0^a K(t,\xi)u(t,\xi)d\xi = \psi(t),\ t\in[0,T], \tag{2}$$

$$\int_0^b K(\tau,x)u(\tau,x)d\tau = \varphi(x),\ x\in[0,\omega], \tag{3}$$

где $(n\times n)$-матрицы $A(t,x)$, $B(t,x)$, $C(t,x)$, $n$- вектор-функция $f(t,x)$ непрерывны на $\Omega$, $(n\times n)$-матрица $K(t,x)$ непрерывно дифференцируема на $\Omega$ по обеим переменным, $n$- вектор-функции $\psi(t)$, $\varphi(x)$ непрерывно дифференцируемы на $[0,T]$, $[0,\omega]$, соответственно. Предполагается, что функции $\psi(t)$ и $\varphi(x)$ удовлетворяют соотношению $\int_0^a \varphi(\xi)d\xi = \int_0^b \psi(\tau)d\tau$.

Пусть $C(\Omega,R^n)$ - пространство функций $u:\Omega\to R^n$, непрерывных на $\Omega$, с нормой $\|u\|_0 = \max\limits_{(t,x)\in\Omega}\|u(t,x)\|$, $\|u(t,x)\| = \max\limits_{i=\overline{1,n}} |u_i(t,x)|$.

Функция $u(t,x)\in C(\Omega,R^n)$, имеющая частные производные $\frac{\partial u(t,x)}{\partial x}\in C(\Omega,R^n)$, $\frac{\partial u(t,x)}{\partial t}\in C(\Omega,R^n)$, $\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial t\partial x}\in C(\Omega,R^n)$ называется классическим решением задачи (1) - (3), если она удовлетворяет системе уравнений (1) и интегральным условиям (2), (3).

Нелокальные задачи с интегральными условиями возникают при математическом моделировании различных физических явлений, например, процессов распространения тепла [1-3], физики плазмы [4], технологии очистки кремния [5], влагопереноса в капиллярно-пористых средах [6-8] и др. Использование интегральных соотношений вместо краевых условий на искомое решение соответствующего дифференциального уравнения оказалось достаточно удобным аппаратом математического исследования. Систематическое изучение нелокальных краевых задач, в которых вместо классических краевых условий задается связь между значениями искомой функции на границе области и внутри нее, проведено в [9]. Нелокальные краевые задачи с интегральными условиями для гиперболических уравнений начали изучаться относительно недавно, некоторые классы задач и библиографию можно посмотреть в [10-21]. С помощью различных методов были получены условия классической, обобщенной разрешимости задачи с интегральными условиями для гиперболических уравнений. Задача (1)-(3) для одномерного случая при $a=\omega$, $b=T$ исследовалась в работе [19]. Выяснены условия разрешимости рассматриваемой задачи при предположении непрерывной дифференцируемости коэффициентов $A(t,x)$, $B(t,x)$.

В работах [22, 23] рассматривалась нелокальная краевая задача с интегральным условием по временной переменной для системы гиперболических уравнений со смешанной производной.

Установлены необходимые и достаточные условия корректной разрешимости исследуемой задачи в терминах исходных данных и предложены алгоритмы его нахождения.

Отметим, что при исследовании задач с интегральными условиями дя гиперболических уравнений возникают ряд трудностей, связанных с изучением сопряженной задачи и построением функции Римана. Одним из путей преодоления этих трудностей является сведение их к обычным нелокальным условиям. Однако, это не всегда удается сделать на основе классических методов.

В настоящей работе нелокальная задача с интегральными условиями для системы гиперболических уравнений на основе метода введения функциональных параметров [24, 25] сведена к задаче Гурса для системы гиперболических уравнений с параметрами и функциональным соотношениям. Получены условия существования единственного классического решения изучаемой задачи в терминах исходных данных. Предложен алгоритм построения приближенных решений и доказана его сходимость. Относительно коэффициентов системы гиперболических уравнений (1) предполагается только непрерывность в области $\Omega$. Указанный метод ранее был применен к частному случаю задачи (1)-(3), при $K(t,x)=I$, где $I$ - единичная матрица размерности $n$ в работе [26].

Схема метода введения функциональных параметров.

Введем обозначения $\lambda(x)=u(0,x)-\frac{1}{2}u(0,0)$, $\mu(t)=u(t,0)-\frac{1}{2}u(0,0)$. В задаче (1)-(3) осуществим замену искомой функции $u(t,x)$: $u(t,x)=\tilde{u}(t,x)+\lambda(x)+\mu(t)$ и перейдем к следующей задаче

$$\frac{\partial^2\tilde{u}}{\partial t\partial x}=A(t,x)\frac{\partial\tilde{u}}{\partial x}+B(t,x)\frac{\partial\tilde{u}}{\partial t}+C(t,x)\tilde{u}+f(t,x)$$

$$+A(t,x)\lambda'(x)+B(t,x)\dot{\mu}(t)+C(t,x)\lambda(x)+C(t,x)\mu(t), \tag{4}$$

$$\tilde{u}(t,0)=0,\ t\in[0,T], \tag{5}$$

$$\tilde{u}(0,x)=0,\ x\in[0,\omega], \tag{6}$$

$$\int_0^a K(t,\xi)\tilde{u}(t,\xi)d\xi+\int_0^a K(t,\xi)\lambda(\xi)d\xi+\int_0^a K(t,\xi)d\xi\cdot\mu(t)=\psi(t),\ t\in[0,T], \tag{7}$$

$$\int_0^b K(\tau,x)\tilde{u}(\tau,x)d\tau+\int_0^b K(\tau,x)d\tau\cdot\lambda(x)+\int_0^b K(\tau,x)\mu(\tau)d\tau=\varphi(x),\ x\in[0,\omega], \tag{8}$$

Решением задачи (4)-(8) является тройка функций $(\mu(t),\lambda(x),\tilde{u}(t,x))$, где функция $\tilde{u}(t,x)$ имеет непрерывные производные первого порядка и смешанную производную второго порядка на $\Omega$, функция $\mu(t)$ непрерывно дифференцируема на $[0,T]$, функция $\lambda(x)$ непрерывно дифференцируема на $[0,\omega]$, удовлетворяющая системе уравнений (4) условиям (5)-(8).

Задача (4) - (6) при фиксированных $\lambda(x)$, $\mu(t)$ является задачей Гурса относительно функции $\tilde{u}(t,x)$ в области $\Omega$. А соотношения (7), (8) позволяют определить неизвестные параметры $\lambda(x)$, $\mu(t)$, где функции $\lambda(x)$, $\mu(t)$ удовлетворяют равенству $\lambda(0)=\mu(0)$.

Введем новые неизвестные функции $\tilde{v}(t,x)=\frac{\partial\tilde{u}(t,x)}{\partial x}$, $\tilde{w}(t,x)=\frac{\partial\tilde{u}(t,x)}{\partial t}$ и запишем ее решение в виде системы трех интегральных уравнений

$$\tilde{v}(t,x)=\int_0^t\{A(\tau,x)\tilde{v}(t,x)+B(\tau,x)\tilde{w}(t,x)+C(\tau,x)\tilde{u}(t,x)+f(\tau,x)+$$

$$+A(\tau,x)\lambda'(x)+B(\tau,x)\dot{\mu}(\tau)+C(\tau,x)\lambda(x)+C(\tau,x)\mu(\tau)\}d\tau, \tag{9}$$

$$\widetilde{w}(t,x)=\int_0^x\{A(t,\xi)\widetilde{v}(t,\xi)+B(t,\xi)\widetilde{w}(t,\xi)+C(t,\xi)\widetilde{u}(t,\xi)+f(t,\xi)+$$

$$+A(t,\xi)\lambda'(\xi)+B(t,\xi)\dot{\mu}(t)+C(t,\xi)\lambda(\xi)+C(t,\xi)\mu(t)\}d\xi\,, \qquad (10)$$

$$\widetilde{u}(t,x)=\int_0^t\widetilde{w}(\tau,x)d\tau\,. \qquad (11)$$

Предположим, что матрица $K_1(t)=\int_0^a K(t,\xi)d\xi$ обратима для всех $t\in[0,T]$, а матрица $K_2(x)=\int_0^b K(\tau,x)d\tau$ обратима для всех $x\in[0,\omega]$.

Тогда из соотношений (7), (8) находим

$$\mu(t)=[K_1(t)]^{-1}\psi(t)-[K_1(t)]^{-1}\int_0^a K(t,\xi)\widetilde{u}(t,\xi)d\xi-[K_1(t)]^{-1}\int_0^a K(t,\xi)\lambda(\xi)d\xi\,,\ t\in[0,T], \qquad (12)$$

$$\lambda(x)=[K_2(x)]^{-1}\varphi(x)-[K_2(x)]^{-1}\int_0^b K(\tau,x)\widetilde{u}(\tau,x)d\tau-[K_2(x)]^{-1}\int_0^b K(\tau,x)\mu(\tau)d\tau\,,x\in[0,\omega], \qquad (13)$$

Продифференцировав соотношение (7) по $t$, а соотношение (8) – по $x$ и учитывая обозначения, получим

$$\dot{\mu}(t)=-[K_1(t)]^{-1}\int_0^a\frac{\partial K(t,\xi)}{\partial t}d\xi\cdot\mu(t)-[K_1(t)]^{-1}\int_0^a\frac{\partial K(t,\xi)}{\partial t}\lambda(\xi)d\xi-$$

$$-[K_1(t)]^{-1}\int_0^a\frac{\partial K(t,\xi)}{\partial t}\widetilde{u}(t,\xi)d\xi-[K_1(t)]^{-1}\int_0^a K(t,\xi)\widetilde{w}(t,\xi)d\xi+[K_1(t)]^{-1}\dot{\psi}(t),\ t\in[0,T], \qquad (14)$$

$$\lambda'(x)=-[K_2(x)]^{-1}\int_0^b\frac{\partial K(\tau,x)}{\partial x}d\tau\cdot\lambda(x)-[K_2(x)]^{-1}\int_0^b\frac{\partial K(\tau,x)}{\partial x}\mu(\tau)d\tau-$$

$$-[K_2(x)]^{-1}\int_0^b\frac{\partial K(\tau,x)}{\partial x}\widetilde{u}(\tau,x)d\tau-[K_2(x)]^{-1}\int_0^b K(\tau,x)\widetilde{v}(\tau,x)d\tau+[K_2(x)]^{-1}\varphi'(x)\,,\ x\in[0,\omega], \qquad (15)$$

Таким образом, имеем замкнутую систему уравнений (9) - (11), (12)-(15) для определения неизвестных $\widetilde{v}(t,x)$, $\widetilde{w}(t,x)$, $\widetilde{u}(t,x)$, $\mu(t)$, $\lambda(x)$, $\dot{\mu}(t)$, $\lambda'(x)$.

Если известны $\mu(t)$, $\lambda(x)$, $\dot{\mu}(t)$, $\lambda'(x)$, то из (9) - (11) находим функции $\widetilde{v}(t,x)$, $\widetilde{w}(t,x)$, $\widetilde{u}(t,x)$. Обратно, если известны функции $\widetilde{v}(t,x)$, $\widetilde{w}(t,x)$, $\widetilde{u}(t,x)$, то из системы уравнений (12)-(15) можем найти $\mu(t)$, $\lambda(x)$, $\dot{\mu}(t)$, $\lambda'(x)$.

Так как неизвестными являются как $\widetilde{v}(t,x)$, $\widetilde{w}(t,x)$, $\widetilde{u}(t,x)$, так и $\mu(t)$, $\lambda(x)$, $\dot{\mu}(t)$, $\lambda'(x)$, для нахождения решения задачи (4) - (8) используем итерационный метод.

Тройку $(\mu^*(t),\lambda^*(x),\widetilde{u}^*(t,x))$ - решение задачи (4) - (8), определяем как предел последовательности троек $(\mu^{(m)}(t),\lambda^{(m)}(x),\widetilde{u}^{(m)}(t,x))$, $m=0,1,2,\ldots$, по следующему алгоритму:

*Шаг-0.* а) Полагая в правой части интегрального соотношения (12) $\widetilde{u}(t,x)=0$, $\lambda(x)=\mu^{(0)}(0)$ находим $\mu^{(0)}(t)$ для всех $t\in[0,T]$, а в интегральном соотношении (13), полагая в правой части $\widetilde{u}(t,x)=0$, $\mu(t)=\lambda^{(0)}(0)$ - $\lambda^{(0)}(x)$ для всех $x\in[0,\omega]$. В соотношении (14), полагая в правой части $\mu(t)=\mu^{(0)}(t)$, $\lambda(x)=\mu^{(0)}(0)$, $\widetilde{u}(t,x)=0$, $\widetilde{w}(t,x)=0$, находим $\dot{\mu}^{(0)}(t)$ для всех $t\in[0,T]$, а в соотношении (15), полагая в правой части $\lambda(x)=\lambda^{(0)}(x)$, $\mu(t)=\lambda^{(0)}(0)$, $\widetilde{u}(t,x)=0$,

$\widetilde{v}(t,x)=0$, находим $\lambda'^{(0)}(x)$ для всех $x\in[0,\omega]$. Из системы интегральных уравнений (9)-(11) при $\mu(t)=\mu^{(0)}(t)$, $\lambda(x)=\lambda^{(0)}(x)$, $\dot{\mu}(t)=\dot{\mu}^{(0)}(t)$, $\lambda'(x)=\lambda'^{(0)}(x)$, определяем $\widetilde{v}^{(0)}(t,x)$, $\widetilde{w}^{(0)}(t,x)$, $\widetilde{u}^{(0)}(t,x)$ для всех $(t,x)\in\Omega$.

*Шаг-1.* а) Полагая в правой части интегрального соотношения (12) $\widetilde{u}(t,x)=\widetilde{u}^{(0)}(t,x)$, $\lambda(x)=\lambda^{(0)}(x)$, находим $\mu^{(1)}(t)$ для всех $t\in[0,T]$, а в интегральном соотношении (13), полагая в правой части $\widetilde{u}(t,x)=\widetilde{u}^{(0)}(t,x)$, $\mu(t)=\mu^{(0)}(t)$ - $\lambda^{(1)}(x)$ для всех $x\in[0,\omega]$. В соотношении (14), полагая в правой части $\mu(t)=\mu^{(1)}(t)$, $\lambda(x)=\lambda^{(0)}(x)$, $\widetilde{u}(t,x)=\widetilde{u}^{(0)}(t,x)$, $\widetilde{w}(t,x)=\widetilde{w}^{(0)}(t,x)$, находим $\dot{\mu}^{(1)}(t)$ для всех $t\in[0,T]$, а в соотношении (15), полагая в правой части $\lambda(x)=\lambda^{(1)}(x)$, $\mu(t)=\mu^{(0)}(t)$, $\widetilde{u}(t,x)=\widetilde{u}^{(0)}(t,x)$, $\widetilde{v}(t,x)=\widetilde{v}^{(0)}(t,x)$, находим $\lambda'^{(1)}(x)$ для всех $x\in[0,\omega]$. Из системы интегральных уравнений (9)-(11) при $\mu(t)=\mu^{(1)}(t)$, $\lambda(x)=\lambda^{(1)}(x)$, $\dot{\mu}(t)=\dot{\mu}^{(1)}(t)$, $\lambda'(x)=\lambda'^{(1)}(x)$, определяем $\widetilde{v}^{(1)}(t,x)$, $\widetilde{w}^{(1)}(t,x)$, $\widetilde{u}^{(1)}(t,x)$ для всех $(t,x)\in\Omega$.

И т.д.

*Шаг-$m$.* а) Полагая в правой части интегрального соотношения (12) $\widetilde{u}(t,x)=\widetilde{u}^{(m-1)}(t,x)$, $\lambda(x)=\lambda^{(m-1)}(x)$, находим $\mu^{(m)}(t)$ для всех $t\in[0,T]$, а в интегральном соотношении (13), полагая в правой части $\widetilde{u}(t,x)=\widetilde{u}^{(m-1)}(t,x)$, $\mu(t)=\mu^{(m-1)}(t)$ - $\lambda^{(m)}(x)$ для всех $x\in[0,\omega]$. В соотношении (14), полагая в правой части $\mu(t)=\mu^{(m)}(t)$, $\lambda(x)=\lambda^{(m-1)}(x)$, $\widetilde{u}(t,x)=\widetilde{u}^{(m-1)}(t,x)$, $\widetilde{w}(t,x)=\widetilde{w}^{(m-1)}(t,x)$, находим $\dot{\mu}^{(m)}(t)$ для всех $t\in[0,T]$, а в соотношении (15), полагая в правой части $\lambda(x)=\lambda^{(m)}(x)$, $\mu(t)=\mu^{(m-1)}(t)$, $\widetilde{u}(t,x)=\widetilde{u}^{(m-1)}(t,x)$, $\widetilde{v}(t,x)=\widetilde{v}^{(m-1)}(t,x)$, находим $\lambda'^{(m)}(x)$ для всех $x\in[0,\omega]$. Из системы интегральных уравнений (9)-(11) при $\mu(t)=\mu^{(m)}(t)$, $\lambda(x)=\lambda^{(m)}(x)$, $\dot{\mu}(t)=\dot{\mu}^{(m)}(t)$, $\lambda'(x)=\lambda'^{(m)}(x)$, определяем $\widetilde{v}^{(m)}(t,x)$, $\widetilde{w}^{(m)}(t,x)$, $\widetilde{u}^{(m)}(t,x)$ для всех $(t,x)\in\Omega$, $m=1,2,\ldots$.

Пусть $\alpha=\max\limits_{(t,x)\in\Omega}\|A(t,x)\|$, $\beta=\max\limits_{(t,x)\in\Omega}\|B(t,x)\|$, $\chi=\max\limits_{(t,x)\in\Omega}\|C(t,x)\|$, $H=\alpha+\beta+\chi$, $\sigma=\max\limits_{(t,x)\in\Omega}\|K(t,x)\|$, $\sigma_1=\max\limits_{(t,x)\in\Omega}\left\|\dfrac{\partial K(t,x)}{\partial t}\right\|$, $\sigma_2=\max\limits_{(t,x)\in\Omega}\left\|\dfrac{\partial K(t,x)}{\partial x}\right\|$, $\gamma_1(t)=\left\|[K_1(t)]^{-1}\right\|$, $\gamma_2(x)=\left\|[K_2(x)]^{-1}\right\|$, $\bar{\gamma}_1=\max\limits_{t\in[0,T]}\gamma_1(t)$, $\bar{\gamma}_2=\max\limits_{x\in[0,\omega]}\gamma_2(x)$,

$$\kappa_1(a,b)=\max(T,\omega)\sigma\left[\bar{\gamma}_1\left(e^{H(T+a)}-e^{HT}\right)+\bar{\gamma}_2\left(e^{H(b+\omega)}-e^{Hb}\right)\right]+\max(\bar{\gamma}_1a,\bar{\gamma}_2b)\sigma,$$

$$\kappa_2(a)=(\bar{\gamma}_1\sigma_1a\sigma+\sigma_1+\sigma)\bar{\gamma}_1\max(T,\omega)\cdot\left[e^{H(T+a)}-e^{HT}\right]+(\bar{\gamma}_1a\sigma+1)\bar{\gamma}_1a\sigma_1,$$

$$\kappa_3(b)=(\bar{\gamma}_2\sigma_2b\sigma+\sigma_2+\sigma)\bar{\gamma}_2\max(T,\omega)\cdot\left[e^{H(b+\omega)}-e^{H\omega}\right]+(\bar{\gamma}_2b\sigma+1)\bar{\gamma}_2b\sigma_2.$$

Условия следующего утверждения позволяют установить сходимость предложенного алгоритма и однозначную разрешимость задачи (4)-(8).

**Теорема 1**. *Пусть*

*i) матрицы $A(t,x)$, $B(t,x)$, $C(t,x)$, вектор-функция $f(t,x)$ непрерывны на $\Omega$;*

*ii) вектор-функции $\psi(t)$, $\varphi(x)$ непрерывно дифференцируемы на $[0,T]$, $[0,\omega]$, соответственно, и удовлетворяют соотношению $\int\limits_0^a\varphi(\xi)d\xi=\int\limits_0^b\psi(\tau)d\tau$;*

*iii) матрица* $K_1(t)=\int_0^a K(t,\xi)d\xi$ *обратима для всех* $t\in[0,T]$, *а матрица*

$K_2(x)=\int_0^b K(\tau,x)d\tau$ *обратима для всех* $x\in[0,\omega]$;

*iv) выполняется неравенство* $q(a,b)=\max(\kappa_1(a,b),\kappa_2(a),\kappa_3(b))<1$.

*Тогда задача (4) - (8) имеет единственное решение.*

Доказательство. Используя нулевой шаг алгоритма из интегрального соотношения (12), определим $\mu^{(0)}(t)$:

$$\mu^{(0)}(t)=[K_1(t)]^{-1}\psi(t)-[K_1(t)]^{-1}\int_0^a K(t,\xi)d\xi\cdot\mu^{(0)}(0),\ t\in[0,T],$$

отсюда
$$\mu^{(0)}(0)=\frac{1}{2}[K_1(0)]^{-1}\psi(0),$$

и
$$\mu^{(0)}(t)=[K_1(t)]^{-1}\psi(t)-\frac{1}{2}[K_1(0)]^{-1}\psi(0),\ t\in[0,T], \tag{16}$$

а из интегрального соотношения (13) определим $\lambda^{(0)}(x)$:

$$\lambda^{(0)}(x)=[K_2(x)]^{-1}\varphi(x)-[K_2(x)]^{-1}\int_0^b K(\tau,x)d\tau\cdot\lambda^{(0)}(0),\ x\in[0,\omega],$$

отсюда
$$\lambda^{(0)}(0)=\frac{1}{2}[K_2(0)]^{-1}\varphi(0),$$

и
$$\lambda^{(0)}(x)=[K_2(x)]^{-1}\varphi(x)-\frac{1}{2}[K_2(0)]^{-1}\varphi(0),\ x\in[0,\omega]. \tag{17}$$

Из соотношений (14), (15) определяем $\dot\mu^{(0)}(t)$, $\lambda'^{(0)}(x)$:

$$\dot\mu^{(0)}(t)=-[K_1(t)]^{-1}\int_0^a\frac{\partial K(t,\xi)}{\partial t}d\xi\cdot[K_1(t)]^{-1}\psi(t)+[K_1(t)]^{-1}\dot\psi(t),\ t\in[0,T], \tag{18}$$

$$\lambda'^{(0)}(x)=-[K_2(x)]^{-1}\int_0^b\frac{\partial K(\tau,x)}{\partial x}d\tau\cdot[K_2(x)]^{-1}\varphi(x)+[K_2(x)]^{-1}\varphi'(x),\ x\in[0,\omega]. \tag{19}$$

Решая систему интегральных уравнений (9) - (11) при найденных значениях параметров, находим $\tilde v^{(0)}(t,x)$, $\tilde w^{(0)}(t,x)$, $\tilde u^{(0)}(t,x)$.

Имеют место оценки

$$\|\tilde v^{(0)}(t,x)\|\le\max(T,\omega)e^{H(t+x)}M,\ \|\tilde w^{(0)}(t,x)\|\le\max(T,\omega)e^{H(t+x)}M,$$

$$\|\tilde u^{(0)}(t,x)\|\le\max(T,\omega)e^{H(t+x)}M,$$

где $M=\alpha\max\limits_{x\in[0,\omega]}\left\|\lambda'^{(0)}(x)\right\|+\beta\max\limits_{t\in[0,T]}\left\|\dot\mu^{(0)}(t)\right\|+\chi\max\limits_{x\in[0,\omega]}\left\|\lambda^{(0)}(x)\right\|+\chi\max\limits_{t\in[0,T]}\left\|\mu^{(0)}(t)\right\|+\max\limits_{(t,x)\in\Omega}\left\|f(t,x)\right\|$.

Находя последующие приближения из $m$-го и $(m+1)$-го шагов, $m=1,2,\ldots$, и оценивая их разности, получим

$$\left\|\mu^{(m+1)}(t)-\mu^{(m)}(t)\right\|\le\gamma_1(t)\int_0^a\|K(t,\xi)\|\cdot\left\{\left\|\tilde u^{(m)}(t,\xi)-\tilde u^{(m-1)}(t,\xi)\right\|+\left\|\lambda^{(m)}(\xi)-\lambda^{(m-1)}(\xi)\right\|\right\}d\xi, \tag{20}$$

$$\left\|\lambda^{(m+1)}(x)-\lambda^{(m)}(x)\right\|\le\gamma_2(x)\int_0^b\|K(\tau,x)\|\cdot\left\{\left\|\tilde u^{(m)}(\tau,x)-\tilde u^{(m-1)}(\tau,x)\right\|+\left\|\mu^{(m)}(\tau)-\mu^{(m-1)}(\tau)\right\|\right\}d\tau, \tag{21}$$

$$\left\|\dot{\mu}^{(m+1)}(t)-\dot{\mu}^{(m)}(t)\right\| \le \gamma_1(t)\int_0^a\left\|\frac{\partial K(t,\xi)}{\partial t}\right\|d\xi\cdot\left\|\mu^{(m+1)}(t)-\mu^{(m)}(t)\right\|+$$

$$+\gamma_1(t)\int_0^a\left\|\frac{\partial K(t,\xi)}{\partial t}\right\|\cdot\left\{\left\|\lambda^{(m)}(\xi)-\lambda^{(m-1)}(\xi)\right\|+\left\|\widetilde{u}^{(m)}(t,\xi)-\widetilde{u}^{(m-1)}(t,\xi)\right\|\right\}d\xi+$$

$$+\gamma_1(t)\int_0^a\left\|K(t,\xi)\right\|\cdot\left\|\widetilde{w}^{(m)}(t,\xi)-\widetilde{w}^{(m-1)}(t,\xi)\right\|d\xi\,, \tag{22}$$

$$\left\|\lambda'^{(m+1)}(x)-\lambda'^{(m)}(x)\right\| \le \gamma_2(x)\int_0^b\left\|\frac{\partial K(\tau,x)}{\partial x}\right\|d\tau\cdot\left\|\lambda^{(m+1)}(x)-\lambda^{(m)}(x)\right\|+$$

$$+\gamma_2(x)\int_0^b\left\|\frac{\partial K(\tau,x)}{\partial x}\right\|\cdot\left\{\left\|\mu^{(m)}(\tau)-\mu^{(m-1)}(\tau)\right\|+\left\|\widetilde{u}^{(m)}(\tau,x)-\widetilde{u}^{(m-1)}(\tau,x)\right\|\right\}d\tau+$$

$$+\gamma_2(x)\int_0^b\left\|K(\tau,x)\right\|\cdot\left\|\widetilde{v}^{(m)}(\tau,x)-\widetilde{v}^{(m-1)}(\tau,x)\right\|d\tau\,, \tag{23}$$

$$\|\,\widetilde{v}^{(m+1)}(t,x)-\widetilde{v}^{(m)}(t,x)\,\| \le \max(T,\omega)e^{H(t+x)}\left\{\alpha\max_{x\in[0,\omega]}\left\|\lambda'^{(m+1)}(x)-\lambda'^{(m)}(x)\right\|+\right.$$

$$\left.+\beta\max_{t\in[0,T]}\left\|\dot{\mu}^{(m+1)}(t)-\dot{\mu}^{(m)}(t)\right\|+\chi\max_{x\in[0,\omega]}\left\|\lambda^{(m+1)}(x)-\lambda^{(m)}(x)\right\|+\chi\max_{t\in[0,T]}\left\|\mu^{(m+1)}(t)-\mu^{(m)}(t)\right\|\right\}, \tag{24}$$

$$\|\,\widetilde{w}^{(m+1)}(t,x)-\widetilde{w}^{(m)}(t,x)\,\| \le \max(T,\omega)e^{H(t+x)}\left\{\alpha\max_{x\in[0,\omega]}\left\|\lambda'^{(m+1)}(x)-\lambda'^{(m)}(x)\right\|+\right.$$

$$\left.+\beta\max_{t\in[0,T]}\left\|\dot{\mu}^{(m+1)}(t)-\dot{\mu}^{(m)}(t)\right\|+\chi\max_{x\in[0,\omega]}\left\|\lambda^{(m+1)}(x)-\lambda^{(m)}(x)\right\|+\chi\max_{t\in[0,T]}\left\|\mu^{(m+1)}(t)-\mu^{(m)}(t)\right\|\right\}, \tag{25}$$

$$\|\,\widetilde{u}^{(m+1)}(t,x)-\widetilde{u}^{(m)}(t,x)\,\| \le \max(T,\omega)e^{H(t+x)}\left\{\alpha\max_{x\in[0,\omega]}\left\|\lambda'^{(m+1)}(x)-\lambda'^{(m)}(x)\right\|+\right.$$

$$\left.+\beta\max_{t\in[0,T]}\left\|\dot{\mu}^{(m+1)}(t)-\dot{\mu}^{(m)}(t)\right\|+\chi\max_{x\in[0,\omega]}\left\|\lambda^{(m+1)}(x)-\lambda^{(m)}(x)\right\|+\chi\max_{t\in[0,T]}\left\|\mu^{(m+1)}(t)-\mu^{(m)}(t)\right\|\right\}. \tag{26}$$

Введем обозначение

$$\Delta_m=\max\left(\max_{x\in[0,\omega]}\left\|\lambda'^{(m+1)}(x)-\lambda'^{(m)}(x)\right\|,\max_{t\in[0,T]}\left\|\dot{\mu}^{(m+1)}(t)-\dot{\mu}^{(m)}(t)\right\|,\right.$$

$$\left.\max_{x\in[0,\omega]}\left\|\lambda^{(m+1)}(x)-\lambda^{(m)}(x)\right\|+\max_{t\in[0,T]}\left\|\mu^{(m+1)}(t)-\mu^{(m)}(t)\right\|\right).$$

Тогда из соотношений (20)-(23), с учетом оценок (24)-(26), получим основное неравенство

$$\Delta_m \le \max(\kappa_1(a,b),\kappa_2(a),\kappa_3(b))\Delta_{m-1}=q(a,b)\Delta_{m-1},\ m=1,2,\ldots\ . \tag{27}$$

Из неравенства (27) и условия *iv)* $q(a,b)<1$ вытекает сходимость последовательности $\{\Delta_m\}$ при $m\to\infty$ к $\Delta^*$. Отсюда получаем равномерную сходимость последовательностей $\{\lambda^{(m)}(x)\}$, $\{\lambda'^{(m)}(x)\}$, $\{\mu^{(m)}(t)\}$, $\{\dot{\mu}^{(m)}(t)\}$ при $m\to\infty$ соответственно к $\lambda^*(x)$, $\lambda'^*(x)$, $\mu^*(t)$, $\dot{\mu}^*(t)$ для всех $x\in[0,\omega]$, $t\in[0,T]$. Функции $\lambda^*(x)$, $\mu^*(t)$ являются непрерывными на $[0,\omega]$, $[0,T]$, соответственно. Из равномерной сходимости последовательностей $\{\lambda'^{(m)}(x)\}$, $\{\dot{\mu}^{(m)}(t)\}$ при $m\to\infty$ вытекает, что $\dfrac{d\lambda^*(x)}{dx}=\lambda'^*(x)$ для всех $x\in[0,\omega]$ и $\dfrac{d\mu^*(t)}{dt}=\dot{\mu}^*(t)$ для всех $t\in[0,T]$.

На основе оценок (24), (25), (26) установим равномерную сходимость последовательностей $\{\tilde{v}^{(m)}(t,x)\}$, $\{\tilde{w}^{(m)}(t,x)\}$, $\{\tilde{u}^{(m)}(t,x)\}$ при $m \to \infty$ к функциям $\tilde{v}^*(t,x)$, $\tilde{w}^*(t,x)$, $\tilde{u}^*(t,x)$, соответственно, для всех $(t,x) \in \Omega$. Очевидно, что функция $\tilde{u}^*(t,x)$ является непрерывной на $\Omega$ и имеет непрерывные частные производные $\dfrac{\partial \tilde{u}^*(t,x)}{\partial x} = \tilde{v}^*(t,x)$, $\dfrac{\partial \tilde{u}^*(t,x)}{\partial t} = \tilde{w}^*(t,x)$ для всех $(t,x) \in \Omega$.

Тройка функций $(\mu^*(t), \lambda^*(x), \tilde{u}^*(t,x))$ является решением задачи (4)-(8). Единственность решения задачи (4)-(8) доказывается от противного.

Теорема 1 доказана.

Определим сумму функций $\tilde{u}^*(t,x) + \mu^*(t) + \lambda^*(x) = u^*(t,x)$. Из эквивалентности задач (1)-(3) и (4)-(8) следует

**Теорема 2**. *Пусть выполнены условия i)-iv) теоремы 1.*

*Тогда нелокальная задача с интегральными условиями для системы гиперболических уравнений (1)-(3) имеет единственное классическое решение* $u^*(t,x)$.

**Заключение.** Таким образом, нелокальная задача с интегральными условиями для системы гиперболических уравнений (1)-(3) путем введения новых функциональных параметров $\lambda(x)$, $\mu(t)$ как значений искомой функции $u(t,x)$ на характеристиках $t=0$, $x=0$ со специальным смещением в точке $(0,0)$ и осуществления замены $u(t,x) = \tilde{u}(t,x) + \lambda(x) + \mu(t)$ сводится к эквивалентной задаче, состоящей из задачи Гурса для системы гиперболических уравнений с функциональными параметрами и интегральных соотношений относительно параметров. Построен алгоритм нахождения решения полученной задачи и доказана его сходимость. Получены условия существования единственного классического решения задачи (1)-(3) в терминах матриц $A(t,x)$, $B(t,x)$, $C(t,x)$, $K(t,x)$, чисел $\omega$, $T$, $a$, $b$.

Работа выполнена в рамках проекта № 0822/ГФ4 по грантовому финансированию научных исследований МОН РК на 2015-2017 гг.

**ЛИТЕРАТУРА**

[1] Cannon J.R. The solution of the heat equation subject to the specification of energy // Quart. Appl. Math. 1963. Vol. 217. P. 155-160.

[2] Камынин Л.И. Об одной краевой задаче теории теплопроводности с неклассическим краевым условием // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1964. Т. 4. No 6. С. 1006-1024.

[3] Ионкин Н.И. Решение одной краевой задачи теории теплопроводности с неклассическим краевым условием // Дифференц. уравнения. 1977. Т. 13. No 2. С.294-304.

[4] Самарский А.А. О некоторых проблемах современной теории дифференциальных уравнений // Дифференц. Уравнения. 1980. Т. 16. No 11. С.1221-1228.

[5] Муравей Л.А., Филиновский А.В. Об одной нелокальной краевой задаче для параболического уравнения // Матем. заметки. 1993. Т. 4. No 3. С. 98-116.

[6] Нахушев А.М. Краевые задачи для нагруженных интегро-дифференциальных уравнений гиперболического типа и некоторые их приложения к прогнозу почвенной влаги // Дифференц. уравнения. 1979. Т. 15. No 1. С. 96-105.

[7] Нахушев А.М. Об одном приближенном методе решения краевых задач для дифференциальных уравнений и его приложения к динамике почвенной влаги и грунтовых вод // Дифференц. уравнения. 1982. Т. 18. No 1. С. 72-81.

[8] Водахова В.А. Краевая задача с нелокальным условием А.М. Нахушева для одного псевдопараболического уравнения влагопереноса // Дифференц. уравнения. 1982. Т. 18. No 2. С. 280-285.

[9] Бицадзе А.В., Самарский А.А. О некоторых простейших обобщениях линейных эллиптических задач // Доклады АН СССР. 1969. Т. 185. No 4. С. 739-740.

[10] Нахушева З.А. Об одной нелокальной задаче для уравнений в частных производных // Дифференц. уравнения. 1986. Т. 22. No 1. С. 171-174.

[11] Kiguradze T. Some boundary value problems for systems of linear partial differential equations of hyperbolic type // Mem. Differential Equations and Math. Phys. 1994. Vol. 1. P. 1-144.

[12] Голубева Н.Д., Пулькина Л.С. Об одной нелокальной задаче с интегральными условиями // Матем. заметки. 1996. Т. 59. вып. 3. С. 171-174.

[13] Bouziani A. Solution forte d'un probleme mixte avec conditions non locales pour une classe d'equations hyperboliques // Bull. CI. Sci. Acad. Roy. Belg. 1997. Vol. 8. P. 53-70.

[14] Гордезиани Д.Г., Авалишвили Г.А. Решения нелокальных задач для одномерных колебаний среды // Матем. моделирование. 2000. Т. 12. No 1. С. 94-103.

[15] Пулькина Л.С. О разрешимости в $L_2$ нелокальной задачи с интегральными условиями для гиперболического уравнения // Дифференц. уравнения. 2000. Т. 36. No 2. С. 279-280.

[16] Пулькина Л.С. Нелокальная задача для нагруженного гиперболического уравнения // Труды МИАН им. В.А.Стеклова. 2002. Т. 236. С. 298-303.

[17] Нахушев А.М. Задачи со смещением для уравнений в частных производных. М.: Наука, 2006.

[18] Ткач Б.П., Урманчева Л.Б. Численно-аналитический метод отыскания решений систем с распределенными параметрами с интегральным условием

[19] // Нелинейные колебания. 2009. Т. 12. No 1. С. 110-119.

[20] Пулькина Л.С., Кечина О.М. Нелокальная задача с интегральными условиями для гиперболического уравнения в характеристическом прямоугольнике // Вестн. СамГУ. Естественнаучн. сер. 2009. No 2(68). С. 80-88.

[21] Кечина О.М. Нелокальная задача для гиперболического уравнения с условиями, заданными внутри характеристического прямоугольника // Вестн. СамГУ. Естественнаучн. сер. 2009. No 6(72). С. 50-56.

[22] Уткина Е.А. О единственности решения полуинтегральной задачи для одного уравнения четвертого порядка // Вестн. СамГУ. Естественнаучн. сер. 2010. \No 4(78). С. 98-102.

[23] Асанова А.Т. О нелокальной задаче с интегральным смещением для систем гиперболических уравнений со смешанной производной // Математический журнал. 2008. Т. 8. No 1. С. 9-16.

[24] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. Well-posedness of nonlocal boundary value problems with integral condition for the system of hyperbolic equations // Journal of Mathematical Analysis and Applications. 2013. Vol. 402. No 1. P. 167-178.

[25] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. Unique solvability of the boundary value problem for systems of hyperbolic equations with data on the characteristics // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2002. Vol.42. No 11. P. 1609-1621.

[26] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. Unique solvability of nonlocal boundary value problems for systems of hyperbolic equations // Differential Equations. 2003. Vol.39. No 10. P. 1414-1427.

[27] Асанова А.Т. О разрешимости рнелокальной краевой задачи с интегральными условиями для системы уравнений гиперболического типа //Математический журнал. 2014. Т. 14. No 2. С. 21-35.

## REFERENCES

[1] Cannon J.R. *The solution of the heat equation subject to the specification of energy*. Quart. Appl. Math. 1963. Vol. 21. P. 155-160.

[2] Kamynin L.I. *On a boundary value problem in the theory of heat conduction with a nonclassical boundary condition*. Zh. Mat. and Math. nat. 1964. V. 4. No 6. p. 1006-1024. (in Russ.).

[3] Ionkin N.I. *Solution of boundary value problems of the theory of heat conduction with a nonclassical boundary condition*. Differ. equation. 1977. V. 13. No 2. p.294-304. (in Russ.).

[4] Samarskii A.A. *On some problems of the modern theory of differential equations*. Differential. equation. 1980. V. 16. No 11. p.1221-1228. (in Russ.).

[5] Muravei L.A., Filinovskii A.V. *A nonlocal boundary value problem for a parabolic equation*. Mat. notes. 1993. V. 4. No 3. pp 98-116. (in Russ.).

[6] Nahushev A.M. *Boundary problems for loaded integro-differential equations of hyperbolic type, and some of their applications to the forecast soil moisture*. Differ. equation. 1979. V. 15. No 1. pp 96-105. (in Russ.).

[7] Nahushev A.M. *On an approximate method of solving boundary value problems for differential equations and its applications to the dynamics of soil moisture and groundwater*. Differ. equation. 1982. V. 18. No 1. pp 72-81. (in Russ.).

[8] Vodakhova V.A. *A boundary value problem with nonlocal condition of A.M. Nakhushev for one pseudo-equation moisture*. Differ. equation. 1982. V. 18. No 2. p. 280-285. (in Russ.).

[9] Bitsadze A.V., Samarskii A.A. *On some simple generalizations of linear elliptic problems. Reports of the USSR Academy of Sciences*. 1969. V. 185. No 4. pp 739-740. (in Russ.).

[10] Nahusheva Z.A. *A nonlocal problem for partial differential equations*. Differential. equation. 1986. V. 22. No 1. pp 171-174. (in Russ.).

[11] Kiguradze T. *Some boundary value problems for systems of linear partial differential equations of hyperbolic type*. Mem. Differential Equations and Math. Phys. 1994. Vol. 1. P. 1-144. (in Russ.).

[12] Golubeva N.D., Pulkina L.S. *A nonlocal problem with integral conditions*. Mat. notes. 1996. V. 59. Vol. 3, pp 171-174. (in Russ.).

[13] Bouziani A. *Solution forte d'un probleme mixte avec conditions non locales pour une classe d'equations hyperboliques*. Bull. CI. Sci. Acad. Roy. Belg. 1997. Vol. 8. P. 53-70. (in Fren.)

[14] Gordeziani D.G., Avalishvili G.A. *Decisions of non-local problems for one-dimensional medium oscillation*. Mat. Mod. 2000. V. 12. No 1. pp 94-103. (in Russ.).

[15] Pulkina L.S. *On the solvability in a nonlocal problem with integral conditions for hyperbolic equation*s. Differential. equation. 2000. V. 36. No 2. p. 279-280. (in Russ.).

[16] Pulkina L.S. *Nonlocal Problem for a Loaded Hyperbolic Equation*. Works of the MIAS n/a Steklov. V. 2002. 236 pp 298-303. (in Russ.).

[17] Nahushev A.M. *Problems with shift for partial differential equations*. M.: Nauka, 2006. (in Russ.).

[18] Tkach B.P., Urmancheva L.B. *Numerical-analytical method for finding solutions of systems with distributed parameters with an integral condition*. Nonlinear oscillations. 2009. V. 12. No 1. p. 110-119. (in Russ.).

[19] Pulkina L.S., Kechina O.M. *A nonlocal problem with integral conditions for hyperbolic equations in characteristic rectangle*. Bull. Samara State University. Estestvonauchn. Ser. 2009. No 2 (68). p. 80-88. (in Russ.).

[20] Kechina O.M. *A nonlocal problem for a hyperbolic equation with the conditions specified in the characteristic of the rectangle*. Bull. Samara State University. Estestvonauchn. Ser. 2009. No 6 (72). p. 50-56. (in Russ.).

[21] Utkina E.A. *Uniqueness of the solution poluintegralnoy problem for a fourth order equation*. Bull. Samara State University. Estestvonauchn. Ser. 2010. \ No 4 (78). p. 98-102. (in Russ.).

[22] Asanova A.T. *On a nonlocal problem with integral offset for hyperbolic systems of equations with mixed derivative*. Mathematical Journal. 2008. V. 8. No 1. pp 9-16. (in Russ.).

[23] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. *Well-posedness of nonlocal boundary value problems with integral condition for the system of hyperbolic equations.* Journal of Mathematical Analysis and Applications. 2013. Vol. 402. No 1. P.167-178. (in Russ.).

[24] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. *Unique solvability of the boundary value problem for systems of hyperbolic equations with data on the Characteristics.* Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2002. Vol.42. No 11. P.1609-1621.

[25] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. *Unique solvability of nonlocal boundary value problems for systems of hyperbolic equations*. Differential Equations. 2003. Vol.39. No 10. P.1414-1427.

[26] Asanova A.T. *On the solvability pnelokalnoy boundary value problem with integral conditions for systems of hyperbolic equations.* Mathematical Journal. 2014. V. 14. No 2. p. 21-35. (in Russ.).

## ЕКІНШІ РЕТТІ ГИПЕРБОЛАЛЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІ ҮШІН ИНТЕГРАЛДЫҚ ШАРТТАРЫ БАР БЕЙЛОКАЛ ЕСЕПТІҢ БІРМӘНДІ ШЕШІЛІМДІЛІГІ ТУРАЛЫ

**А. Т. Асанова**

ҚР БҒМ Математика және математикалық моделдеу институты, Алматы, Қазақстан

**Тірек сөздер:** гиперболалық, шарт, интегралдық, шешілімділік, алгоритм.

**Аннотация.** Екінші ретті гиперболалық теңдеулер жүйесі үшін интегралдық шарттары бар бейлокал шеттік есеп қарастырылады. Қарастырылып отырған есептің жалғыз шешімінің бар болуы мәселелері және оны құру тәсілдері зерттеледі. Екінші ретті гиперболалық теңдеулер жүйесі үшін интегралдық шарттары бар бейлокал шеттік есепті шешу үшін қосымша функционалдық парамтерлер енгізу әдісі қолданылады. Жаңа белгісіз функциялар ізделінді шешімнің характеристикалардағы мәндері ретінде енгізіледі.

Гиперболалық теңдеулер жүйесі үшін интегралдық шарттары бар бейлокал шеттік есептің ізделінді шешімі жаңа белгісіз функция мен енгізілген функционалдық параметрлердің қосындысына алмастырылады. Қарастырылып отырған интегралдық шарттары бар бейлокал шеттік есеп функционалдық параметрлері бар гиперболалық теңдеулер жүйесі үшін Гурса есебінен және функционалдық қатынастардан тұратын пара-пар есепке келтіріледі. Алынған функционалдық параметрлері бар характеристикалардағы пара-пар есептің шешімін табудың алгоритмдері ұсынылған. Құрылған алгоритмнің жүзеге асырылымдығы мен жинақтылығы есептің берілімдері терминінде дәлелденген. Функционалдық параметрлері бар характеристикалардағы пара-пар есептің бірмәнді шешілімділігінің коэффициенттік жеткілікті шарттары тағайындалған. Екінші ретті гиперболалық теңдеулер жүйесі үшін интегралдық шарттары бар бейлокал шеттік есептің жалғыз классикалық шешімінің бар болуы туралы теорема дәлелденген.

*Поступила 25.02.2015 г.*