N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 3, Number 301 (2015), 43 – 48

CORRESPONDENCE OF THE FOCK AND THE KERR METRICS

K. A. Boshkayev[1,2], S. S. Suleymanova[1], B. A. Zhami[1], A. S. Taukenova[1], Ye. K. Aimuratov[2]

[1]Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan,
[2]ICRANet, 10, Piazza della Repubblica, I-65122 Pescara, Italy.
E-mail: kuantay@mail.ru

Key words: approximate, exact solution, Einstein's equations, Fock's metric, Kerr's metric, coordinate transformations.

Abstract. In this paper we consider a procedure of comparison between the Fock approximate solution and the Kerr exact solution. Since the Kerr and Fock metrics are widely known in the scientific circles, we will use the final form of the metrics without going into their detailed derivation. The paper is purely didactic and methodological in nature. The methods of perturbation theory are applied within the approximation $\sim 1/c^2$. Approximate coordinate transformations, allowing the comparison between the Fock and Kerr metrics, have been obtained analytically. The proposed method is applicable to other external approximate solutions of Einstein's equations.

УДК 530.12

СООТВЕТСТВИЕ МЕТРИК ФОКА И КЕРРА

К. А. Бошкаев[1,2], Ш. С. Сулейманова[1], Б. А. Жами[1], А. С. Таукенова[1], Е. К. Аймуратов[2]

[1]Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан,
[2]ICRANet, Piazza della Repubblica 10, I-65122 Pescara, Italy

Ключевые слова: приближенные и точные решения уравнений Эйнштейна, метрика Фока, метрика Керра, координатные преобразования.

Аннотация. В работе рассмотрена процедура сопоставления приближенного решения Фока и точного решения Керра. Поскольку метрики Фока и Керра широко известны в научных кругах, мы будем использовать конечный вид метрик, не вдаваясь в их подробный вывод. Работа носит чисто дидактический и методический характер. Применяются методы теории возмущений в приближении $\sim 1/c^2$. Аналитически получены приближенные координатные преобразования, позволяющие сопоставить метрики Фока и Керра. Предложенная методика применима к другим приближенным внешним решениям уравнений Эйнштейна.

Введение. Метрика Фока [1-3] является постньютоновским приближенным решением уравнений Эйнштейна, которая применяется для описания геометрии вокруг астрофизического объекта со слабым гравитационным полем и медленным вращением. Данная метрика была получена в разные годы Чандрасекаром (1965) и Абдильдиным (1985) в общей интегральной форме [1, 2]. Хотя именно в работе [2] метрика Фока была впервые получена для медленно вращающегося сферически-симметричного шара (жидкого и твердого) [4]. Было продемонстрировано, что точное решение уравнений Эйнштейна для вращающегося тела, так называемая метрика Керра [5], в приближении слабых полей и медленных скоростей нетривиальным образом сводится к метрике Фока, соответствующими координатными преобразованиями [2, 4, 6]. Однако, до сих пор не удалось найти внутреннее решение Керра, даже в приближенном виде [6]. Данный факт показывает, что метрика Керра, характеризующаяся двумя мультипольными моментами, такими как полная масса и параметр вращения, может применяться только для ограниченного класса астрофизических объектов таких как, например, черные дыры [6].

Цель данной работы показать, как найти координатные преобразования с помощью теории возмущений для сопоставления метрик Фока и Керра.

Одной из самых важных концептуальных проблем классической общей теории относительности (ОТО) является определение гравитационного поля внутри компактных объектов. В действительности, известно, что в случае статичных сферически-симметричных объектов, гравитационное поле полностью описывается внутренним и внешним решениями Шварцшильда [7]. Однако, уже при учете вращения тела (исходные уравнения намного усложняются) известна только внешняя точная метрика, именуемая метрикой Керра [5]. Более 50 лет физики в поисках внутреннего решения метрики Керра, но физическое решение до сих пор не найдено. В связи с этим, основной акцент мы будем делать только на внешнее решение Фока, так как для него существует внутренний аналог [6, 8].

Для сопоставления метрики Фока с метрикой Керра, в первой вычисляются интегралы для осе-симметричного деформированного тела, зависящие от внутренней структуры [4, 6, 8, 9]. В результате выводится метрика Фока для медленно вращающегося деформированного тела с тремя параметрами: полная масса, угловой момент, квадрупольный момент [6, 8]. Затем рассматривается предельный случай для сферически-симметричного распределения масс, где квадрупольный момент тела исчезает [4, 6]. Далее метрика Керра записывается в приближении $\sim 1/c^2$ в координатах Бойера-Линдквиста и находятся координатные преобразования между двумя метриками. В итоге оба внешних решения, записанные в одних и тех же координатах, сопоставляются между собой весьма простыми алгебраическими выражениями.

Структура статьи организована следующим образом. Сначала мы представим уточненную метрику первого приближения Фока, какой она впервые была получена Абдильдиным [2, 3], в гармонических координатах Де Дондера и Ланчоса [10, 11]. Далее приведем метрику Фока с учетом квадрупольного момента и вращения, а также рассмотрим частный случай в отсутствии ньютоновского квадрупольного момента. Затем представим решение Керра в координатах Бойера-Линдквиста и кратко прокомментируем его наиболее важные свойства. Кроме того, мы найдем преобразование координат, устанавливающее связь между внешней уточненной метрикой первого приближения Фока и внешним решением Керра.

Подход Фока. Для изучения физических свойств решений уравнений Эйнштейна, Фок [9] предложил альтернативный метод, в котором параметры, входящие во внешнюю метрику, получаются с помощью физических моделей для внутренней структуры тела. Этот подход учитывает внутренние свойства гравитационного источника, и сводит задачу нахождения приближенного внутреннего решения к вычислению некоторых интегралов, которые явно зависят от физических характеристик объекта [3, 4, 12]. Таким образом, значимость внешних параметров становится более реалистичной и появляется возможность определения некоторых аспектов внутренней структуры объекта с помощью наблюдений, проводимых во внешней области тела. Итак, в этой работе мы приводим основные результаты данного подхода и изучаем возможность сопоставления его с метрикой Керра.

Внутреннее решение. Уточненная метрика первого приближения Фока была получена и исследована в довольно простой форме [2-4]. Впервые метрика была написана в исходном виде для гармонической системы координат следующим образом:

$$ds^2 = \left[c^2 - 2U + \frac{2U^2}{c^2} - \frac{2G}{c^2}\int \frac{\rho\left(\frac{3}{2}v^2 + \Pi - U\right) + 3p}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}(dx')^3 \right] dt^2 - \left(1 + \frac{2U}{c^2}\right)\left(dx_1{}^2 + dx_2{}^2 + dx_3{}^2\right) + \frac{8}{c^2}\left(U_1 dx_1 + U_2 dx_2 + U_3 dx_3\right)dt, \tag{1}$$

где c - скорость света в вакууме, G - гравитационная постоянная, U - ньютоновский гравитационный потенциал, ρ - плотность массы тела, v - скорость частицы внутри тела, Π - упругая энергия на единицу массы, p - давление, $\vec{U}$ - гравитационный векторный потенциал. Заметим, что величины ρ, v, Π и U, характеризующие внутреннюю структуру источника, зависят только от

"внутренних" координат x_i', которые определяются только внутри тела. Для упрощения обозначений мы опускаем аргументы, которые определяют координаты этой зависимости. Соответствующий тензор энергии-импульса задается как

$$T^{00} = \frac{\rho}{c^2}\left[1 + \frac{1}{c^2}\left(\frac{v^2}{2} + \Pi - U\right)\right], \quad T^{0i} = \frac{\rho}{c^2}v^i, \quad T^{ij} = \frac{1}{c^2}\left(\rho v^i v^j + p\delta^{ij}\right), \tag{2}$$

где δ^{ij} - символ Кронекера и $i, j = 1, 2, 3$. Потенциал Ньютона удовлетворяет уравнению $\Delta U = -4\pi G\rho$. Решение этого уравнения, удовлетворяющее условиям на бесконечности, может быть записано в виде объемного интеграла:

$$U = G\iiint \frac{\rho}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dx_1' dx_2' dx_3'. \tag{3}$$

Кроме того, гравитационный векторный потенциал должен непосредственно удовлетворять уравнению $\Delta U_i = -4\pi G\rho v_i$, тогда общее асимптотическое плоское решение может быть представлено в виде

$$U_i = G\iiint \frac{\rho v_i}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dx_1' dx_2' dx_3'. \tag{4}$$

Метрика Фока для деформированного тела. Рассмотрим случай, деформированных объектов, как, например, вращающийся эллипсоид. Очевидно, что если форма тела слегка отклоняется от сферической симметрии, то тело приобретает дополнительные мультипольные моменты, в частности, квадрупольный момент [7]; моменты более высокого порядка являются незначительными, особенно для медленно вращающегося эллипсоида. Мы обобщим метрику Фока, так, чтобы квадрупольный момент мог появиться явно при интегрировании (1), а также в ньютоновском потенциале. Следует отметить, что определение внешнего и внутреннего ньютоновских потенциалов для вращающегося эллипсоида является одной из классических проблем как теоретической, так и математической физики. Некоторые примеры для однородного эллипсоида рассмотрены в [7], но самые подробные сведения по этому вопросу были приведены в [13] и совсем недавно в [14].

Таким образом, внешнее решение Фока, описывающее гравитационное поле медленно вращающегося и слегка деформированного тела в гармонических координатах выглядит следующим образом:

$$ds^2 = \left[c^2 - \frac{2GM}{r} - \frac{GD}{r^3}P_2(\cos\theta) + \frac{2}{c^2}\left(\frac{GM}{r}\right)^2 + \frac{2}{c^2}\frac{G^2MD}{r^4}P_2(\cos\theta) - \frac{G\mathsf{D}}{c^2r^3}P_2(\cos\theta)\right]dt^2$$
$$-\left[1 + \frac{2GM}{c^2r} + \frac{GD}{c^2r^3}P_2(\cos\theta)\right]\left[dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)\right] + \frac{4GS_0}{c^2r}\sin^2\theta d\phi dt, \tag{5}$$

где M - полная масса тела, D - ньютоновский квадрупольный момент, D/c^2 - релятивистская поправка к ньютоновскому квадрупольному моменту D, т.е. квадрупольный момент, возникающий из-за вращения, S_0 - угловой момент тела, $P_2(\cos\theta) = \frac{1}{2}\left(3\cos^2\theta - 1\right)$ - полином Лежандра, θ - угол между радиальной координатой r и осью z. Данное решение аксиально-симметрично относительно оси z, и направление S_0 совпадает с z [6, 8].

Метрика Фока для сферически-симметричного тела. В предельном случае с нулевым вращением $S_0=0$ и исчезающими квадрупольными моментами $D = \mathsf{D} = 0$, метрика представляет приближенное решение Шварцшильда в гармонических координатах [9, 12]:

$$ds^2 = \left[c^2 - \frac{2GM}{r} + \frac{2}{c^2}\left(\frac{GM}{r}\right)^2\right]dt^2 - \left[1 + \frac{2GM}{c^2r}\right]\left[dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)\right], \tag{6}$$

Исследование метрики (5) показывает, что в грубом (нулевом) приближении для случая медленного вращения $S_0 \neq 0$, и при сохранении сферической симметрии данная метрика сводится к приближенной метрике Фока рассмотренной в [2, 4] с полной массой M, и

$$D = 0, \quad \mathrm{D} = -\frac{2\kappa S_0^2}{M}. \tag{7}$$

Здесь κ - численный множитель, характеризующий внутреннюю структуру тела, соответственно равный [2, 4, 6]

$$\kappa = \begin{cases} \kappa_L = \dfrac{4}{7}, & \textit{для жидкого тела}, \\ \kappa_S = \dfrac{15}{28}, & \textit{для твердого тела}. \end{cases} \tag{8}$$

Тогда метрика Фока принимает следующий вид:

$$ds^2 = \left[c^2 - \frac{2GM}{r} + \frac{2}{c^2}\left(\frac{GM}{r}\right)^2 + \frac{2\kappa G}{c^2 M}\frac{S_0^2}{r^3}P_2(\cos\theta)\right]dt^2$$

$$-\left[1 + \frac{2GM}{c^2 r}\right]\left[dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)\right] + \frac{4GS_0}{c^2 r}\sin^2\theta d\phi dt, \tag{9}$$

Это и есть уточненная метрика Фока для сферически-симметричного распределения масс, полученная впервые Абдильдиным [2, 4].

Метрика Керра. Для описания гравитационного поля вращающейся сферы вне источника, физически разумно предположить, что внешняя метрика должна быть асимптотически плоской. В этом случае, первым очевидным кандидатом является решение Керра в соответствующем пределе. Метрику Керра [5] в координатах Бойера-Линдквиста [13] можно записать в виде

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2\mu R}{R^2 + a^2\cos^2\Theta}\right)c^2 dt^2 - \frac{R^2 + a^2\cos^2\Theta}{R^2 - 2\mu R + a^2}dR^2 - \left(R^2 + a^2\cos^2\Theta\right)d\Theta^2 -$$

$$-\left(R^2 + a^2 + \frac{2\mu R a^2 \sin^2\Theta}{R^2 + a^2\cos^2\Theta}\right)\sin^2\Theta\, d\varphi^2 - \frac{4\mu R a \sin^2\Theta}{R^2 + a^2\cos^2\Theta}c dt\, d\varphi, \tag{10}$$

где

$$\mu = \frac{GM}{c^2}, \; a = -\frac{S_0}{cM} \tag{11}$$

Произведя разложение в ряд Тейлора по ~$1/c^2$, получим:

$$ds^2 = \left[c^2 - \frac{2GM}{R} + \frac{2G{S_0}^2}{c^2 M R^3}\cos^2\Theta\right]dt^2 - \left(1 + \frac{2GM}{c^2 R} - \frac{{S_0}^2}{c^2 M^2 R^2}\sin^2\Theta\right)dR^2$$

$$-R^2\left(1 + \frac{{S_0}^2}{c^2 M^2 R^2}\cos^2\Theta\right)d\Theta^2 - R^2\left(1 + \frac{{S_0}^2}{c^2 M^2 R^2}\right)\sin^2\Theta\, d\varphi^2 + \frac{4GS_0}{c^2 R}\sin^2\Theta\, d\varphi dt \tag{12}$$

В целях сопоставления с внешней метрикой Фока для вращающегося сферически-симметричного распределения масс, дополнительно введем новые координаты $R = R(r,\theta)$, $\Theta = \Theta(r,\theta)$; соответственно, координатные преобразования необходимо искать с помощью методов теории возмущений в виде:

$$R = r + \frac{1}{c^2}F_1(r,\theta), \qquad \Theta = \theta + \frac{1}{c^2}F_2(r,\theta) \tag{13}$$

Подставляя (13) в (12) и снова разлагая в ряд Тейлора по ~$1/c^2$, получим:

$$ds^2 = \left[c^2 - \frac{2GM}{r} + \frac{2GS_0^2\cos^2\theta}{c^2Mr^3} + \frac{2GM}{c^2r^2}F_1(r,\theta)\right]dt^2 - \left[1 + \frac{2GM}{c^2r} - \frac{S_0^2\sin^2\theta}{c^2M^2r^2} + \frac{2}{c^2}\frac{dF_1(r,\theta)}{dr}\right]dr^2$$
$$-\frac{2}{c^2}\left[\frac{dF_1(r,\theta)}{d\theta} + r^2\frac{dF_2(r,\theta)}{dr}\right]drd\theta - \left[1 + \frac{S_0^2\cos^2\theta}{c^2M^2r^2} + \frac{2}{c^2}\frac{F_1(r,\theta)}{r} + \frac{2}{c^2}\frac{dF_2(r,\theta)}{d\theta}\right]r^2d\theta^2$$
$$-\left[1 + \frac{S_0^2}{c^2M^2r^2} + \frac{2}{c^2}\frac{F_1(r,\theta)}{r} + \frac{2}{c^2}\frac{\cos\theta}{\sin\theta}F_2(r,\theta)\right]r^2\sin^2\theta d\phi^2 + \frac{4GS_0}{c^2r}\sin^2\theta d\phi dt \qquad (14)$$

Для того, чтобы найти $F_1(r,\theta)$ и $F_2(r,\theta)$, приравниваем tt и $\varphi\varphi$ компоненты метрических функции в метриках Фока (9) и Керра (14); соответственно, получаем:

$$F_1(r,\theta) = GM - \frac{\left[k + (2-3k)\cos^2\theta\right]S_0^2}{2M^2r}$$
$$F_2(r,\theta) = -\frac{\left[k + (3k-2)(2\cos^2\theta - 1)\right]S_0^2}{4M^2r^2}\frac{\sin\theta}{\cos\theta} \qquad (15)$$

Для нахождения параметра внутренней структуры k, используем найденные значения $F_1(r,\theta)$ и $F_2(r,\theta)$ в $r\theta$ компоненте метрического тензора (14) и приравняем данную компоненту нулю, так как она должна исчезнуть в силу ее отсутствия в исходных метриках. Отсюда следует, что $k = 1$ и окончательно получим

$$R = r + \frac{1}{c^2}\left(GM - \frac{S_0^2\sin^2\theta}{2M^2r}\right), \qquad \Theta = \theta - \frac{S_0^2\sin\theta\cos\theta}{2c^2M^2r^2} \qquad (16)$$

Тогда приближенная метрика Керра (12) в гармонических координатах может быть сведена к следующей форме:

$$ds^2 = \left[c^2 - \frac{2GM}{r} + \frac{2}{c^2}\left(\frac{GM}{r}\right)^2 + \frac{2G}{c^2M}\frac{S_0^2}{r^3}P_2(\cos\theta)\right]dt^2$$
$$-\left[1 + \frac{2GM}{c^2r}\right]\left[dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)\right] + \frac{4GS_0}{c^2r}\sin^2\theta d\phi dt\ , \qquad (17)$$

которая совпадает с (9) только при $k = 1$. Следовательно, уточненную метрику Фока (9) можно интерпретировать как метрику, описывающую внешнее гравитационное поле вращающегося тела второго порядка по угловой скорости. Преимущество использования этого метода заключается в нахождении приближенного решения, которое позволяет определить произвольную постоянную k. На самом деле, в случае $k = k_L = 4/7$ для жидкой сферы и $k = k_S = 15/28$ для твердой сферы, значение $k = k_K = 1$ для метрики Керра не соответствует конкретной внутренней модели. С другой стороны, все попытки найти физически разумное внутреннее решение метрики Керра не увенчались успехом. Возможно, соотношение с формализмом Фока может пролить свет на структуру внутренней модели метрики Керра.

Заключение. В работе мы исследовали решения уравнений Эйнштейна, которые широко используются в литературе для описания гравитационных полей компактных объектов. В частности, были рассмотрены внутреннее и внешнее приближенные решения Фока, решение Фока с квадрупольным моментом, решение для сферически-симметричного распределения масс и решение Керра. Мы показали, что специфический параметр k, входящий в уточненную метрику Фока, впоследствии, принимает особые значения в случае жидкой и твердой сфер. Выяснилось также, что в случае приближенной метрики Керра, этот параметр, не соответствует ни одной из известных внутренних моделей тела, проанализированных в рамках формализма Фока.

Чтобы избежать технических проблем, которые обычно возникают в процессе сопоставления решений, мы вывели координатные преобразования в приближении $\sim 1/c^2$, используя метод теории возмущений. В случаях, представленных здесь, это сделано относительно простым способом

только потому, что все преобразования координат рассчитываются не точно, а с тем же приближением, что и метрические функции. Такой подход позволяет сократить соответствующие проблемы в сопоставлении метрик на соответствующей заданной поверхности: таким образом, появляются только алгебраические условия. Используя этот метод, мы могли показать, что методика, представленная в настоящей работе, применима для сопоставления и других приближенных решений уравнений Эйнштейна.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Chandrasekhar S. Astrophys. J. 142, 1488 (1965).

[2] Абдильдин М.М. Вопросы теории поля, под редакцией С.Е. Ерматова. – Қазақ Университеті, Алма-Ата, 1985. – С. 20–25.

[3] Абдильдин М.М. Механика теории гравитации Эйнштейна. – Наука, Алма-Ата, 1988. –200 с.

[4] Абдильдин М.М. Проблема движения тел в общей теории относительности. – Қазақ Университеті, Алматы, 2006. – 132 с.

[5] Kerr R.P. Phys. Rev. Lett. 11, 237 (1963).

[6] Boshkayev K., Quevedo H., Ruffini R. Physical Review D 86, 064043 (2012)

[7] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория Поля. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 536 с.

[8] Бошкаев К.А., Кеведо Э., Абишев М.Е., Токтарбай С., Аймуратов Е.К. Известия Национальной академии наук Республики Казахстан. Серия физико-математическая. № 4. 2013. С. 3-12.

[9] Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения (М, 1961).

[10] De Donder T. La Gravifique Einsteinienne (Gauthier-Villars, Paris, 1921).

[11] Lanczos C. Phys. Z. 23, 537 (1923).

[12] Брумберг В.А. Релятивистская небесная механика (М, 1972).

[13] Chandrasekhar S. Ellipsoidal Figures of Equilibrium (Yale University Press, New Haven, CT, 1967).

[14] Meinel R., Ansorg M., Kleinwachter A., Neugebauer G., Petroff D. Relativistic Figures of Equilibrium (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2008).

REFERENCES

[1] Chandrasekhar S. *Astrophys. J.* **1965**, 142, 1488 (in Eng.).

[2] Abdildin M.M. *Problems of Field Theory*, edited by S. E. Ermatov et al. (Kazakh State University Press, Alma-Ata, 1985), pp. 20–25 (in Russ.).

[3] Abdildin M.M. *Mechanics of Einstein Gravitation Theory* (Nauka, Alma-Ata, 1988) (in Russ.).

[4] Abdildin M.M. *The Problem of Bodies Motion in General Relativity* (Kazakh University Press, Almaty, 2006) (in Russ.).

[5] Kerr R.P. *Phys. Rev. Lett.*. **1963**, 11, 237 (in Eng.).

[6] Boshkayev K., Quevedo H., Ruffini R. *Physical Review D*. **2012**, 86, 064043 (in Eng.)

[7] Landau L.D., Lifshitz E.M. *The Classical Theory of Fields* (Addison-Wesley, Reading, MA, 2003) (in Eng.).

[8] Boshkayev K., Quevedo H., Abishev M.E., Toktarbay C., Aimuratov Ye.K. *Reports of National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan*. **2013**, Number 4, 3-12 (in Russ.).

[9] Fock V.A. *Theory of Space, Time and Gravitation* (Pergamon Press, London, 1961) (in Eng.).

[10] De Donder T. *La Gravifique Einsteinienne* (Gauthier-Villars, Paris, 1921) (in French.).

[11] Lanczos C. *Phys. Z.* **1923**, 23, 537 (in Eng.).

[12] Brumberg V.A. *Essential Relativistic Celestial Mechanics* (Adam Hilger, Philadelphia, PA, 1991) (in Eng.).

[13] Chandrasekhar S. *Ellipsoidal Figures of Equilibrium* (Yale University Press, New Haven, CT, 1967) (in Eng.).

[14] Meinel R., Ansorg M., Kleinwachter A., Neugebauer G., Petroff D. *Relativistic Figures of Equilibrium* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2008) (in Eng.).

ФОК ЖӘНЕ КЕРР МЕТРИКАЛАРЫНЫҢ СӘЙКЕС БОЛУЫ

К. А. Бошкаев[1,2], Ш. С. Сулейманова[1], Б. А. Жами[1], А. С. Таукенова[1], Е. К. Аймұратов[2]

[1]Әл-Фараби атындағы ҚазҰУ, Әл-Фараби даңғылы 71, 050040 Алматы, Қазақстан,
[2]ICRANet, Piazza della Repubblica 10, I-65122 Pescara, Italy

Тірек сөздер: Эйнштейн теңдеулерінің жуық және дәл шешімдері, Фок метрикасы, Керр метрикасы, координаттық түрлендірулер.

Аннотация. Жұмыста Фоктың жуық және Керрдің дәл шешімдерін сәйкес қою әдісі қарастырылды. Бұл шешімдер ғылыми әдебиетте кеңінен белгілі болғандықтан біз олардың қорытып шығару жолын егжей-тегжейлі қарастырмаймыз, тек метрикалардың соңғы дайын түрін пайдаланамыз. Жұмыс дидактикалық және педагогикалық сипатқа ие. $\sim 1/c^2$ жуықтауында ұйытқу теорияның тәсілдері қолданылады. Фок және Керр метрикаларын сәйкес қоюға мүмкіндік беретін жуық координаттық түрлердірулер аналитикалық жолмен алынды. Ұсынылған әдісті Эйнштейннің өзге де сыртқы жуық шешімдеріне пайдалануға болады.

Поступила 25.02.2015 г.