N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 3, Number 301 (2015), 97 – 101

ABOUT DETERMINATION OF PLASTIC STRESS DISTRIBUTED COMPONENTS ACCORDING TO THE DIFFERENT CONDITIONS OF PLASTICITY

M. Yeskaliyev, G. O. Omirbek, M. K. Chanbaeva

Kazakh State women's Pedagogical University Almaty, Kazakhstan.
E-mail: Yeskaliyev@mail.ru

Key words: deformation, plastic, izotropic, tension, coefficient

Abstract. The article discusses the components of the stress distribution near the cavity beyond the elastic limit. Under the assumptions of the statistical problem of definability plastic stress component satisfies the differential equation and the equilibrium is solved by the stress function and use conditions of plasticity.

ӘОК 539.3:550.3

ӘРТҮРЛІ АҒЫМДЫҚ ШАРТТАРҒА ТӘУЕЛДІ ПЛАСТИКАЛЫҚ ОРТАДАҒЫ КЕРНЕУ КОПОНЕНТТЕРІНІҢ ТАРАЛУЫ ТУРАЛЫ

М. Е. Есқалиев, Г. Ө. Өмірбек, М. К. Чанбаева

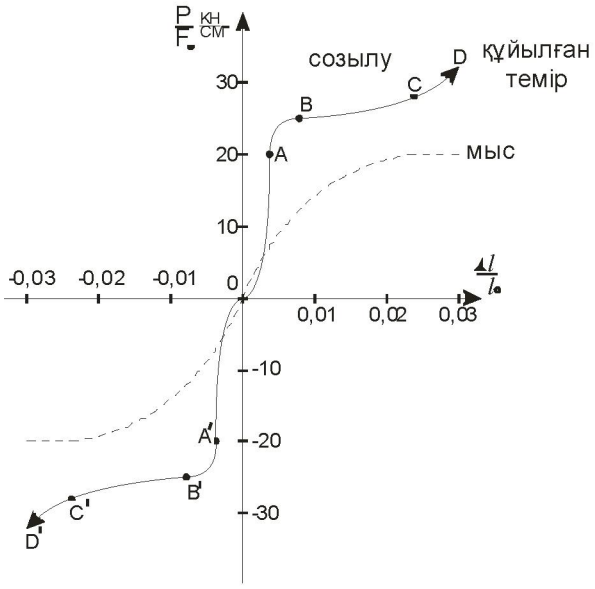
Қазақ мемлекеттік қыздар педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: деформация, пластикалық, изотропты, кернеу, коэффициент.

Аннотация. Мақалада ағымдық шарттарға тәуелді болатын денедегі пластикалық кернеу компоненттерінің қуыс маңайындағы таралуы қарастырылған. Есеп статикалық анықталғандықтан пластикалық кернеу компоненттері тепе-теңдіктің дифференциалдық теңдеулерін қанағаттандырып, кернеулік функциялармен пластикалық шарттарды пайдалана отырып шешілген.

Қатты дененің біртіндеп өсе беретін P күштің әсерінен формасының өзгеруіне қарсылылығын цилиндр нұсқалы дененің созу кезінде байқалады. Суреттің жоғарғы жағында бөлме температурасындағы жұмсақ болат және мыстың созылу диаграммасы кескінделген.

Вертикаль оське P/F_0 кернеуі, мұндағы F_0 стерженнің алғашқы көлденең ауданы, ал горизонталь оське салыстырмалы ұзару салынған, мұндағы l_0 нұсқаның алғашқы ұзындығы. *A* нүктесі шектік пропорционалдық атауына сәскес және ол серпімділік шегі *B* нүктесінен төмен орналасқан. Осы *B* нүктесінен бастап қалдық деформация пайда болады да, ұзару тез өсе бастайды; сипатталатын *BC* ағымдық ауданша пайда болады, осыдан кейін кернеу тағы да өсе бастайды. *CD* аралығы металдың бекемдік күйіне қатысты.



Цилиндрлік нұсқаны созу кезіндегі қалдық деформацияның пайда болуының диаграммасы

Ағымдық шарттар. Материалдың серпімді күйінен ағымдық күйіне көшуі қандай шарттармен сипатталатын мағынасын көрсету қажеттілігі туындайды. Ағымдық күйде орындалатын шартты ағымдық шарт (немесе пластикалық) деп атайды. Изотропты денелер үшін бұл шарт бас кернеулердің симметриялық функциясы болуы керек.

$$f = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = const = K \tag{1}$$

мұндағы К – материал тұрақтысы.

Треска-Сен-Венан шарты. Сен-Венан осы шарттың жазық деформация үшін математикалық тұжырымдамасын берді.

Кеңістік жағдайындағы осы шарттың түрі:

$$\begin{aligned} 2|\tau_1| &= |\sigma_2 - \sigma_3| \le \sigma_s, \\ 2|\tau_2| &= |\sigma_3 - \sigma_1| \le \sigma_s, \\ 2|\tau_3| &= |\sigma_1 - \sigma_2| \le \sigma_s, \end{aligned} \tag{2}$$

Қарапайым созуға ағымдық күйі кезінде

$$\sigma_1 = const = \sigma_s$$

Серпімділік күйі кезінде (2) формула орынды. Ағымдық күйі кезінде осы шарттың біреуінде немесе екеуінде теңдік белгісі болуы қажет.

Жанама кернеу қарқындылығының тұрақтылық шарты (Мизес шарты). Үш өлшемді есептерге арналған теңсіздіктермен берілген Треска-Сен-Венан ағымдық шарты кейбір математикалық қиындықтармен байланысты.

Осы жағдай Мизесті мына шартқа келеді:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_s^2 \tag{3}$$

Мизес шарты мына түрде де жазылуы мүмкін:

$$T = \frac{\sigma_3}{\sqrt{3}} \text{ т} \tag{4}$$

Таза ығысу кезінде Т = τ, онда (2.4) өрнектен

$$\tau_S = \frac{\sigma_S}{\sqrt{3}} \tag{5}$$

Бірлескен (ассоциированный) ағымдық заңы.

Ең маңызды қарапайым жағдай, ол ағымдық функциямен пластикалық потенциалдың сәйкес келуі:

$$f = \Phi$$

бұл жағдайда оның қарапайымдылығынан экстремальды ұстаным орнатылады.

Сонымен,

$$d\varepsilon_{ij}^{P} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \tag{6}$$

және пластикалық ағым ағымдық бетке нормаль бағытта дамиды. $d\lambda$ көбейткіші пластикалық деформацияның жұмысына пропорционалды.

$$d\lambda = \frac{dA_P}{mK} \tag{7}$$

Пластикалық ортадағы кернеулер статикалық анықталғандықтан, кернеу компоненттері серпімді-пластикалық шекараны есептемей-ақ табылады.

Дөңгелек қуыс маңайындағы пластикалық кернеу компоненттерін полярлық координаттық жүйеде көрсету қолайлы. Осы кернеу компоненттерін деп белгілесек, олардың жазылу түрі мына $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$ түрде болады (тепе-теңдіктің дифференциялдық теңдеулері) [1]:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} = 0 \tag{8}$$

(r = 1 болғанда) қуыс маңайындағы шекаралық шарт:

$$\sigma_r = P_0 = const \ \tau_{r\theta} = 0. \tag{9}$$

Кернеу компоненттерімен байланысты кернеулік функцияны енгізсек ол (1) тепе-теңдік дифференциялдық теңдеулерін қанағаттандырады $\varphi(r, 0)$:

$$\sigma_r = \frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2}$$

$$\sigma_\theta = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2}, \tag{10}$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial_r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial r}\right)$$

Пластикалық аумақта дене изотропты деп ескерілсе және қуыс жиегінде тек қана бірқалыпты нормаль кернеулер әсер еткенде кернеулік функция полярлық координатқа тәуелді емес. Онда кернеулік функция мына түрге келеді $\varphi(r)$.

$$\sigma_r = \frac{1}{r}\frac{d\varphi(r)}{dr},$$

$$\sigma_\theta = \frac{d^2\varphi(r)}{dr^2}, \tag{11}$$

$$\tau_{r\theta} = 0.$$

Ендігі жерде (8) және (9) теңдеулерге пластикалық шарттарды енгізуге болады, бұл шарттар дене құрамына байланысты.

Треска-Сен-Венан пластикалық шарты. Ішкі үйкеліс коэффициенті аз және шамалы қабысу коэффициенті бар денелер үшін Треска-Сен-Венан пластикалық шартын пайдалануға болады:

$$(\sigma_\theta - \sigma_r)^2 + 4\tau_{r\theta}^2 = 4k^2 \tag{12}$$

k – қабысу коэффициенті.

(11) өрнектегі кернеулік функция мәндерін (12) өрнекке қойсақ, коэффициенттері айнымалы екінші ретті жәй дифференциялдық теңдеулерді аламыз:

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} - \frac{1}{r}\frac{d\varphi}{dr} - 2k = 0 \tag{13}$$

Бұл теңдеудің жалпы шешімі:

$$\varphi(r) = kr^2\left(lnr - \frac{1}{r}\right) + \frac{r^2}{2}C_1 + C_2, \tag{14}$$

C_1, C_2 – интегралдау тұрақтылары, олар [2] әдісімен табылады.

Пластикалық ортадағы кернеу компоненттері (11) формула арқылы (9) шекаралық шартты ескере отырып, табылған (14) формула кернеулік функциямен былайша өрнектеледі:

$$\begin{gathered} \sigma_r/k = 2lnr + P_0/k, \\ \sigma_r/k = 2(lnr + 1) + P_0/k, \\ \tau_{r\theta} = 0. \end{gathered} \tag{15}$$

Декарттық жүйедегі кернеу компоненттері:

$$\begin{gathered} \sigma_x/k = \frac{lnz\bar{z} - (z-\bar{z})^2}{2|z|} + \frac{P_0}{k}, \\ \sigma_y/k = \frac{lnz\bar{z} + (z-\bar{z})^2}{2|z|} + \frac{P_0}{k}, \\ \tau_{xy}/k = \frac{(z+\bar{z})(z-\bar{z})}{2i|z|} \end{gathered} \tag{16}$$

Мұндағы $z = x + iy,\ \bar{z} = x - iy.$

Кулон-Мордың пластикалық шарты. Қабысу коэффициенті және ішкі үйкеліс коэффициенті бар, біршама қатты денелер үшін Кулон-Мор пластикалық шартын енгізуге болады:

$$(\sigma_\theta - \sigma_r)^2 + 4\tau_{r\theta}^2 = \sin^2\rho(\sigma_\theta + \sigma_r + 2k\mathrm{ctg}\rho) \tag{17}$$

Мұндағы – ρ ішкі үйкеліс коэффициенті, k - дененің қабысу коэффициенті (эксперименттік нәтижелерден алынады).

(17) өрнекке (11) кернеулік функция мәндерін қойсақ, коэффициенттері айнымалы екінші ретті жәй дифференциялдық теңдеулерді аламыз:

$$\begin{gathered} \frac{d^2\varphi}{dr^2} - \frac{\delta}{r}\frac{d\varphi}{dr} + \gamma = 0, \\ \delta = \frac{1-sin\rho}{1+sin\rho}, \gamma = \frac{cos\rho}{1+sin\rho} \end{gathered} \tag{18}$$

(18) теңдеудің жалпы шешімі [2]:

$$\varphi(r) = \frac{\gamma}{2(1-\delta)}r^2 + C_1 r^{\delta+1} + C_2 \tag{19}$$

C_1 , C_2 – интегралдау тұрақтылары.

Кулон-Мор шартын қанағаттандыратын кернеу компоненттері (11) формула арқылы (9) шекаралық шартты ескере отырып, табылған (19) формула кернеулік функциямен былайша өрнектеледі:

$$\sigma_r /k = \frac{\delta}{1-\gamma} - \left(\frac{P_0}{k} + \frac{\delta}{1-\gamma}\right) r^{\gamma-1}$$

$$\sigma_\theta /k = \frac{\delta}{1-\gamma} - \gamma\left(\frac{P_0}{k} + \frac{\delta}{1+\gamma}\right) r^{\gamma-1} \qquad (20)$$

$$\tau_{r\theta} = 0.$$

Декарттық жүйедегі кернеу компоненттері:

$$\sigma_x/k = \left[\mathrm{ctg}\rho - \sigma\left(1 - \sin\rho\frac{z^2 + \bar{z}^2}{2|z|^2}\right)\right] + \frac{P_0}{k},$$

$$\sigma_y/k = \left[\mathrm{ctg}\rho - \sigma\left(1 + \sin\rho\frac{z^2+\bar{z}^2}{2|z|^2}\right)\right] + \frac{P_0}{k}, \qquad (21)$$

$$\tau_{xy}/k = 2\sigma sin\rho\frac{z^2 - \bar{z}^2}{4i|z|^2},$$

$$z = x + iy, \bar{z} = x - iy$$

ӘДЕБИЕТ

[1] Качанов Л.Т. Основы теори пластичности. – М.: Наука, 1969.
[2] Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. – Т. 2. – М.: Наука, 1985.

REFERENCES

[1] Kachanov L.T. *Fundamentals of the theory of plasticity.* M.: The Science, **1985** (in Russ.).
[2] Piskunov N.C. *Differential and integral calculus* M.: The Science, **1985** (in Russ.).

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОМПОНЕНТ ПЛАСТИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ РАЗЛИЧНЫХ УСЛОВИЙ ПЛАСТИЧНОСТИ

М. Е. Ескалиев, Г. О. Омирбек, М. К. Чанбаева

Казахский государственный женский педагогический университет, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: деформация, пластичность, изотропность, напряжение, коэффициент.

Аннотация. В статье рассматривается распределение компонент напряжений вблизи полости за пределами упругости. В предположении статистической определимости задачи пластические компоненты напряжений удовлетворяют дифференциальным уравнениями равновесия и решаются с привлечением функции напряжений и использованием условий пластичности.

Поступила 25.02.2015 г.