N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 2, Number 306 (2016), 48–55

UDC 517.956.32

ABOUT REGULAR RESOLVABILITY OF NONLOCAL BOUNDARY VALUE PROBLEM OF THE WAVE EQUATION

M.B. Saprygina, U.S. Bayseytova, A.Sh. Shaldanbayev, I.O. Orazov

South Kazakhstan state university, Shymkent

Keywords: wave equation, nonlocal boundary value problem, regular resolvability.
Abstract. The wave equations are met in various branches of science and technicians, for example, in hydrology, seismicity, and during the studying of dynamics of distribution of waves in liquids and gas, nevertheless nonlocal boundary value problem of this equation are a little studied. The works devoted to nonlocal problems it isn't enough. In this work an attempt of studying of nonlocal problem is made by a functional method.

УДК 517.956.32

ТОЛҚЫН ТЕҢДЕУІНІҢ ШАРТАРАПТЫ ЕСЕБІНІҢ ТҰРЛАУЛЫ ШЕШІЛУІ ТУРАЛЫ

М.Б. Сапрыгина, У.С. Байсейтова, А.Ш. Шалданбаев, И.О. Оразов

М. Әуезов атындағы Оңтүстік-қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент қаласы

Түйін сөздер: толқын теңдеуі, шартарапты шекаралық шарттар, тұрлаулы шешім.
Аннотация. Толқын теңдеуі ғылым мен техниканың әртүрлі саласында кездеседі, мысалы, гидрологияда, сейсмикада газдар мен сұйықтардың таралуының динамикасын зерттеуде, десек-те, бұл теңдеудің шекаралық есептері аз зерттелген. Шартарапты шекаралық есептерге арналған зерттеулерді жоқтың қасы, десек-те, болады. Бұл еңбекте осы есепті фукционалдық әдістермен зерттеуге әрекет жасалған.

1 Кіріспе. Гиперболалық теңдеулердің шекаралық есептері аз зерттелген. Мұның бір себебі, оның характеристикалық формасының бір таңбалы болмауында болса керек, дәл осы себепті, вариациялық әдістер-де жарамайды. Тағы да, бір себебі [1], ертеректе француз ғалымы Ж-Адамар өз еңбектерінде гиперболалық теңдеулерге бастапқы есептер қолайлы, екеніне, назар аударған.

Өткен ғасырдың 60- жылдарынан бастап, математикалық физика саласына сызықтық операторлар теориясы қолданыла бастады, оған мұрындық болған К. Фридрихс [2] , Дж.Ф. Нейман [3] және С.Л.Соболевтің [4] еңбектері болса керек. Нейманның еңбектерінен бастау алған, М.И.Вишик [5] өзінің әйгілі операторларды ширату теориясын жасады, бұл еңбек Қазақстанда М.Өтелбаев [6] пен Калменовтың [7] еңбектерінде жалғасын тапты. Өкінішке орай, бұл теориялар-да гиперболалық теңдеулерде сәтсіздікке ұшырады, оның себебі мынада .Сызықтық операторлар теориясын шекаралық есептерге қолданған сәтте кішік (минимальный) оператор мен ұлық (максимальный) операторларды тұрғызу қажет болады, сонда L_0 кішік оператор болса оның сыңары (сопряженный) L_0^* ұлық оператор, болады, яғни көп жағдайда (әркез емес) $L_0 \subset L_0^*$ шарты орындалады. Сонда біздің шекаралық есебіміз осы екі оператордың арасында жатуы керек, яғни

$$L_0 \subset L \subset L_0^*$$

Әлгі, операторларды шыйрату (кеңіту) теориясында L_0 операторының қайтымды болуы талап етіледі [7,57б], яғни шектеулі L_0^{-1} - кері операторы бар болуы қажет, бұл шарт әркез орындала бермейді , мысалы,

$$L_0 u = u_{xx} - u_{yy} \, , D(L_0) = C_0^{\infty}(\Omega) \, ,$$

$\Omega = [0,1]Ч[0,1]$, болса, онда

$$u_{xx}(x,y) = sinm\pi x \cdot sinm\pi y \, , n, m = 1,2, \ldots$$

функциялары үшін

$$L_0 u_{mn} = \pi^2(m^2 - n^2) u_{mn} \, , m, n = 1,2, \ldots$$

теңдіктері орындалары, айдан анық , мұнан, біз $\lambda = 0$ шамасының L_0, операторының шексіз еселі меншікті мәні екенін көреміз, яғни L_0^{-1} операторы жоқ .

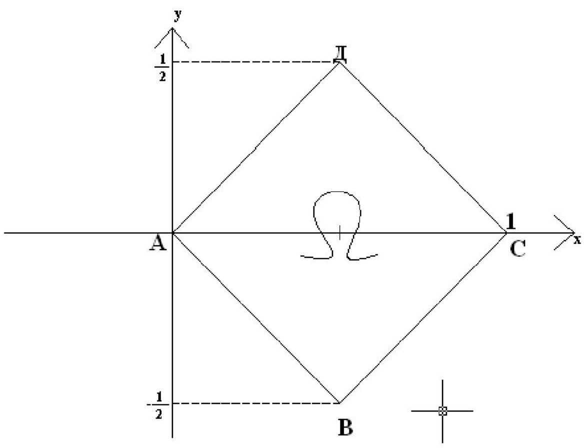
Десек-те, интегралдық кейіп пен Риман – Адамар, және алғы бағалау әдістері бойынша, гиперболалық теңдеулердің біраз шекаралық есептері Т.Ш. Калменовтың еңбектерінде зерттеледі , және оның монографиясында [7] көрініс тапты.Сондай-ақ, [8-15] еңбектер-де осы мәселенің төңірегінде,біздің зерттеуіміз барысында [16-19] еңбектер басшылыққа алынды,зерттеу нысанының кейбір мәселелері [20] еңбекте қарастырылды.

Толқын теңдеуінің бір ерекше қасиеті, оның нақты характеристикаларының болуында, алғы шартты, параллел жатқан екі характеристиканың тек біреуінде ғана беруге болады, екіншісі бос болуы керек, міне осы жай толқын теңдеуіне шартарапты (нелокальный) есепті қоюға негіз болды .

Бұл еңбекте біз толқын теңдеуінің шартарапты есебінің тұрлаулы (регулярный) шешілетінін көрсетеміз, яғни шешімнің бар екенін, және оның бастапқы шарттарға үзіксіз тәуелді екенін дәлелдейміз.

Есептің қойылуы.

$\Omega -$ дегеніміз қабырғалары :AB: $x + y = 0$, BC: x-y=1, CD: x+y=1, DA: x-y=0 болатын, толқын теңдеуінің характеристикалық төртбұрышы болсын



1-сурет

Міне, осы төртбұрыш ішінде, келесі,

$$Lu = u_{xx} - u_{yy} = f(x,y) \, , (x,y) \in \Omega \qquad (1)$$

$$u|_{AB} = \alpha u_{CD} \, , u|_{AD} = \beta \cdot u\big|_{BC} \qquad (2)$$

шартарапты есепті қарастырамыз , мұндағы, $f(x,y) \in C(\overline{\Omega})$, яғни, $\overline{\Omega}$ ішінде үздіксіз функция , ал α,β –нөлден өзгеше комплекс сандар.

Мақаланың мақсаты, жоғарыдағы (1)-(2), шартарапты есептің тұрлаулы шешілетін көрсету.

2.Зерттеу әдістері.

Анықтама. Жоғарыдағы (1) теңдеу мен (2) шекаралық шарттарды қанағаттандыратын $C^2(\Omega) \cap C(\overline{\Omega})$ класына тиісті u(x,y) функциясын (1)+(2) шекаралық есептің тұрлаулы (регулярный) шешімі дейміз.

Былай, $\xi = x - y \, , \eta = x + y$ алмастыру жасап, (1)+(2) есепті түрлендірсек , мынадай ,

$$u(x,y) = u\left(\frac{\xi+\eta}{2},\frac{\eta-\xi}{2}\right) = \hat{u}(\xi,\eta)$$

$$u_x = \hat{u}_\xi \xi_x + \hat{u}_\eta \eta_x = \hat{u}_\xi + \hat{u}_\eta \,, u_y = \hat{u}_\xi \xi_y + \hat{u}_\eta \eta_y = -\hat{u}_\xi + \hat{u}_\eta \,,$$

$$u_{xx} = \hat{u}_{\xi\xi}\xi_x + \hat{u}_{\xi\eta}\eta_x + \hat{u}_{\eta\xi}\xi_x + \hat{u}_{\eta\eta}\eta_x = \hat{u}_{\xi\xi} + 2\hat{u}_{\xi\eta} + \hat{u}_{\eta\eta} \,, u_{yy}$$
$$= -\left(\hat{u}_{\xi\xi}\xi_y + \hat{u}_{\xi\eta}\eta_y\right) + \hat{u}_{\eta\xi}\xi_y + \hat{u}_{\eta\eta}\eta_y = \hat{u}_{\xi\xi} - 2\hat{u}_{\xi\eta} + \hat{u}_{\eta\eta} \,,$$

$$Lu = u_{xx} - u_{yy} = 4\hat{u}_{\xi\eta} = f\left(\frac{\xi+\eta}{2},\frac{\eta-\xi}{2}\right),$$

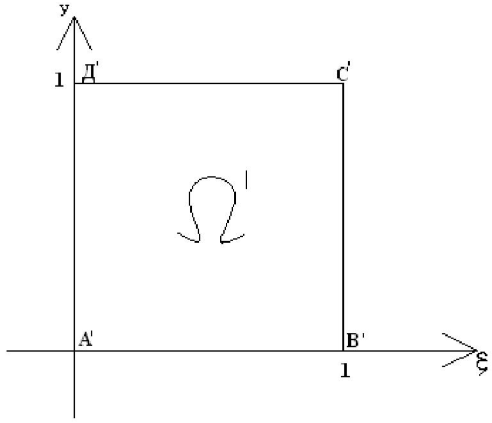
$$L\hat{u} = \hat{u}_{\xi\eta} = \frac{1}{4} f\left(\frac{\xi+\eta}{2},\frac{\eta-\xi}{2}\right) = \hat{f}(\xi,\eta)\,,$$

нәтижеге келеміз.

Енді Ω - аймағы мен шекаралық шарттардың қалай өзгеретінін байқайық:

$AB: x+y=0$, түзуі $A'B': \eta = 0$ түзуіне өтеді, $BC: x-y=1$ түзуі $B'C': \xi = 1$ түзуіне, $CD: x+y=1$ түзуі $C'D': \eta = 1$ түзуіне, $DA: x-y$ түзуі $D'A': \xi = 0$ түзуіне өтеді, Ω аймағы Ω' аймағына өтеді.

$$A(0,0) \dashrightarrow A'(0,0)$$
$$B\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right) \dashrightarrow B'(1,0)$$
$$C(1,0) \dashrightarrow C'(1,1)$$
$$D\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right) \dashrightarrow D'(0,1)$$



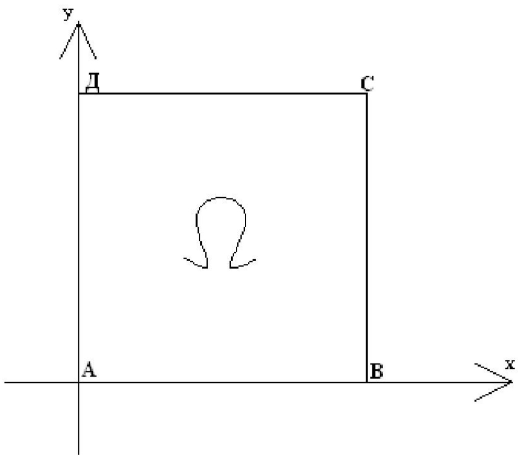
Демек , (1)+(2) есеп, келесі,

$$L\hat{u} = \hat{u}_{\xi\eta} = \hat{f}(\xi,\eta)\,, (\xi,\eta) \in \Omega' \quad (1')$$

$$\hat{u}|_{A'B'} = \alpha \hat{u}|_{C'D'} \,, \hat{u}|_{A'D'} = \beta \cdot \hat{u}\Big|_{B'C'} \quad (2')$$

түрге енеді.

Қолайлы болу үшін, штрихтар мен қалпақтардан арылып , бастапқы белгілеулерге оралайық.



3-сурет

$$\begin{cases} u_{xy} = f(x,y), (x,y) \in \Omega & (3) \\ u|_{AB} = \alpha u|_{CD}\ ,\ u|_{AD} = \beta u|_{BC} & (4) \end{cases}$$

Алдымен, есебімізге сәйкес біртекті есепті зерттейік

$$u_{xy} = 0\ , u|_{AB} = \alpha u|_{CD}\ , u|_{AD} = \beta u|_{BC}$$

Мына, $u_{xy} = 0$ теңдеуін алдымен у- бойынша ,
сонан соң, х бойынша интегралдасақ , мынадай,

$$u_x(x,y) = \varphi(x)\ , u(x,y) = \int \varphi(x)dx + \varphi(y)$$

нәтиже аламыз. Демек, $u(x,y) = f(x) + g(y)$, мұндағы , $f(x)$ мен $g(y)$
кезкелген үздіксіз дифференциалданатын функциялар.

Шекаралық шарттардан

$$f(x) - g(y) = \alpha[\![f(x) + g(1)]\!]\ , (1-\alpha)f(x) = \alpha y(1) - g(0).$$

Егер $\alpha = 1$ болса, онда $g\big(1 - g(0)\big) = 0$ екінші шекаралық шарттан

$$f(x) + g(y) = \beta[\![f(1) + g(y)]\!]\ , (1-\beta)g(y) = \beta f(1) - f(0).$$

Онда $1 - \beta = 0$,немесе, $g(y) = const.$ Бұл сәттерде біртекті есептің шексіз көп шешімдері бар, сондықтан, $\alpha \neq 1$, дәл сол сыйақты себептен $\beta \neq 1$. Бұл сәтте, яғни $(1-\alpha)(1-\beta) \neq 0$ сәтінде, $f - const,\ g - const.$

Онда мына,

$$f(x) + g(0) = \alpha[\![f(x) + g(1)]\!]$$

теңдіктен

$$[\![f(x) + g(0)]\!](1-\alpha) = 0\ , f(x) + g(0) = f(0) + g(0) = 0$$

боларын көреміз . Сондықтан , $\alpha \neq 1, \beta \neq 1$, сәтінде

$$u(x,y) = f(x) + g(y)\ = 0.$$

Сонымен , $\alpha \neq 1, \beta \neq 1$ сәтінде жоғарыдағы (3)+(4) шекаралық есептің тек бір ғана шешімі болуы мүмкін .

Енді осы (3)+(4) шекаралық есептің шешімінің интегралдық кейіпін табайық .

Жоғарыдағы, (3) теңдеуді, алдымен у, сонан соң, х бойынша интегралдап, келесі, (6), (7)

$$u(x,y) = f(x) + g(y) + \int_0^x \int_0^y f(\xi,\eta)\, d\xi d\eta. \qquad (5\ )$$

формуланы аламыз. Бұл өрнекті шекаралық шарттарға апарып қойсақ , келесі ,

$$f(x) + g(0) = \alpha \left[\!\!\left[f(x) + g(1) + \int_0^x \int_0^1 f(\xi,\eta)\, d\xi d\eta \right]\!\!\right],$$

$$f(0) + g(y) = \beta \left[\!\!\left[f(1) + g(y) + \int_0^1 \int_0^y f(\xi,\eta)\, d\xi d\eta \right]\!\!\right],$$

$$(1-\alpha)f(x) = \alpha g(1) - g(0) = \alpha \int_0^x \int_0^1 f(\xi,\eta)\, d\xi d\eta\ , \qquad (6)$$

$$(1-\beta)g(y) = \beta f(1) - f(0) + \beta \int_0^1 \int_0^y f(\xi,\eta)\, d\xi d\eta\ , \qquad (7)$$

формулаларға келеміз . Енді (6) формулада $x = 0$ болсын десек , мына ,

$$(1-\alpha)f(0) = \alpha g(1) - g(0) \qquad (8)$$

теңдікті аламыз.

Демек,

$$(1-\alpha)f(x) = (1-\alpha)f(0) + \alpha \int_0^x \int_0^1 f(\xi,\eta)\, d\xi d\eta\ ,$$

$$f(x) = f(0) + \frac{\alpha}{1-\alpha} \int_0^x f(\xi,\eta)\, d\xi d\eta \qquad (9)$$

Дәл осы жолмен , (7) формуладан , $y = 0$ сәтінде
мына,

$$(1-\beta)g(0) = \beta f(1) - f(0)$$

формуланы аламыз

Демек ,

$$(1-\beta)g(y) = (1-\beta)g(0) + \beta\int_0^1\int_0^y f(\xi,\eta)\,d\xi d\eta\,,$$

$$g(y) = g(0) + \tfrac{\beta}{1-\beta}\int_0^1\int_0^y f(\xi,\eta)\,d\xi d\eta \tag{10}$$

$$g(1) = g(0) + \tfrac{\beta}{1-\beta}\int_0^1\int_0^1 f(\xi,\eta)\,d\xi d\eta \tag{11}$$

Енді (11)-ді (8)-ге апарып қойып, мына, (12)

$$(1-\alpha)f(0) + g(0) = \alpha g(0) + \frac{\alpha\beta}{1-\beta}\int_0^1\int_0^1 f(\xi,\eta)\,d\xi d\eta$$

$$(1-\alpha)f(0) + (1-\alpha)g(0) = \frac{\alpha\beta}{1-\beta}\int_0^1\int_0^1 f(\xi,\eta)\,d\xi d\eta$$

$$f(0) + g(0) = \tfrac{\alpha\beta}{(1-\alpha)(1-\beta)}\int_0^1\int_0^1 f(\xi,\eta)\,d\xi d\eta \tag{12}$$

формулаға келеміз . Енді (5) формулаға,кейінгі, табылған (9) ,(10) формулаларды қойып, (12) формуланы ескерсек , онда, мынадай ,

$$u(x,y) = f(0) + g(0) + \frac{\alpha}{1-\alpha}\int_0^x\int_0^1 f(\xi,\eta)\,d\xi d\eta + \frac{\beta}{1-\beta}\int_0^1\int_0^y f(\xi,\eta)\,d\xi d\eta + \int_0^x\int_0^y f(\xi,\eta)\,d\xi d\eta$$
$$= \frac{\alpha\beta}{(1-\alpha)(1-\beta)}\int_0^1\int_0^1 f(\xi,\eta)\,d\xi d\eta + \frac{\alpha}{1-\alpha}\int_0^x\int_0^1 f(\xi,\eta)\,d\xi d\eta$$
$$+ \frac{\beta}{1-\beta}\int_0^1\int_0^y f(\xi,\eta)\,d\xi d\eta + \int_0^x\int_0^y f(\xi,\eta)\,d\xi d\eta$$

интегралдық кейіпке келеміз .

Тікелей есептеу арқылы , алынған формуланы тексереміз :

$$u_x = \frac{\alpha}{1-\alpha}\int_0^1 f(\xi,\eta)d\eta + \int_0^y f(x,\eta)\,d\eta\,,$$

$$u_y = \frac{\beta}{1-\beta}\int_0^1 f(\xi,\eta)d\xi + \int_0^x f(x,\eta)\,d\xi\,,$$

$$u_{xy} = f(x,y);$$

$$u|_{AB} = \frac{\alpha\beta}{(1-\alpha)(1-\beta)}\int_0^1\int_0^1 f(\xi,\eta)\,d\xi d\eta + \frac{\alpha}{1-\alpha}\int_0^x\int_0^1 f(\xi,\eta)\,d\xi d\eta\,,$$

$$u|_{CD} = \frac{\alpha\beta}{(1-\alpha)(1-\beta)}\int_0^1\int_0^1 f(\xi,\eta)\,d\xi d\eta + \frac{\beta}{1-\beta}\int_0^1\int_0^1 f(\xi,\eta)\,d\xi d\eta + \frac{\alpha}{1-\alpha}\int_0^x\int_0^1 f(\xi,\eta)\,d\xi d\eta$$
$$+ \int_0^x\int_0^1 f(\xi,\eta)\,d\xi d\eta$$
$$= \frac{\beta}{1-\beta}\int_0^1\int_0^1 f(\xi,\eta)\,d\xi d\eta\,\left[\!\left[\frac{\alpha}{1-\alpha}+1\right]\!\right] + \left(1+\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)\int_0^x\int_0^1 f(\xi,\eta)\,d\xi d\eta$$
$$= \frac{\beta}{(1-\alpha)(1-\beta)}\int_0^1\int_0^1 f(\xi,\eta)\,d\xi d\eta + \frac{1}{1-\alpha}\int_0^x\int_0^1 f(\xi,\eta)\,d\xi d\eta\,.$$

Демек, $u|_{AB} = \alpha u|_{CD}$. Екінші шекаралық шарт дәл осылай тексеріледі .

Енді табылған шешімінің $W_\alpha{}'$ нормасын бағалайық .

$$|u(x,y)| \le \left|\frac{\alpha\beta}{(1-\alpha)(1-\beta)}\right| \left(\int_0^1\int_0^1 |f(\xi,\eta)|^2\, d\xi d\eta\right)^{\frac{1}{2}} + \left|\frac{\alpha}{1-\alpha}\right| \left(\int_0^1\int_0^1 |f(\xi,\eta)|^2 d\xi d\eta\right)^{\frac{1}{2}}$$
$$+ \left|\frac{\beta}{1-\beta}\right| \left(\int_0^1\int_0^1 |f(\xi,\eta)|^2 d\xi d\eta\right)^{2} + \left(\int_0^1\int_0^1 |f(\xi,\eta)|^2 d\xi d\eta\right)^{2}$$
$$\le \frac{|\alpha\beta| + |\alpha(1-\beta)| + |\beta(1-\alpha)|}{(1-\alpha)(1-\beta)} \left(\int_0^1\int_0^1 |f(\xi,\eta)|^2 d\xi d\eta\right)^{\frac{1}{2}};$$

$$|u_x| \le \left|\frac{\alpha}{1-\alpha}\right| \left(\int_0^1 |f(\xi,\eta)|^2\, d\eta\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\int_0^1 |f(x,\eta)|\, d\eta\right)^{\frac{1}{2}} \le \frac{|\alpha| + |1-\alpha|}{|1-\alpha|} \left(\int_0^1 |f(x,\eta)|^2\, d\eta\right)^{\frac{1}{2}},$$

$$|u_y| \le \frac{|\beta| + |1-\beta|}{|1-\beta|} \left(\int_0^1 |f(x,\eta)|^2\, d\eta\right)^{\frac{1}{2}};$$

Демек ,

$$\|u\|_1^2 = \|u\|_{W_2'}^2 = \|u\|_{l_2}^2 + \|u_x\|_{L_2}^2 + \|u_y\|_{L_2}^2$$
$$\le \left\{ \left[\!\left[\frac{|\alpha\beta| + |\alpha(1-\beta)| + |\beta(1-\alpha)|}{|(1-\alpha)(1-\beta)|}\right]\!\right]^2 + \left[\!\left[\frac{|\alpha| + |1-\alpha|}{|1-\alpha|}\right]\!\right]^2 + \left[\!\left[\frac{|\beta| + |1-\beta|}{|1-\beta|}\right]\!\right]^2 \right\}.$$

Сонымен,

$$\|u\|_1 \le K(\alpha,\beta)\|f\|_0,$$

мұндағы ,

$$|u|_1 = \sqrt{\|u\|_0^2 + \|u_x\|_0^2 + \|u_y\|_0^2}.$$

$$\|f\|_0 = \|f\|_{L_2} = \left(\int_0^1\int_0^1 |f(\xi,\eta)|^2\right)^{\frac{1}{2}},$$

$K(\alpha,\beta)$ -дегеніміз α мен β -ға тәуелді, әйтеуір бір, тұрақты шама. Біз, келесі, теореманы дәлелдедік.

3. Алынған нәтиежелер.

Теорема. Егер

$$(1-\alpha)(1-\beta) \neq 0 \qquad (13)$$

болса, онда кезкелген $f(x,y) \in C(\overline{\Omega})$ үшін, мына,

$$u_{xy} = f(x,y), (x,y) \in \Omega$$
$$u|_{AB} = \alpha u|_{CD},\ u|_{AD} = \beta u|_{BC}$$

шекаралық есептің бірегей шешімі бар , ол $C_{1.1}^2(\Omega) \cap C(\overline{\Omega})$ класына тиісті және, мына,

$$\|u\|_1 \le K\|f\|_0 \qquad (14)$$

теңсіздікті қанағаттандырады , мұндағы, $\|\cdot\|_1$ - Соболевтің нормасы , $\|\cdot\|_0$ -кәдімгі L_2 норма, ал K - дегеніміз тек α мен β -ға тәуелді тұрақты шама , ол u мен f-қа тәуелсіз.

4.Талқысы.

Жоғарыдағы (13) шарт есепті шешуге жеткілікті екен,сонымен бірге соңғы (14) теңсіздіктен бұл есептің әлді шешілетіні байқалады,шешімнің бірегейлігі-де ,айдан анық көрініп тұр.Демек, кері оператор бар және ол шектеулі.Егерде Реллихтың [8], немесе, Соболевтің теоремасын ескерсек,онда бұл кері оператордың әсіре үзіксіз екенін көреміз,демек, оның нөлден өзгеше спектрі тек меншікті мәндерден құралады,бірақ ,олардың болмауы да мүмкін,сондықтан, арнайы зерттеуді керек етеді.Біз бұл мәселелерге кейінірек оралмақпыз.

ӘДЕБИЕТ

[1] Адамар Ж. Задача Коши для линейных уравнений частными производным. –М.: Наука, 1978. -352с.

[2] Friedrichs K .O Symmetric. hyperbolic of Liner differential equations, Comm. Pure Apple 7 Mash., 7(1954). 345-392.

[3] I. Von Neumahn . Allgemaine Eigenwertlheorie Hermit -esher funktional Operatoren, Math, 102, 1929, p.49-131.

[4] Соболев С.Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике. М.: Наука, 1988.

[5] Вишик М.И. Об общих краевых задачах для эллиптических уравнений, дифференциальных уравнений. Труды ММО, 1989, 1952, т.1, 152 с.

[6] Отелбаев М., Кальменов Т .Ш. О регулярных краевых задачах для уравнения Лаврентьева - Бицадзе, Дифф. уравнения, 1981. Т.А., №5, с. 873-886 .

[7] Кальменов Т.Ш. Краевые задачи для линейных уравнений в частных производных гиперболического типа. Шымкент: Гылым, 1993, 327с.

[8] Кальменов Т.Ш. О спектре одной сопреженной задачи для волнового уравнения. Весник А.Н Каз .1982, №2, с.63-66.

[9] Кальменов Т.Ш. Спектр краевых задачи со смещеннем для волнового уравнения , Диффенц. уравнения. 1983, т19, №1, с.75-78.

[10] Бияров Б.Н., Кальменов Т.Ш. О нелокальной вольнерровой задаче для гиперболического уравнения. Известия АН Каз ССР, сер. физ-математ, 1988, №5, с.13-16.

[11] Кальменов Т.Ш. О регулярных краевых задачах для волнового уравнения, Диффенц. уравнения. 1981, т. 17, №6, с. 1105-1121.

[12] Садыбеков М.И. О задаче Дирихле для для волнового уравнения, Диффенц. уравнения. Функцион. анализ и по приложения Алма-Ата. КазГУ, 1988, т 17, №6, с.61-70.

[13] Садыбеков М.И., Кальменов Т.Ш. О задаче Дирихле и нелокольных краевых задачах для волнового уравнения, Диффенц. уравнения, 1990, т.26, №1, с.60-65.

[14] Мелдебекова С., Шалданбаев А.Ш. О реулярной разрешимости одной нелокальной краевой задачи волнового уравнения. Наука и образования ЮК , 2005 №6(46), с.105-109.

[15] Нахушев А.М. Об одном классе линейных уравненых задач для гиперболического и смешного типов уравнении второго порядка. Нальчих, Эльбурс .1992, 155с.

[16] Мизохата С.Теория уравнений с частным производными. М. Мир, 1977, с. 504.

[17] Brislown C. Kernels of trace class operators, Proc. Amer 7 Nath. Soc, 1988, v.104 , №4, P.1181-1190.

[18] Лидский В.Б. Несамосопреженные операторы имеющии след, Доклады А.Н ССР, 1959, т. 105, №3. Р.485-488.

[19] Нерсесян А.Б. К теории интегральных уравнений типа Вольтера, Доклады А.Н ССР, 1964, т. 155, №5, Р.1049-1051.

[20] Шалданбаев А.Ш. Спектральные разложения корректных- некорректныхначально краевых задач для некоторых классов дифференциальных уравнений, Germanu, Saarbruchen: LAP LAMRET Acfdemic Pyblishing. http; dob. d-nb. Dl. Emailinfa@lappyblishing com, 2011, 193с.

REFERENCES

[1] Hadamard Ge. Cauchy problem for the linear equations private to derivatives. M, Science, **1978.** 352p.

[2] Friedrichs K. O Symmetric. hyperbolic of Liner differential equations, Comm. Pure Apple 7 Mash., 7(**1954**). 345-392.

[3] I. Von Neumahn. Allgemaine Eigenwertlheorie Hermit - esher funktional Operatoren, Math, 102, **1929**. p.49-131.

[4] Sobolev S. L. Some applications of the functional analysis in mathematical physics. M, Science, **1988.**

[5] Vishik M. I. About the general regional tasks for the elliptic equations, the differential equations, Works MMO, **1989**, 1952, V.1, 152p.

[6] Otelbayev M. Kalmenov T. Sh. About regular regional tasks for Lavrentyev's equation - Bitsadze, Diff. equations, **1981**, T.A., No. 5, p. 873-886.

[7] Kalmenov T.Sh. Regional tasks for the linear equations in private derivatives of hyperbolic type, Shymkent:gylym, **1993,** 327p.

[8] Kalmenov T.Sh. About a range of one interfaced task for the wave equation, Vesnik A.N Kaz. **1982,** No. 2, page 63-66.

[9] Kalmenov T.Sh. The spectrum of the boundary value problem with shift for the wave equation, Diffents. **1983** equation, V.19, №1, p.75-78.

[10] Biyarov B. N., Kalmenov T.Sh. About not local vulnerable task for the hyperbolic equation, AN News Kaz SSR, ser. physical-mathemat, **1988,** No. 5, page 13-16.

[11] Kalmenov T.Sh. About regular regional tasks for the wave equation, Diffents. equations. **1981,** V 17, No. 6, page 1105-1121.

[12] Sadybekov M. About Dirichlet's task for the wave equation, Diffents. equations. Function. analysis and on appendices Alma-Ata Kaz. GU, **1988,** V 17, No. 6, page 61-70.

[13] Sadybekov M., Kalmenov T.Sh. About Dirichlet's task and nonlocal regional tasks for the wave equation, Diffents. equations, **1990,** V.26, No. 1, page 60-65.

[14] Meldebekova S., Shaldanbayev A.Sh. About regular resolvability of one not local regional problem of the wave equation, Science and formations of SK, **2005** No. 6(46), page 105-109.

[15] Nakhushev A.M. About one class of the linear balanced tasks for hyperbolic and ridiculous types the equation of the second order. Nalchikh, Elbrus.**1992,** 155p.

[16] Mizokhata S. The theory of the equations with private derivatives, M. Mir, **1977**, page 504.

[17] Brislown C. Kernels of trace class operators, Proc. Amer 7 Nath. Soc, **1988,** v.104, No. 4, P.1181-1190.

[18] Lidsky V.B. Nonselfadjoint operators have trail Reports of the USSR, **1959**, Vol. 105, №3, P.485-488.

[19] Nersesyan A.B. To the theory of the integrated equations like Voltaire, Reports of A.N Soviet Socialist Republic, **1964,** t. 155, No. 5, P.1049-1051.

[20] Shaldanbaev A.Sh. Spectral Decomposition of correct-incorrect initial boundary value problems for some classes of differential equations, Germanu, Saarbruchen: LAP LAMRET Acfdemic Pyblishing. http; dob. d-nb. Dl. Emailinfa @ lappyblishing com, **2011**. 193p.

УДК 517.956.32

О РЕГУЛЯРНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ НЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

М.Б. Сапрыгина, У.С. Байсейтова, А.Ш. Шалданбаев, И.О. Оразов

Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауезова, г. Шымкент

Ключевые слова:волновое уравнение, нелокальные краевые условия, регулярная разрешимость.

Аннотация. Волновые уравнения встречаются в различных отраслях науки и техники, например, гидрологии, сейсмологии и при изучении динамики распространения волн в жидкости и газе. Тем не менее, краевые задачи этого уравнения мало изучены. Работ, посвященных нелокальным задачам, очень мало. В данной работе предпринята попытка изучения нелокальной задачи функциональным методом.

Поступила 15.03.2016 г.