

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 30 – 35

## STRUCTURE AND PROPERTIES OF $O(6)$ – SYMMETRIC NUCLEI IN THE NUCLEON-PAIR OF THE SHELL MODEL

<sup>1</sup>К. Baktybaev, <sup>1</sup>А. Dalelkhankyzy, <sup>1</sup>Н.О. Koilyk, <sup>2</sup>М.К. Baktybaev

<sup>1</sup>Al-Farabi Kazakh National University; <sup>2</sup>Institute of nuclear physics NNC RK

**Keywords:** nucleus, nuclear states, nuclear reactions, the Hamiltonian, gamma transition.

**Abstract.** It was determined the Hamiltonian and other operators of nucleon-pair of the shell mode. There was a study of structure and properties of  $O(6)$  – symmetrical nuclei in the proposed model with a circumscribed  $SD$  – subspace.

The spectrum of states the wave functions and probabilities of electromagnetic transitions of  $B(E2)$  even isotopes 128,130,132,134,136 nuclei  $Ce$  and they are compared with experimental data.

УДК 539.12/17

## СТРУКТУРА И СВОЙСТВА $O(6)$ – СИММЕТРИЧНЫХ ЯДЕР В НУКЛОННО-ПАРНОЙ ОБОЛОЧЕЧНОЙ МОДЕЛИ

<sup>1</sup>К. Бактыбаев, <sup>1</sup>А. Далелханкызы, <sup>1</sup>Н.О. Койлык, <sup>2</sup>М.К. Бактыбаев

<sup>1</sup>Казахский национальный университет им. аль-Фараби; <sup>2</sup>Институт ядерной физики НЯЦ РК

**Ключевые слова:** ядро, ядерные состояния, ядерные реакции, гамильтониан, гамма переход.

**Аннотация.** Определены Гамильтониан и другие операторы нуклонно-парной оболочечной модели. Изучены структуры и свойства  $O(6)$  – симметричных ядер в предложенной модели с обрезанным  $SD$  – подпространством. Вычислены спектры состояний, волновые функции и вероятности электромагнитных переходов  $B(E2)$  четных изотопов 128,130,132,134,136 ядра  $Ce$  и они сравнены с экспериментальными данными.

### I. ВВЕДЕНИЕ

Низколежащие коллективные состояния таких ядер, как вибрационной, ротационной и  $\gamma$  – нестабильной симметрии, среднего и тяжелого атомного веса обычно связывают с квадрупольно-коллективным движением валентных нуклонов в них. Структура таких состояний ядер ранее успешно описывалась феноменологической бозонной теорией [1,2]. Важной и интересной задачей теории ядра является описать эти коллективные моды посредством фермионных степеней свободы. Однако точное оболочечно-модельное описание свойства коллективных состояний остается очень сложной задачей даже с помощью современных компьютеров. Поэтому приходится использовать некоторые виды обрезания громадного оболочечно-модельного пространства для того, чтобы получить удобное и эффективное подпространство, вычисления внутри которого являлись не только удобным, но и реалистическим. Успешное развитие модели взаимодействующих бозонов (МВБ) предполагает, что нуклонные  $S$  и  $D$  пары играют главную роль в спектроскопии низко-лежащих ядерных состояний. Проводились разные исследования по микроскопическому обоснованию МВБ, в которых операторы  $S$  и  $D$  нуклонных пар

отображались в  $s$  и  $d$  – бозонные операторы [3-7]. Аналогичные методы отображения операторов нуклонных пар в бозонные и использования симметричных  $SD$  – пар как строительные блоки проводились в так называемой фермионно-динамической симметрической модели (ФДСМ) [8,9]. В этих вычислениях больше всего использовалось отображение Осуки–Аримы–Якелло (ОАЯ) [3], основанное на обобщенной схеме сеньорити, которое хорошо описывает структуру ядер вблизи замкнутых оболочек. Недавно была предложена нуклонно-парная оболочечная модель (НПОМ) [10,11], в которой коллективные ядерные пары с разными угловыми моментами служат в качестве строительных блоков и в ней использована обобщенная теорема Вика для фермионных кластеров. В НПОМ гамильтониан диагоналізується точно в фермионном пространстве без использования процедуры отображения и поэтому она дает фермионную природу ядерных коллективных состояний более точно и прозрачнее.

Цель данной работы заключается в том, что, во-первых, проверить пригодность выделения и использования обрезанного  $SD$  – подпространства и зависимости теории от числа нуклонных пар в конкретных ядрах.

Во-вторых, выполнить для этого систематические вычисления по нуклонно-парной оболочечной модели свойства  $O(6)$  – симметричных ядер, в частности, четно-четных изотопов 128,130,132,134,136 ядра  $Ce$  с некоторым числом пар  $N$ .

Во-третьих, выяснить свойства низкоэнергетических состояний ядер, посредством изучения корреляций между спектрами, волновыми функциями и величинами вероятности электромагнитных переходов между различными состояниями изотопов церия  $Ce$ .

## II. Гамильтониан и матричные элементы модели

Гамильтониан модели выберем в самой удобном виде для вычисления матричных элементов взаимодействия между одноименными нуклонами и между протон-нейтронными взаимодействиями:

$$H = H_{\pi} + H_{\nu} + H_{\pi\nu} \quad (1)$$

в котором  $H_{\sigma} = H_{\sigma}(0) - G_{\sigma} S^{+}(\sigma) S(\sigma) - K_{\sigma} Q_{\sigma}^2 Q_{\sigma}^2$

$$\begin{aligned} H_{\sigma}(0) &= \sum \varepsilon_{\sigma} n_{\sigma}; \quad \sigma = \pi + \nu \\ H_{\pi\nu} &= -k Q_{\pi}^2 Q_{\nu}^2 \\ S &= \sum_a \frac{1}{2} \sqrt{2a+1} (C_a^{+} \times C_a^{+})_0 \\ Q_{\sigma}^2 &= \sqrt{16\pi/5} \sum_{i=1} r_i^2 Y_{2\sigma}(\theta_i, \varphi_i) \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\varepsilon_{\sigma\alpha}$ ,  $G_{\sigma}$ ,  $K_{\sigma}$ ,  $K$  – одночастичная  $\alpha$  – энергия уровня, глубина парного взаимодействия, глубина квадруполь-квадрупольного взаимодействия одинаковых нуклонов и глубина квадруполь-квадрупольного взаимодействия протонов с нейтронами, соответственно. Оператор  $E2$  – переходов

$$T(E2) = e_{\pi} Q_{\pi}^2 + e_{\nu} Q_{\nu}^2, \quad (3)$$

в котором  $e_{\pi}$  и  $e_{\nu}$  – эффективные заряды протонов и нейтронов, соответственно.

Коллективные парные операторы  $A_{\mu}^{r+}$  строятся из множества неколлективных пар  $(c_a^{+} \times c_b^{+})_{\mu}^r$ ,  $a$  и  $b$ . Здесь  $r = 0, 2$  и  $\mu$  – проекция угловых моментов

$$A_{\mu}^{r+} = \sum_{ab} y(abr) (c_a \times c_b)_{\mu}^r$$

$$y(abr) = -(-)^{a+b+r} y(bar) \quad (4)$$

где  $y(bar)$  – структурные коэффициенты. Имеется много способов определить  $S$  и  $D$  пар. В данной работе в качестве приближенного структурного коэффициента  $S$  – пар берется выражение  $y(abo) = \sqrt{2a+1} v_a / u_a$ , в котором  $v_a$  и  $u_a$  являются решением соответствующего БКШ – уравнения. А  $D$  – пары определяются использованием коммутатора равенством:

$$D = \frac{1}{2} [Q^2, S^+] = \sum y(ab2) (c_a^+ \times c_b^+)^2 \quad (5)$$

Не ортонормированные  $N$  – пары состояния определяются равенством:

$$A_{M_N}^{I_N^+}(r_i, I_i) = A_{M_N}^{I_N^+} = \left\{ \dots \left[ (A^{r_1^+} \times A^{r_2^+})^2 \times A^{r_3^+} \right]^3 \times \dots \times A^{r_N^+} \right\}_{M_N}^{I_N} \quad (6)$$

при условии, что  $r_1 \equiv I_1$  и  $r_1 \geq r_2 \geq \dots \geq r_N$ . Для заданного набора квантовых чисел  $(r_1, r_2, \dots, r_N, I_N, M_N)$  не все наборы промежуточных угловых моментов  $I_2, \dots, I_{N-1}$  ведут к независимым, ортогональным базисным состояниям, чтобы образовать эти сверх наполненные наборы, для заданного  $I_N$ , мы берем независимый набор, образованный из самого большого возможного промежуточного углового момента  $I_1$ . Этот выбор приведет к требуемой промежуточной сумме и линейно независимости состояний, но еще не ортогональности многопарных базисных функций.

Рекуррентная формула для перекрытия двух  $N$  – парных состояний имеет вид:

$$\langle s_1 s_2 \dots s_N, I_1 \dots I_{N-1} I_N | r_1 r_2 \dots r_N, I_1 \dots I_N \rangle = (\hat{I}_{N-1} / \hat{I}_N) (-)^{I_N + S_N - I_{N-1}} \sum_{k=1}^N \sum_{L_{k-1} \dots L_{N-1}} H_N(S_N) \dots H_{N-1}(S_N) \times$$

$$\left[ \psi_k \delta_{L_{k-1} I_{k-1}} \langle s_1 \dots s_{N-1}, I_1 \dots I_{N-1} | r_1 \dots r_{k-1} r_N, I_1 \dots I_{k-1} L_k \dots \langle N-1 \rangle + \right. \quad (7)$$

$$\left. \times \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{r_i' L_i \dots L_{k-2}} \langle s_1 \dots s_{N-1} I_1 \dots I_{N-1} | r_1' \dots r_i' \dots r_{k-1}' \dots r_N' \times I_1 \dots I_{i-1} I_i \dots L_{N-1} \rangle \right]$$

где  $\hat{I} = \sqrt{2I+1}$ ,  $H_k(S_N)$  – коэффициенты Рака,  $\psi_k$  – константа, зависящая от структуры пар  $A^{r_k^+}$  и  $A^{S_N}$ ,  $a_i^r$  – определяет новую коллективную пару  $A^{r_i^+}$  с новой функцией распределения  $y(a_k, a_i, r_i)$ , зависящей от структуры пар  $A^{r_k^+}$ ,  $A^{r_i^+}$ ,  $A^{S_N}$  и промежуточных квантовых чисел  $L_i \dots L_{k-2} L_{k-1} \dots L_i$  ( $i = i \dots k-2, k-1$ ), которые являются угловыми моментами первых  $i$  пар в бра-векторе на правой стороне равенства (7). Поскольку правая сторона (7) есть линейная комбинация функции перекрытия для  $N-1$  пар, все эти перекрытия функций можно вычислить, рекуррентно начиная от простейших двух-частичных конфигураций.

Для того чтобы показать, что модель может воспроизвести предельные случаи МВБ, она применена к спектрам и  $E2$  – переходным данным ядер  $O(6)$  – симметрич:  ${}_{58}^{128-136}Ce$ .

Точные выражения для волновых функций разложены по линейным комбинациям неортогональных, нормированных мультипарных базисных состояний. Также были изучены волновые функции для некоторых основных состояний.

### III. Спектры, волновые функции, $B(E2)$

Мы применили теорию к исследованию структуры и свойств четных изотопов,  $Ce$  с  $A = 28, 30, 32, 34, 36$ , которые интерпретируются как  $O(6)$  – симметричные ядра в МВБ.

Совершенно аналогичные изучения свойств изотопов  $Xe$  и  $Ba$  в работе [12]. В данной работе  $H_0$  определяется всего тремя параметрами глубина взаимодействия одноименных нуклонов  $G_\pi, G_\nu$  и интенсивность нейтрон-протонных  $Q-Q$  сил  $-K$ . Одночастичные экспериментальные состояния взяты из работ [12,13,14], которые представлены в таблица-1. Одночастичные энергии взяты для всех изотопов одинаковыми, хотя они могут изменяться с ростом числа валентных нуклонов.

Таблица 1 – Одночастичные энергии  $p$  и  $n$  состояний для,  ${}^{133}_{51}Sb_{82}$  и  ${}^{131}_{50}Sn_{81}$

$\varepsilon_\pi$ (МэВ)	$g_{7/2}$ , 0	$d_{5/2}$ , 0,963	$d_{3/2}$ , 2,69	$h_{1/2}$ , 2,76	$s_{1/2}$ , 2,99
$\varepsilon_\nu$ (МэВ)	$d_{3/2}$ , 0	$h_{1/2}$ , 0,242	$s_{1/2}$ , 0,332	$d_{5/2}$ , 1,655	$g_{7/2}$ , 2,343

параметры  $G_\pi, G_\nu, -K$  изменяются монотонно с ростом атомного веса изотопов ядра. кроме того значения параметра „ $K$ “ в  $2 \div 3$  раза больше чем величины  $G_\pi$ , и  $G_\nu$ . Это является типическим для ядер  $O(6)$  – симметрим.

В таблицах 2 и 3 даны спектр  $g$  и  $\gamma$  полос для всех изотопов,  $Ce$ . Вычисленные величины энергии состояний вполне хорошо согласуется с их экспериментальными данными.  $H_0$  следует заметить, что эти величины расходятся значительно для состояний с большими спинами. Для более тяжелых изотопов такие расхождения ставятся существенным, что объясняется близостью этих ядер по нейтронной оболочке к магическим.

Как видно из таблиц 2 и 3 состояния  $\gamma$  – полос с четными и нечетными спинами (например  $3_1^+ u 4_2^+; 5_1^+ u 6_2^+$ ) энергетически меняются местами, тогда как в ираст полосах такого колебания таких уровней не происходит.

Теория удовлетворительно передает такое расположение указанных уровней, как в прост так и в  $\gamma$  полосах во всех изотопов  $Ce$ . Кроме того, в тех изотопах, в которых больше протонные  $SD$  – пары лучше согласуются вычисленные энергии состояний с экспериментальными данными. Чем больше нуклонных пар в структуре ядер, тем лучше описывается структура  $SD$  – приближением нуклонно-парной оболочечной модели. Это можно легко понять, т.к. для случая, когда среднее поле, действующее на нуклоны сильнее, чем остаточное взаимодействие, т.е.  $H_0 \gg |V_{es}|$  между ними, нуклоны чувствуют себя более независимыми, пригодность  $SD$  – приближенного пространства теории зависит от относительных значений одночастичных энергий и эффективного остаточного взаимодействия нуклонов в ядер. С ростом эффективного остаточного взаимодействия между нуклонами, которые имеют короткий радиус, энергии  $SD$  – пар становятся все ниже и ниже и тогда  $SD$  – обрезания нуклонного пространства станет более справедливым. Хорошо известно, что фундаментальное отличие между парами из одинаковых нуклонов, и  $n-p$  систем заключается в том, что последние имеют коллективную природу движения.

Мы нашли, что точные выражения волновых функций есть линейная комбинация неортогональных, но нормированных мультипарных базисных состояний, которые помогают дать микроскопическую картину состояний.

При вычислении величин  $B(E2)$  – переходов между состояниями мы использовали эффективный заряд нуклонов  $e_\pi = e_\nu = 2,1e$  для всех изотопов.

В таблицах 4. собраны экспериментальными данные и вычисленные значения при введенных вероятностей электромагнитных переходов между состояниями  $B(E2)$ . Как видно, на эксперименте измерены только  $\gamma$  – переходы между состояниями ираст-полосы, более-менее полные данные имеются только для самого легкого изотопа  ${}^{128}Ce$ , а для остальных изотопов получены только отдельные переходы между нижними состояниями. Мы постарались

теоретически вычислить величины  $B(E2)$  для всех нижних  $\gamma$  – переходов для всех изотопов. Вычисленные  $B(E2)$  в общем удовлетворительно согласуются с их экспериментальными значениями. такое предсказание определяется правильным проведением разложения волновых функций по отдельным компонентам.

В то же время относительные значения  $B(E2)$ , вычисленные по НПОМ, очень близки к предсказаниям  $O(6)$ – предела МВБ-2. Особенно это хорошо согласуется для изотопов с малым числом атомного веса  $A$ [40].

#### IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Нуклонно-парные оболочечно-модельные уравнения можно точно решить в обрезанном  $SD$  – пространстве, это теория обеспечивает доказательство  $s$  и  $d$  бозонную модель и хорошо воспроизводит общие свойства низко-энергетических состояний, описываемых  $O(6)$  – симметричными пределом МВБ-2.

При этом Гамильтониан модели содержит только три параметра. Как симметрические так и смешанно-симметрические состояния главным образом обусловлены  $n - p$  взаимодействием нуклонов.

Найдены очень близкие корреляции между вычисленными и измеренными спектрами ядер, а также волновыми функциями и значениями  $B(E2)$  для нижних состояний. Найдено, что  $SD$  – пространственное приближение хорошо воспроизводит все свойства рассматриваемых ядер когда число нуклонных пар растет, особенно когда  $N > 3$ . Вслучаях, когда число нуклонных пар мало, то  $SD$  – подпространственное приближение плохо имитирует экспериментальные данные.

Таблица 2 – Спектр  $g$  – полос ядер

$I^\pi$	$^{128}\text{Ce}$		$^{130}\text{Ce}$		$^{132}\text{Ce}$		$^{134}\text{Ce}$		$^{136}\text{Ce}$	
	эксп	теор								
$0^+$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$2^+$	0,21	0,19	0,25	0,22	0,33	0,29	0,41	0,57	0,55	0,52
$4^+$	0,61	0,54	0,71	0,62	0,86	0,80	1,05	0,98	1,31	1,22
$6^+$	1,17	1,08	1,33	1,22	1,54	1,47	1,86	1,74	2,21	2,13
$8^+$	1,82	1,72	2,05	1,96	2,33	2,20	2,81	2,69	2,99	2,85
$10^+$	2,63	2,50	2,81	2,70	3,15	3,01	3,21	3,03	3,10	2,92
$12^+$	3,11	2,97	3,31	3,16	3,72	3,58	4,06	3,83	3,76	3,50
$14^+$	3,67	3,52	3,86	3,80	4,24	1,04	4,76	4,49	4,84	4,62
$16^+$	4,37	4,13	4,56	4,42	4,94	4,70	-	4,83	-	4,92
$18^+$	5,19	4,92	5,38	5,21	5,76	5,49	-	5,51	-	5,63

Таблица 3 – Спектр  $\gamma$  – полос ядер

$I^\pi$	$^{128}\text{Ce}$		$^{130}\text{Ce}$		$^{132}\text{Ce}$		$^{134}\text{Ce}$		$^{136}\text{Ce}$	
	эксп	теор								
$2^+$	-	0,76	0,84	0,76	0,82	0,77	0,97	0,91	1,09	1,04
$4^+$	-	1,21	1,32	1,25	1,50	1,42	1,64	1,58	1,72	1,64
$5^+$	-	1,53	-	1,44	-	1,48	2,06	2,00	-	1,92
$6^+$	1,89	1,79	1,90	1,79	-	1,66	2,30	2,31	-	2,37
$7^+$	2,25	2,13	-	2,19	-	2,04	-	-	-	-
$8^+$	2,74	2,62	2,58	2,46	-	2,31	3,02	1,84	-	2,56
$9^+$	3,33	3,29	-	3,15	-	3,01	-	3,15	-	3,01
$10^+$	4,69	4,51	3,30	3,21	-	2,61	3,81	3,59	-	3,43
$12^+$	5,48	5,31	4,00	3,79	-	3,51	4,18	3,92	-	3,71
$14^+$	-	-	4,76	4,50	-	4,24	4,91	4,52	-	4,24

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Iachello F., Arima A. The Interacting Boson Model// Cambridge University Press, 1987.
- [2] Бактыбаев К.Б. Описание коллективных возбуждений ядер в модели взаимодействующих бозонов. – ЯФ, 1979, т.30, вып.4(10), с.963-973.
- [3] Otsuka T., Arima A., Iachello F., Talmi I. Shell-model description of interacting bosons. – Phys. Lett., 1978, v. 76B, No.2, p. 139-143.
- [4] Mizusaki T., Otsuka T. Microscopic calculations for O(6) nuclei by the interacting boson model // Progr. Theor. Phys. Suppl. 125, 97, 1996.
- [5] Scholten O. Microscopic calculations for the interacting boson model//Phys. Rev. C28, 1783, 1983.
- [6] Pittel S., Duval P.D., Barrett B.R. Theory of Atomic Nuclei, Quasi-particle and Phonons //Ann. Phys. 144, 168, 1982.
- [7] Gambhir Y.K., Ring P., Schuck P. Collective Bands in Nuclei// Nucl. Phys. A384, 37, 1982.
- [8] Wu C.L., Feng D.H., Chen X.G., Chen I.Q., Gviridy M. Fermion dynamical symmetry model of nuclei: Basis, Hamiltonian, and symmetries // Phys. Rev. C36, 1157, 1987.
- [9] K.Baktybaev, A. Dalekhankyzy, M.K.Baktybaev, N.Koilyk «The study of inelastic scattering of  $\alpha$  – particles on nuclei  $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{24}\text{Mg}$  by methods strongly-connected channels ». Adv. Studies Theor. Phys., Vol. 8, 2014, no. 28. –P. 1205-1212.
- [10] Chen I.Q. Generic Rotation in a Collective SD Nucleon-Pair Subspace// Nucl. Phys. A626, 686, 1987.
- [11] Luo Y.A., Chen I.Q. Shell model calculation in the S-D subspace // Phys. Rev. C58. 589. 1998.
- [12] Luo Y.A., Chen I.Q., Draayer I.P. Nucleon-pair shell-model calculations for even  $Xe$  and  $Ba$  nuclei// Nucl. Phys. A669, 101-118, 2000.
- [13] Fogelberg B., Blomquist I. Magnetic excitations in the nucleon-pair shell model//Nucl. Phys. A429, 205, 1984.
- [14] Baldrige W.I. Shell-Model Studies for the  $^{132}\text{Sn}$  Region. I. Few Proton Cases // Phys. Rev. C18, 530, 1978.

**НУКЛОНДЫ ҚОСАРЛАНҒАН ҚАБЫҚШАЛЫ ҮЛГІДЕГІ  $O(6)$  – СИММЕТРИЯЛЫҚ ЯДРОЛАРДЫҢ ҚҰРЫЛЫМЫ МЕН ҚАСИЕТТЕРІ**

**<sup>1</sup>Қ. Бактыбаев, <sup>1</sup>А. Дәлелханкызы, <sup>1</sup>Н.О. Қойлық, <sup>2</sup>М.К. Бактыбаев**

<sup>1</sup>Әл-Фараби аты Қазақ Ұлттық Университеті; <sup>2</sup>ҚР ядролық физика институты

**Түйін сөздер:** ядро, ядро күйлері, ядролық реакциялар, гамильтониан, гамма ауысулар.

**Аннотация.** Нуклондық-қосақтық қабықша моделінің Гамильтонианы мен басқа операторы анықталады. Ұсынылған  $SD$  – кесілген кеңістіктегі модель бойынша  $O(6)$  – симметриясы бар ядролардың құрылысы, қасиеттері зерттелді. Церий  $Ce$  ядросының жұп изотоптарының күй спектрі, толқындық функциялары, электромагниттік ауысулар ықтималдығы анықталады, олар өздерінің эксперименттегі мәндерімен салыстырылды  $B(E2)$ .

Поступила 04.04.2016 г.