N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 3, Number 307 (2016), 177 – 184

UDC 517.929

CAUCHY-DIRIKHLE'S TASK OF THE EQUATION OF LAPLACE WITH THE DEVIATING ARGUMENT

Kopzhasarova A.A., Orazov I.O., Shaldanbayev A.Sh.

M.Auezov South Kazakhstan state University, Shymkent, The Republic of Kazakhstan
asyl_k@mail.ru

Keywords: Laplace's equation, Cauchy-Dirikhle's task, argument, Gilbert-Schmidt's theorem.
Abstract. In this work, Fourier's method, has solved Cauchy-Dirikhle's task of the equation of Laplace with the deviating argument.

УДК 517.929

АРГУМЕНТІ КЕРІАҚҚАН ЛАПЛАС ТЕНДЕУІНІҢ КОШИ-ДИРИХЛЕ ЕСЕБІ

Көпжасарова А.Ә., Оразов И.О., Шалданбаев Ә.Ш.

М.Әуезов атындағы Онтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент қ., Қазақстан Республикасы

Тірек сөздер: Лаплас теңдеуі, Коши-Дирихле есебі, аргументі керіағар, Штурм-Лиувилл операторы, Гилберт-Шмидтің теоремасы.
Аннотация. Бұл еңбекте аргументі кері аққан Лаплас теңдеуінің Коши-Дирихле есебі Фүренің әдісімен шешілді.

1.Кіріспе.

Алпысыншы жылдардан бастап, операторлар теориясы шекаралық есептер теориясына қолданыла бастады,бұған мұрындық болған [1-9] еңбектер десек жаңылмаймыз,олардың ішінде,әсіресе, К.Фридрихсты бөле-жара айтқан жөн болса керек. Дербес туындылы теңдеулердің шекаралық есептеріне операторлар теориясын қолданғанда, әлді шешімдер ұғымы өз-өзінен пайда болады [10-11].Операторларды әсерлендіру теориясы физикалық есептерге табысты қолданылды [1,5-9].Әсерлер әртүрлі болуы мүмкін,теңдеудің мүшелері,немесе шекаралық шарттары өзгеруі мүмкін,егер бұс сәтте теңдеудің шешімі елеулі өзгеріске ұшыраса,онда мұндай мүшелерді елеулі мүшелер дейді және олармен санасады.Соңғы кездері теңдеулердің арғументтері де өзгерісе ұшырай бастады [12-13].Біз,төменде,осындай есептің бірін қарастырмықпыз.Мұндай есептердің қарапайым үлгілері [15-16] еңбектерде зерттелген.Зерттеу барысында біз [14],[17-20] еңбектерға арқа сүйедік,сондай-ақ біздің танымымымызға жоғарыдағы [1-11] еңбектердің әсері өлшеусіз.

Мәселенің қойылуы.

Ω -дегеніміз жазықтықта жатқан шамалы тік төртбұрыш болсын, оның қабырғалары былай,

$$AB: y=-1, 0\le x\le \pi; BC: x=\pi, -1\le y\le 1;$$
$$CD: y=1, 0\le x\le \pi; DA: x=0, -1\le y\le 1$$

анықталсын. Міне, осы Ω – аймағында, мынадай,

$$u_{xx}(x,-y)+u_{xx}(x,y)=f(x,y), \quad (1)$$

$$u|_{x=0}=u|_{x=\pi}=0,$$

$$u(-1)=\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=-1}=0 \quad (2)$$

шекаралық есепті қарастырайық, мұндағы $f(x,y)\in L^2(\Omega)$.

2.Зерттеу әдісі. Осы,(1)-(2) есепке сәйкес спектрәлдік есепті Фүренің әдісімен,яғни айнымалыларын бөліктеу әдісімен,нәтиежесінде екі спектрәлдік есеп аламыз,оның біріншісі,әйгілі,Дирихленің есебі,ал екіншісі жаңалау және ол [12-13] еңбектерде толық зерттелген.Нәтиежесінде,біз шекаралық есебіміздің барлық меншікті функцияларын табамыз,олар $L^2(\Omega)$ кеңістігіеде ортанормаланған базиз құрайды.Есептің шешімі осы базисте таратылады.Қажетті есептеулерді төртінші бөлімнен көруге болады.

3.Зерттеудің нәтиежесі.

Теорема. Егер $f(x,y)\in L^2(D)$ функциясының Фуре коэффициенттері, мына,

$$\sum_{m,n=1}^{\infty}\left|\frac{f_{mn}}{\mu_m^2-(n\pi)^2}\right|^2<+\infty$$

шартты қанағаттандырса, онда (1) –(2) есептің әлді шешімі бар, және ол, мынау,

$$u(x,y)=\sum_{m,n=1}^{\infty}\frac{f_{mn}}{\mu_m^2-(n\pi)^2}\cdot u_{mn}(x,y),$$

мұндағы $u_{mn}(x,y)=v_m(x)\omega_n(y)B_{mn}$, $v_m=A_m\sin m\pi x,$ ал $\omega_n(y)$, төмендегі, мынадай,

$$\begin{cases}\omega''(-y)=\mu^2\omega(y),\\ \omega(-1)=\omega'(-1)=0\end{cases}$$

спектрәлдік есептің шешімі .

4. Талқысы.

Алдымен, (1)-(2)есепке сәйкес спектрәлдік есепті шығарайық, ол, мына,

$$u_{xx}(x,-y)+u_{xx}(x,y)=\lambda u(x,y),(x,y)\in\Omega, \quad (3)$$

$$u|_{x=0}=u|_{x=\pi}=0,$$

$$u(x,y)|_{y=-1}=\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=-1}=0; \quad (4)$$

есеп.

Айнымалыларын, былай,

$$u(x,y)=v(x)\cdot\omega(y)$$

бөлейік, сонда, мынадай,

$$v(x)\cdot\omega''(-y)+v''(x)\cdot\omega(y)=\lambda v(x)\cdot\omega''(y),$$

$$v(x)\cdot\omega''(-y)=[\lambda v-v'']\omega(y),$$

$$\frac{\omega''(-y)}{\omega(y)}=\frac{\lambda v-v''}{v(x)}=\mu^2$$

болады. Алдымен, мына,

$$\begin{cases} \omega''(-y) = \mu^2 \omega(y), \\ \omega(-1) = \omega'(-1) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

(6)

спектрәлді есепті шешейік. Жоғарыдағы теңдеуді екі рет дифференциалдап, мына,

$$\omega^{(\text{iv})}(-y) = \mu^2 \omega''(y) = \mu^4(-y)$$

теңдеуге келеміз. Бұл теңдеудің жалпы шешімі, мына,

$$\omega(y) = Ae^{\mu y} + Be^{-\mu y} + Ce^{i\mu y} + De^{-i\mu y}$$

функция екені белгілі. Осы табылған функцины (5) формулаға апарып қоялық, нәтижесі, мынадай,

$$\omega''(y) = \mu^2[Ae^{\mu y} + Be^{-\mu y} - Ce^{i\mu y} - De^{-i\mu y}]$$

$$\omega''(-y) = \mu^2[Be^{\mu y} + Ae^{-\mu y} - De^{i\mu y} - Ce^{-i\mu y}]$$

болады, мұнан,

$$\mu^2 \omega(y) = \mu^2[Ae^{\mu y} + Be^{-\mu y} + Ce^{i\mu y} + De^{-i\mu y}]$$

Демек, $A = B, C = D$.

Онда

$$\omega(y) = A(e^{\mu y} + e^{-\mu y}) + C(e^{i\mu y} - e^{-i\mu y})$$

функциясы, жоғарыдағы, (5) теңдеудің шешімі болады. Осы функцияны, жоғарыдағы, (6) шекаралық шарттарына апарып қойып, А және С белгісіз тұрақтылары үшін сызықтық теңдеулер системасын аламыз.

$$\omega(-1) = A(e^{-\mu} + e^{\mu}) + C(e^{-i\mu} - e^{i\mu}) = 0,$$

$$\omega'(y) = \mu A(e^{\mu y} - e^{-\mu y}) + i\mu C(e^{i\mu y} - e^{-i\mu y}),$$

$$\omega'(-1) = \mu A(e^{-\mu} - e^{\mu}) + i\mu C(e^{-i\mu} + e^{i\mu})$$

$$\begin{cases} A(e^{-\mu} - e^{\mu}) + C(e^{-i\mu} - e^{i\mu}) = 0, \\ A(e^{-\mu} - e^{\mu}) \cdot \mu + C(e^{-i\mu} - e^{i\mu}) \cdot \mu i = 0 \end{cases};$$

Осы, біртекті теңдеулер системасының анықтауышын есептейік, нәтижесі, мынадай,

$$\Delta(\mu) = \begin{vmatrix} e^{-\mu} + e^{\mu} & e^{-i\mu} - e^{i\mu} \\ \mu(e^{-\mu} - e^{\mu}) & i\mu(e^{i\mu} + e^{i\mu}) \end{vmatrix} =$$

$$= i\mu(e^{-\mu} + e^{\mu})(e^{-i\mu} + e^{i\mu}) - (e^{-i\mu} - e^{i\mu})\mu(e^{-\mu} - e^{\mu}) =$$

$$= \mu[(e^{(-1-i)\mu} + e^{(-1+i)\mu} + e^{(1-i)\mu} + e^{(1+i)\mu})i -$$

$$- e^{(-i-1)\mu} + e^{(-i+1)\mu} + e^{(i-1)\mu} + e^{(i+1)\mu}]$$

Осы анықтауыштың нөлдерінің квадраттары біздің (5) –(6) спектрәлдік есебіміздің меншікті мәндері болады.

Келесі лемма белгілі [14., 57 б.].

Лемма 1. P(z) -квазиполином болсын, яғни

$$P(z)=\sum_{i=1}^{n}A_j e^{\gamma_j z}, A_j\neq 0(j=1,2,...,n)$$

мұндағы $\gamma_1,\gamma_2,\ldots,\gamma_n$ –дегеніміз $\overline{D}$ дөңес көпбұрыштың төбелері. Онда

1) P(z) –тің индикатрисасы, мына,

$$h(\varphi)=\max_j(\gamma_j)\cos(\varphi+\psi_j),\psi_j=\arg\gamma_j(j=1,2,...,n);$$

функция болады;

2) координаталардың басынан қашықтықта P(z) –тің нөлдерінің бәрі жайдақ;

3) P(z) –тің координаталардың бас нүктесінен қашықтағы нөлдері, мынадай,

$$z_m^{(k)}=\frac{2\pi mi}{\gamma_{k+1}-\gamma_k}+P_k+\delta_m^{(k)},|\,\delta_m^{(k)}|<e^{-q_0 m},q_0>0$$

$$(k=1,2,\ldots,n;m>n_0);$$

4) координаталардың бас нүктесінен алыстағы нөлдері бір-бірінен $\beta>0$ қашықтықта жатады;

5) мына $|\,P(re^{i\varphi})|\le Ae^{h(\varphi)r}$, теңсіздік орынды;

6) центрлері P(z) –тің нөлдері, ал радиустары $\varepsilon_0>0$ болатын шеңберлерден тыс нүктелерде, мына, $|\,P(re^{i\varphi})|>Be^{h(\varphi)r},r>r_0,B>0$ теңсіздік орынды;

7) егер $\lambda_n(n\ge 1)$ дегеніміз P(z) –тің нөлдері және $|\,\lambda_n|\uparrow\infty$ болса, онда

$$|\,P'(\lambda_n)|\ge C\cdot e^{h(\varphi_n)(\lambda_n)},\lambda_n=|\,\lambda_n|\,e^{i\varphi_n},n>n_0.$$

Осы лемманы біздің $\Delta(\mu)$ анықтауышына қолданайық: $\gamma_1=1+i,\gamma_2=-1+i,\gamma_3=-1-i,\gamma_4=1-i$.

$$\begin{cases}\mu_m^{(1)}=\dfrac{2\pi mi}{\gamma_2-\gamma_1}+P_1+\delta_m^{(1)}=\dfrac{2\pi mi}{-2}+P_1+\delta_m^{(1)}=-\pi mi+P_1+\delta_m^{(1)};\\ \mu_m^{(2)}=\dfrac{2\pi mi}{\gamma_3-\gamma_2}+P_2+\delta_m^{(2)}=\dfrac{2\pi mi}{-2i}+P_2+\delta_m^{(i)}=-m\pi+P_2+\delta_m^{(2)};\\ \mu_m^{(3)}=\dfrac{2\pi mi}{\gamma_4-\gamma_3}+P_3+\delta_m^{(3)}=\dfrac{2\pi mi}{2}+P_3+\delta_m^{(3)}=-\pi mi+P_3+\delta_m^{(3)};\\ \mu_m^{(4)}=\dfrac{2\pi mi}{\gamma_1-\gamma_4}+P_4+\delta_m^{(4)}=\dfrac{2\pi mi}{2i}+P_4+\delta_m^{(4)}=m\pi+P_4+\delta_m^{(4)};\end{cases}$$

Енді, жоғарыдағы, (5) –(6) есептің барлық меншікті мәндері нақты сандар екенін көрсетейік.

Лемма 2. А-дегеніміз гилберттік Н кеңістігінде тығыз анықталған сызықтық оператор болсын делік, оның анықталу аймағы D(A), ал өзгеру аймағы R(A) болсын, ал S унитар оператор болсын және, мына, $S^2=I,S^*=S$ теңдіктер орындалсын.

Егер, мына,

1) әсіре үзіксіз кері A^{-1} операторы бар болса,

2) $AD=SA^*$

шарттар орындалса, онда AS операторының Н кеңістігінде толымды векторлар системасы бар және олар осы кеңістікте ортанормаланған базис құрайды.

Дәлелі. AS – операторы жалқы, шынында да, $(AS)^{*} = S^{\alpha} A^{*} = SA^{*} = AS$. Сондай-ақ, $A^{-1}S$ – операторы әсіре үзіксіз және жалқы. Шынын да $(A^{-1}S)^{*} = S^{\alpha}(A^{-1})^{*} = S(A^{-1})^{*}$; жоғарыдағы, 2) шарттар, мына, $S^{-1}AS = A^{*}$, $(A^{*})^{-1} = (A^{-1})^{*} = S^{-1}A^{-1}S$. Демек, $(A^{-1}S)^{*} = S(A^{-1})^{*} = SS^{-1}A^{-1}S = A^{-1}S$. Егер $A^{-1}x = 0$ болса, онда $x = AA^{-1}x = 0$. Олай болса, $\lambda = 0$ мәні меншікті емес. Енді Гилберт-Шмидтің, келесі теоремасына иек артайық.

Теорема. Егер A-дегеніміз жеберттік H-кеңістігінде әсіре үзіксіз жалқы оператор болса, осы кезкелген $x \in H$ үшін Ax элементі A операторының меншікті векторларынан құралған Фуренің қатарына жіктеледі. Бұл қатар, әлгі оператордың ортанормаланған меншікті векторларынан құралған және ол H кеңістігінде жыйнақталады **[2, 189 б.]**.

Сонымен, H кеңістігінің кез келген *x* векторы үшін, мына,

$$SA^{-1}x = \sum_{n=1}^{\infty}(SA^{-1}x, y_n) \cdot y_n$$

теңдік орынды, мұндағы, $\{y_n\}$ –дегеніміз SA^{-1} операторының ортанормаланған меншікті векторлары.

Былай, $y = A^{-1}x \in D(A)$, деп жорып, мынадай,

$$Sy = \sum_{n=1}^{\infty}(S_y, y_n) \cdot y_n, z = Sy \in D(A^{*}),$$

$$z = \sum_{n=1}^{\infty}(z, y_n) \cdot y_n.$$

теңдікке келеміз.

Соңғы, теңдік пен $AS = SA^{*}$ формуласынан $\{y_n\}$ системасының H кеңістігінде толымды екенің көреміз.

1-ескерім. $\overline{D(A)} = H, \Rightarrow \overline{D(A^{*})} = H$.

Шынында да, егер $y \in D(A^{*})$ болса, онда $Sy \in D(A)$ болады. Онда, мынадай, $x_n \in D(A)$ тізбек табылып, $x_n \to S_y$ болады. Демек, $Sx_n \to y, Sx_n \in D(A^{*})$. Жоғарыдағы, AS операторы жалқы болғандықтан $\{y_n\}$ системасы ортанормаланған, олай болса, ол H кеңістігінің базисі.

Енді $A = \dfrac{d^2}{dx^2}, D(A) = \{y \in W_2^2[-1,1], y(-1) = y'(-1) = 0\}$ және $Sy(x) = y(-x)$, $\forall y(x) \in L^2(-1,1)$ болсын делік. Бұл оператордың жоғарыдағы 2 леммаға сай екенін көруге болады. D(A) –ның H-та тығыз екені айдан анық. Кері A^{-1} операторын, былай, тұрғызайық. Егер

$$Ay = y''(x) = f(x); y(-1) = y'(-1) = 0$$

болса, онда

$$y(x)=\int_{-1}^{x}(x-t)f(t)dt=\int_{-1}^{+1}\theta(x-t)(x-t)f(t)dt \qquad (7)$$

мұндағы, $\theta(x)$ –Хевисайдтың функциясы. Шынында да

$$y(-1)=0, y'(x)=\int_{-1}^{x}f(t)dt, y'(-1)=0, y''(x)=f(x);$$

$K(x,t)=(x-t)\cdot\theta(x-t)$ - ядросының квадраты $\Omega=(0\le x\le 1)\mathrm{x}(-1\le y\le 1)$ аймағында, мөлшері, яғни $\iint_{\Omega}|K(x,t)|^2\,dxdt<+\infty$, сондықтан (7) операторы әсіре үзіксіз.

Әрі қарай, егер $y(-1)=y'(-1)=0$ болса, онда $(Sy)(1)=(Sy)'(1)=y(-1)=y'(-1)=0$, яғни $y\in D(A)$ болса, онда $Sy\in D(A^*)$ болады. Бұл сәтте, $SAy=y''(-x)=(Sy)''=A^*Sy$, яғни, $SA=A^*S$.

Демек, (5) –(6) есептің толымды ортононәл меншікті векторлар системасы бар, олар $L^2(-1,1)$ кеңістігінде базис құрайды, бұл меншікті векторларға сәйкес меншікті мәндер нақты сандар.

Енді, мына,

$$-v''=(\mu_m^2-\lambda)v, v(0)=v(1)=0$$

спектрәлдік есепті қарастырайық. Былай, $v_n=A_n\sin n\pi x, A_n=const, \mu_m^2-\lambda=(n\pi)^2$ боларын байқау қыйын емес. Шынында да, $v_n(0)=v_n(1)=\sin n\pi=0;-v_n''(x)=A_n(n\pi)^2\sin n\pi x=(n\pi)^2v_n(x)$.

Мына, $\{A_n\sin n\pi x\}, n=1,2,\ldots$ система $L^2(0,1)$ кеңістігінде толымды ортоғонал система құрайды. Шынында да,

$$(f,A_n\sin n\pi x)=A_n\int_0^1 f(x)\sin n\pi x dx=\begin{vmatrix}\pi x=t\\ dx=\dfrac{dt}{\pi}\end{vmatrix}=$$

$$=A_n\int_0^{\pi}f(\frac{t}{\pi})\sin ntdt=0, n=1,2,...$$

Мына, $\{\sin nt\}, n=1,2,...$ система $L^2(0,\pi)$ –де толымды болғандықтан $(0,\pi)$ интервалының барлық нүктелерінде дерлік $f(\dfrac{t}{\pi})=0$ теңдігі орындалады, мұнан (0,1) интервалының барлық нүктелерінде дерлік $f(x)=0$ болады.

Кері оралып, жоғарыдағы (3) –(4) есептің меншікті векторлары толық ортоғонәл система құрайтынын көреміз, ал оларға сәйкес меншікті мәндерінің бәрі нақты шамалар:

$$\lambda_{mn}=\mu_m^2-(n\pi)^2 \quad ,$$

$$u_{mn}(x,y)=v_m(x)\omega_n(y)B_{mn}$$

Белгілі деректертердің арқасында $\{u_{mn}(x,y)\}$ системасы $L^2[(0 \le x \le 1)x(-1 \le y \le 1)]$ кеңістігінде толымды әрі ортогонәл система құрайды.

Енді бастапқы (1) –(2) шекаралық есепті шешейік, ол үшін u(x,y) пен f(x,y) функцияларын ортанормаланган базисте тарқатамыз, сонда, мынадай,

$$u(x,y) = \sum_{m,n=1}^{\infty} u_{mn} v_m(x) \cdot \omega_n(y), f(x,y) = \sum_{m,n=1}^{\infty} f_{mn} v_m(x) \omega_n(y)$$

Осыларды (1) теңдеуге апарып қойсақ, мынадай,

$$\sum_{m,n=1}^{\infty} u_{mn} \lambda_{mn} v_m(x) \cdot \omega_n(y) = \sum_{m,n=1}^{\infty} f_{mn} v_m(x) \omega_n(y) \cdot$$

Фуренің коэффициенттерінің бірегейлігінен

$$u_{mn} = \frac{f_{mn}}{\lambda_{mn}} = \frac{f_{mn}}{\mu_m^2 - (n\pi)^2}, m, n = 1,2,...$$

мұндагы, u_{mn}, f_{mn} –дегендеріміз Фуренің коэффициенттері. теореманы.

5.**Қорытынды**.Аргументі кері аққан теңдеулердің болашагы зор,жәнe олардыц қолданылар салалары әлі алда деп санаймыз. Бұл аз зерттелген соны тақырып.

ӘДЕБИЕТ

[1] Р. Рихтмайер. Принципы современной математической физики. – М. Мир, 1982.

[2] Ахиезер Н.И., Ғлазман И.М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. – М.: Наука, 1966. – 544с.

[3] Данфорд Н., Шварц Дж.Т. Линейные операторы, спектральная теория. – М.: Мир, 1974.

[4] Friedrichs K.O.,On the perturbation of continuous spectra,Comm.Pure Appl.Math.,vol.III,Amer.Math.Soc.,Providence,R.I.,1965.

[5]Фаддеев Л.Д.,Строение резольвенты оператора Шредингера системы трех частиц с парным взаимодействием,ДАН СССР,138:3(1961),565-567.

[6] Фаддеев Л.Д., Строение резольвенты оператора Шредингера системы трех частиц,и залача рассеяния,ДАН СССР,145:2(1962),301-304.

[7] Фаддеев Л.Д.,Математические вопросы квантовой теории рассеяния для системы трех частиц,Тр.МИАН СССР им.Стеклова,69(1963),1-122.

[8] Lax P.D.,Pillips R.S.,Scattering theory,Academic Press,New York,1967.

[9] Kato T.Perturbation theory for linear operators,Springer, New York,1966.

[10] Мизохата С. Теория уравнений с частными производными. – М.: Мир, 1977.

[11]Кальменов Т.Ш. Краевые задачи для линейных уравнений в частных производных гиперболического типа. – Шымкент: Ғылым, 1993. – 328с.

[12] Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т. О полноте собственных векторов задачи Коши. - Республиканский научный журнал «Наука и образования ЮК» № 27, 2002. с. 58-62.

[13] Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т. К спектральной теории уравнения с отклоняющимися аргументами. - Институт математики МО и Н РК «Математический журнал».- Алматы 2004, т. 4, №3 (13) с. 41-48.

[14] Левин А.Ф.Целые функции,Ряды экспонент.-М.:Наука,1983.-1975.

[15]Шалданбаев А.Ш., Рустемова К. О периодической задаче для уравнения первого порядка с отклоняющимся аргументом. - Научный журнал Мин Образ/я и Науки «Поиск», № 4/2009, г. Алматы, с. 204-209.

[16] Шалданбаев А.Ш. Критерии вольтерровости дифференциального оператора первого порядка с отклоняющимся аргументом. - Вестник Карагандинского Университета, серия «Математика», № 3(47)/2007, с.39-43.

[17] Марченко В.А. Операторы Штурма – Лиувилля и их приложения. – Киев: Наукова думка, 1977. – 332с.

[18]Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш. О структуре спектра краевой задачи Штурма – Лиувилля на конечном отрезке времени.// Известия НАН РК, серия физ. – мат.– Алматы, 2000. – с.29-34.

[19] Шалданбаев А.Ш. Формулы следов для периодической и антипериодической задач Штурма–Лиувилля // Вестник МГУ. Серия 1. Математика-механика. 1982. - №3. - с. 6–11.

[20]Спектральные разложения корректных-некорректных начально краевых задач для некоторых классов дифференциальных уравнений.- 193с,Монография. LAP LAMBEPT Academic Pyblishing. http://dnb.d-nb.de. Email:info@lap-publishing.com,Saarbrucken 2011,Germanu.

REFERENCES

[1] R. Rikhtmayer. Principles of modern mathematical physics. – M. Mir, 1982.

[2] Akhiyezer N. I., Glazman I.M. The theory of linear operators in Hilbert space. – M.: Science, 1966. – 544 pages.

[3] Danford N., Schwartz Dzh. T. Linear operators, spectral theory. – M.: World, 1974.

[4] Friedrichs K.O., On the perturbation of continuous spectra, Comm.Pure Appl.Math., vol.III, Amer.Math.Soc., Providence, R.I., 1965.

[5] Faddeev L.D., the Structure of a rezolventa of the operator Schrӧdinger of system of three particles with pair interaction, SSSR,138:3(1961),565-567 is GIVEN.

[6] Faddeev L.D., the Structure of a rezolventa of the operator Schrӧdinger of system of three particles, and a zalacha of dispersion, SSSR,145:2(1962),301-304 is GIVEN.

[7] Faddeev L.D., Mathematical questions of the quantum theory of dispersion for system of three particles, Tr. MIAN USSR of Steklov, 69(1963),1-122.

[8] Lax P.D., Pillips R.S., Scattering theory, Academic Press, New York, 1967.

[9] Kato T.Perturbation theory for linear operators, Springer, New York, 1966.

[10] Mizokhata S. The theory of the equations with private derivatives. – M.: World, 1977.

[11] Kalmenov T.Sh. Regional tasks for the linear equations in private derivatives of hyperbolic type. – Shymkent: yly, 1993. – 328 pages.

[12] Shaldanbayev A.Sh., Akhmetova S. T. About completeness of own vectors of a task of Cauchy. - Republican scientific magazine "Science and Formations of YuK" No. 27, 2002. page 58-62.

[13] Kalmenov T.Sh., Shaldanbayev A.Sh., Akhmetova S. T. To the spectral theory of the equation with the deviating arguments. - Institute of mathematics of MO and N of RK "Mathematical Magazine".-Almaty 2004, t. 4, No. 3 (13) of page 41-48.

[14] Levin A.F.Tselye of function, Ranks exhibitor. - M of a.:nauk, 1983.-1975.

[15] Shaldanbayev A.Sh., Rustemova K. About a periodic task for the equation of the first order with the deviating argument. - Image Min scientific magazine / I and Sciences "Search", No. 4/2009, Almaty, page 204-209.

[16] Shaldanbayev A.Sh. Criteria of a volterrovost of the differential operator of the first order with the deviating argument. - Bulletin of the Karaganda University, Mathematics series, No. 3(47)/2007, page 39-43.

[17] Marchenko V.A. Operators of Storm – Liouville and their appendix. – Kiev: Naukova thought, 1977. – 332 pages.

[18] Kalmenov T.Sh., Shaldanbayev A.Sh. About structure of a range of a regional problem of Storm – Liouville on a final piece времени.//NAN RK'S News, a series physical. – mat. – Almaty, 2000. – page 29-34.

[19] Shaldanbayev A.Sh. Formulas of traces for periodic and anti-periodic problems of Storm Liouville//the Bulletin of MSU. Series 1. Mathematician-mechanic. 1982. - No. 3. - page 6-11.

[20] Spectral decomposition of regional tasks correct-incorrect nachalno for some classes of the differential equations. - 193c, Monograph. LAP LAMBEPT Academic Pyblishing. http://dnb.d-nb.de. Email:info@lap-publishing.com,Saarbrucken 2011, Germanu.

УДК 517.929

Задача Коши-Дирихле уравнения Лапласа с отклоняющимся аргументом

Копжасарова А.Ә., Оразов И.О., Шалданбаев Ә.Ш.

Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауезова, Шымкент, РК

Ключевые слова: уравнение Лапласа,задача Коши-Дирихле, отклоняющийся аргумент, теорема Гилберта-Шмидта.

Аннотация. В данной работе,методом Фурье,решена задача Коши-Дирихле уравнения Лапласа с отклоняюшимся аргументом.

Поступила 15.04.2016 г.