

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 4, Number 302 (2015), 215 – 221

**ABOUT NATURE OF DEPENDENCE OF OWN VALUES
OF THE OPERATOR OF STORM LIOUVILLE
ON COEFFICIENT OF THE BOUNDARY CONDITION**

A. B. Imanbaeva, S. T. Ahmetova, A. Sh. Shaldanbaev

M. Auezov South-Kazakhstan State University, Shymkent, Kazakhstan.
E-mail: shaldanbaev51@mail.ru

Keywords: Own values, operator Shturma-Liuvillya.

Abstract. We will consider in space of $L^2(0,1)$ operator of Storm Liouville

$$Ly = -y''(x) = \lambda y(x), \quad x \in (0,1) \quad (1.1)$$

$$y(0) = y'(1) + ay(1) = 0, \quad (1.2)$$

where a -real number, and λ -spectral parameter.

It is easy to establish that the operator (1.1)-(1.2) is symmetric and if $a \neq -1$, rated own vectors of the operator Shturma-Liuvillya (1.1)-(1.2) form orthonormalized basis of space of $L^2(0,1)$ [1].

Own values of the operator (1.1)-(1.2) depend on a and change at change of a . There is a question, what this dependence, in particular, whether there is no collision or consolidation of own values of the operator Shturma-Liuvillya (1.1)-(1.2).

We will note that such tasks arise, at division of variable regional tasks for the equations with private derivatives.

УДК 517.91

**О ХАРАКТЕРЕ ЗАВИСИМОСТИ СОБСТВЕННЫХ
ЗНАЧЕНИЙ ОПЕРАТОРА ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ
ОТ КОЭФФИЦИЕНТА ГРАНИЧНОГО УСЛОВИЯ**

А. Б. Иманбаева, С. Т. Ахметова, А. Ш. Шалданбаев

Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауезова, Шымкент, Казахстан

Ключевые слова: Собственные значения, оператор Штурма-Лиувилля.

Аннотация. В настоящей работе исследована зависимость собственных значений оператора Штурма-Лиувилля $Ly = -y''(x) = \lambda y(x)$, $y(0) = y'(1) + ay(1) = 0$ от параметра a .

Введение.

1. Рассмотрим в пространстве $L^2(0,1)$ оператор Штурма-Лиувилля

$$Ly = -y''(x) = \lambda y(x), \quad x \in (0,1) \quad (1.1)$$

$$y(0) = y'(1) + ay(1) = 0, \quad (1.2)$$

где a - вещественное число, и λ - спектральный параметр.

Легко установить, что оператор (1.1)-(1.2) симметричен и если $a \neq -1$, то нормированные собственные векторы оператора Штурма-Лиувилля (1.1)-(1.2) образуют ортонормированный базис пространства $L^2(0,1)$ [1].

Собственные значения оператора (1.1)-(1.2) зависят от a и меняются при изменении a . Возникает вопрос, какова эта зависимость, в частности, не происходит ли столкновение или уплотнение собственных значений оператора Штурма-Лиувилля (1.1)-(1.2).

Отметим, что такие задачи возникают, при разделении переменных краевых задач для уравнений с частными производными.

2.Методы исследований. Общее решение дифференциального уравнения

$$-y''(x) = \lambda y(x) \quad (2.1)$$

имеет вид

$$y(x, \lambda) = A \cos \sqrt{\lambda} x + B \frac{\sin \sqrt{\lambda} x}{\sqrt{\lambda}}, \text{ (при } \lambda \neq 0) \quad (2.2)$$

где A, B - произвольные постоянные зависящие, вообще говоря, от спектрального параметра λ . Подставив (2.2) в граничное условие (1.2), получим систему уравнений относительно неизвестных произвольных постоянных A, B .

$$\begin{cases} y(x, \lambda)|_{x=0} = A = 0, \\ y'(1, \lambda) + ay(1, \lambda) = -\sqrt{\lambda} A \sin \sqrt{\lambda} + B \cos \sqrt{\lambda} + a \left[A \cos \sqrt{\lambda} + B \frac{\sin \sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}} \right] = 0, \Rightarrow \\ B \cos \sqrt{\lambda} + aB \frac{\sin \sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}} = B \left(\cos \sqrt{\lambda} + a \frac{\sin \sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}} \right) = 0. \end{cases}$$

Следовательно, собственные значения оператора Штурма-Лиувилля (1.1)-(1.2) являются корнями характеристического определителя

$$\Delta(\lambda) = \cos \sqrt{\lambda} + a \frac{\sin \sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}} = 0. \quad (2.3)$$

3. Результаты исследований. Предположим, что $a > 0$, тогда

$$\Delta(\lambda) = a \frac{\cos \sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}} \left(\frac{\sqrt{\lambda}}{a} + \operatorname{tg} \sqrt{\lambda} \right).$$

Если $\lambda = 0$, то $\Delta(0) = 1 + a > 1$, поэтому величина $\lambda = 0$ не является собственным значением.

Если $\lambda = -\mu^2 \leq 0$, то

$$\begin{aligned} \Delta(-\mu^2) &= \frac{a \cos i\mu}{i\mu} \left[\frac{i\mu}{a} + i\operatorname{th} \mu \right] = a \operatorname{ch} \mu \left[\frac{\mu}{a} + i\operatorname{th} \mu \right], \quad i\operatorname{th} \mu = \frac{e^\mu - e^{-\mu}}{e^\mu + e^{-\mu}}, \\ &\left[\frac{\mu}{a} + i\operatorname{th} \mu \right]' = \frac{1}{a} + \frac{1}{c\operatorname{h}^2 \mu} > \frac{1}{a} > 0. \\ \lim_{\mu \rightarrow -\infty} \left[\frac{\mu}{a} + i\operatorname{th} \mu \right] &= -\infty, \quad \lim_{\mu \rightarrow +\infty} \left[\frac{\mu}{a} + i\operatorname{th} \mu \right] = +\infty. \end{aligned}$$

Следовательно, уравнение $F(\mu) = i\operatorname{th} \mu + \frac{\mu}{a}$ на числовой оси $(-\infty, +\infty)$ имеет единственный корень $\mu = 0$, тогда из $\lambda = -\mu^2$ имеем $\lambda = 0$. Поэтому в этом случае ($a > 0$) отрицательные собственные значения отсутствуют, и все собственные значения (если есть) положительны ($a > 0 \Rightarrow \lambda_n > 0$).

Если $\lambda = \mu^2 > 0$, то

$$\Delta(\lambda) \Big|_{\lambda=\mu^2} = \frac{a \cos \mu}{\mu} \left(\operatorname{tg} \mu + \frac{\mu}{a} \right) = \frac{a \cos \mu}{\mu} \cdot F(\mu). \quad (3.1)$$

Если $\cos \mu_0 = 0$, то из уравнения $\Delta(\mu_0^2) = 0$ имеем $\sin \mu_0 = 0$, тогда $1 = \sin^2 \mu_0 + \cos^2 \mu_0 = 0$, что невозможно. Таким образом, если $\Delta(\mu_0^2) = 0$, то $\cos \mu_0 \neq 0$, поэтому $F(\mu_0) = \operatorname{th} \mu_0 + \frac{\mu_0}{a} = 0$. Обратно, если $F(\mu_0) = 0$ и $\mu_0 \neq 0$, то $\Delta(\mu_0^2) = 0$. Множество нулей функции $\Delta(\mu^2)$ совпадает с множеством, отличных от нуля, корней уравнения $F(\mu_0) = 0$, поэтому детально изучим свойства функции $F(\mu_0)$. Поскольку $\lambda = \mu_n^2$, то ограничимся изучением лишь неотрицательных корней уравнения $F(\mu) = 0$. Функция $F(\mu) = \operatorname{th} \mu + \frac{\mu}{a}$ положительна в тех интервалах, где $\operatorname{tg} \mu > 0$, т.е. при $n\pi < \mu < n\pi + \frac{\pi}{2}$, $n = 0, 1, 2, \dots$, поэтому в этих интервалах корни уравнения $F(\mu) = 0$ отсутствуют. Пусть $n\pi - \frac{\pi}{2} < \mu < n\pi$, $n = 1, 2, \dots$, тогда

$$F\left(n\pi - \frac{\pi}{2}\right) = -\infty, \quad F(n\pi) = \frac{n\pi}{a} > 0, \quad n = 1, 2, \dots$$

$$F'(\mu) = \frac{1}{\cos^2 \mu} + \frac{1}{a} > \frac{1}{a} > 0.$$

Следовательно, функция монотонно возрастает в интервале $\left(n\pi - \frac{\pi}{2}, n\pi\right)$, $n = 1, 2, \dots$ от $-\infty$ до $\frac{n\pi}{a} > 0$, и обращаясь в нуль лишь в одной точке μ_n . Таким образом, уравнение $F(\mu) = 0$ имеет бесконечное множество положительных корней расположенных в интервалах $\left(n\pi - \frac{\pi}{2}, n\pi\right)$, $n = 1, 2, \dots$, т.е. имеет место неравенство

$$n\pi - \frac{\pi}{2} < \mu_n(a) < n\pi, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3.2)$$

Теперь изучим поведение корней $\mu_n(a)$, $n = 1, 2, \dots$ при изменении параметра a от 0 до $+\infty$. Из уравнения $F(\mu) = 0$ имеем $\operatorname{tg} \mu_n = -\frac{\mu_n}{a}$ ($n = 1, 2, \dots$),

$$\mu_n = n\pi + \operatorname{arctg} \left(-\frac{\mu_n}{a} \right) = n\pi - \operatorname{arctg} \frac{\mu_n}{a}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3.3)$$

Тогда

$$1) \lim_{a \rightarrow +\infty} \mu_n(a) = n\pi - \operatorname{arctg} 0 = n\pi, \quad n = 1, 2, \dots,$$

$$2) \lim_{a \rightarrow 0} \mu_n(a) = n\pi - \frac{\pi}{2}, \quad n = 1, 2, \dots$$

При изменении параметра a в пределах от 0 до $+\infty$ корни $\mu_n(a)$ не слипаются, что видно из неравенства

$$\begin{aligned} \mu_{n+1}(a) - \mu_n(a) &= (n+1)\pi - \arctg \frac{\mu_{n+1}(a)}{a} - n\pi + \arctg \frac{\mu_n(a)}{a} = \pi + \arctg \frac{\mu_n(a)}{a} - \arctg \frac{\mu_{n+1}(a)}{a} > \\ &\quad \pi + 0 - \frac{\pi}{2} > \frac{\pi}{2}. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\inf_{a>0, m, n} |\mu_n(a) - \mu_m(a)| \geq \frac{\pi}{2}, \quad m, n = 1, 2, \dots \quad (3.4)$$

По теореме о неявной функции корни $\mu_n(a)$ непрерывно дифференцируемо зависят от параметра a [2.стр.95]. Продифференцировав уравнение $F(\mu) = 0$ по параметру a , получим дифференциальное уравнение движения нулей $\mu_n(a)$, $n = 1, 2, \dots$ при изменении параметра a .

$$\frac{\dot{\mu}_n}{\cos^2 \mu_n} + \frac{\dot{\mu}_n}{a} - \frac{\mu_n}{a^2} = 0, \quad n = 1, 2, \dots$$

где (\cdot) - знак дифференцирования по параметру a . Преобразуем полученное дифференциальное уравнение, принимая во внимание исходное уравнение $F(\mu) = 0$.

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{\cos^2 \mu} + \frac{1}{a} \right) \cdot \dot{\mu}(a) &= \frac{\mu(a)}{a^2}; \\ \operatorname{tg} \mu_n &= -\frac{\mu_n}{a}, \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \mu_n = 1 + \frac{\mu_n^2}{a^2}, \\ \frac{1}{\cos^2 \mu_n} &= 1 + \frac{\mu_n^2}{a^2}, \quad \left(1 + \frac{\mu_n^2}{a^2} + \frac{1}{a} \right) \cdot \dot{\mu} = \frac{\mu_n}{a^2}, \quad (a^2 + a + \mu_n^2) \cdot \dot{\mu}_n = \mu_n, \\ \dot{\mu}_n &= \frac{\mu_n}{a^2 + a + \mu_n^2} > 0, \quad \forall a > 0. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Следовательно, при изменении параметра a в сегменте $[0, +\infty)$ функция $\mu_n(a)$ принимает все значения из сегмента $\left[n\pi - \frac{\pi}{2}, n\pi \right]$ монотонно возрастаю от $n\pi - \frac{\pi}{2}$ до $n\pi$, $n = 1, 2, \dots$ (см. рисунок 1).

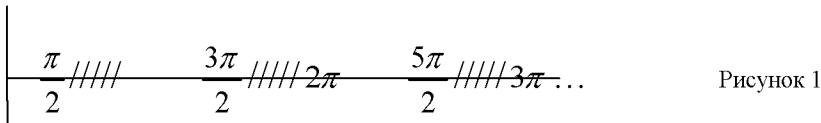


Рисунок 1

Оценим скорость стремления к своим граничным значениям корней $\mu_n(a)$, $n = 1, 2, \dots$ при применении параметра a . По теореме Лагранжа [2.стр.16] имеем

$$\begin{aligned} F(\mu_n) - F(n\pi) &= 0 - \frac{n\pi}{a} = F'(\xi)(\mu_n - n\pi) = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{\cos^2 \xi} \right) (\mu_n - n\pi), \\ \mu_n - n\pi &= \frac{-\frac{n\pi}{a}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{\cos^2 \xi}} = -\frac{n\pi}{1 + \frac{a}{\cos^2 \xi}}, \quad \mu_n(a) \prec \xi \prec n\pi, \end{aligned}$$

$$\mu_n = n\pi - \frac{n\pi}{1 + \frac{a}{\cos^2 \xi}}, \quad \mu_n(a) \prec \xi \prec n\pi,$$

$$0 \prec n\pi - \mu_n = \frac{n\pi}{1 + \frac{a}{\cos^2 \xi}} \prec \frac{n\pi}{1+a}, \quad \forall a > 0.$$

Следствие 3.1. $0 \prec 1 - \frac{\mu_n(a)}{n\pi} \prec \frac{1}{1+a}$, $0 \prec a \prec +\infty$.

Теперь получим оценку для другой границы.

$$\mu_n(a) - \mu_n(0) = \dot{\mu}_n(\xi) \cdot a = \frac{\mu_n(\xi) \cdot a}{a^2 + a + \mu_n^2(\xi)} \prec \frac{a}{\mu_n(\xi)},$$

$$0 \prec \xi \prec a, \Rightarrow \mu_n(0) \prec \mu_n(\xi) \prec \mu_n(a), \Rightarrow \frac{1}{\mu_n(\xi)} \prec \frac{1}{\mu_n(0)},$$

$$0 \prec \mu_n(a) - \mu_n(0) \prec \frac{a}{\mu_n(0)} = \frac{a}{n\pi - \frac{\pi}{2}}, \quad n = 1, 2, \dots$$

Следствие 3.2. $0 \prec \mu_n(a) - n\pi + \frac{\pi}{2} \prec \frac{2}{\pi} \cdot a$ (*иначе $a \rightarrow 0$*).

Нами доказана следующая теорема 3.1.

Теорема 3.1. Если $a \geq 0$, то положительные нули функции

$$\Delta(\mu^2) = a \frac{\sin \mu}{\mu} + \cos \mu \tag{3.6}$$

локализованы в интервалах

$$n\pi - \frac{\pi}{2} \leq \mu_n(a) \prec n\pi, \quad n = 1, 2, \dots \tag{3.7}$$

При изменении параметра a от 0 до $+\infty$ нули $\mu_n(a)$ монотонно возрастают от $n\pi - \frac{\pi}{2}$ до $n\pi$ (см. рисунок 1).

Имеют места равенства

- 1) $\lim_{a \rightarrow +0} \mu_n(a) = n\pi - \frac{\pi}{2}, \quad n = 1, 2, \dots,$
- 2) $\lim_{a \rightarrow +\infty} \mu_n(a) = n\pi, \quad n = 1, 2, \dots;$

и неравенства

- 1) $\mu_{n+1}(a) - \mu_n(a) \succ \frac{\pi}{2}, \quad n = 1, 2, \dots,$
- 2) $0 \prec n\pi - \mu_n(a) \prec \frac{n\pi}{1+a}, \quad \forall a \geq 0 \quad (a \rightarrow +\infty);$
- 3) $0 \prec \mu_n(a) - n\pi + \frac{\pi}{2} \prec \frac{a}{n\pi - \frac{\pi}{2}}, \quad (a \rightarrow +0).$

Нули $\mu_n(a)$ являются решениями нелинейного дифференциального уравнения

$$\dot{\mu}_n(a) = \frac{\mu_n(a)}{a^2 + a + \mu_n^2(a)}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3.10)$$

Интервал $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ не содержит нулей функции $\Delta(\mu^2)$ при всех $a \geq 0$.

Теорема 3.2. Если $a \geq 0$, то все собственные значения оператора Штурма-Лиувилля (1.1)-(1.2) положительны и удовлетворяют неравенств

$$(n\pi - \frac{\pi}{2})^2 \leq \lambda_n(a) < (n\pi)^2, \quad \forall a \gg 0, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3.11)$$

При изменении параметра a от 0 до $+\infty$ собственные значения $\lambda_n(a)$ $n = 1, 2, \dots$ монотонно возрастают от $(n\pi - \frac{\pi}{2})^2$ до $(n\pi)^2$.

Имеют места равенства

- 1) $\lim_{a \rightarrow +0} \lambda_n(a) = (n\pi - \frac{\pi}{2})^2, \quad n = 1, 2, \dots,$
 - 2) $\lim_{a \rightarrow +\infty} \lambda_n(a) = (n\pi)^2, \quad n = 1, 2, \dots;$
- и неравенства

- 1) $\lambda_{n+1}(a) - \lambda_n(a) > n\pi^2, \quad n = 1, 2, \dots,$
 - 2) $0 < (n\pi)^2 - \lambda_n(a) < \frac{2(n\pi)^2}{1+a}, \quad \forall a \geq 0 \quad (a \rightarrow +\infty);$
 - 3) $0 < \lambda_n(a) - (n\pi + \frac{\pi}{2})^2 < \frac{2an\pi}{n\pi - \frac{\pi}{2}}, \quad (a \rightarrow +0), \quad n = 1, 2, \dots .$
- (3.13)

4. Выводы. Результаты данной работы могут быть использованы в спектральной теории операторов [3-14].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Марченко В.А. Спектральная теория операторов Штурма-Лиувилля. - Киев: 1972.
- [2] Араманович И.Г. и др. Математический анализ.- М.: Физматгиз, 1961, 350с.
- [3] Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т. О полноте собственных векторов задачи Коши. - Республиканский научный журнал «Наука и образование ЮК» № 27, 2002. с. 58-62.
- [4] Шалданбаев А.Ш. Об операторах симметрии. - Республиканская научная конференция “Дифференциальные уравнения и теория колебаний” – Алматы, 10-12 октября 2002г, с. 81-84.
- [5] Шалданбаев А.Ш., Аширбекова К.Ш. О кратности спектра оператора Штурма-Лиувилля. Республиканская научная конференция “Дифференциальные уравнения и теория колебаний”. – г. Алматы, 10-12 октября 2002г., с. 84-86.
- [6] Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т. О полноте собственных векторов периодической и антипериодической задачи. - Республиканский научный журнал «Наука и образование ЮК» №34, 2003г, - с. 25-30.
- [7] Шалданбаев А.Ш., Аширбекова Ж.Ш. Об одном необходимом признаке симметрии задачи Штурма-Лиувилля. - Республиканский научный журнал «Наука и образование ЮК» №34, 2003г, - с. 133-136.
- [8] Шалданбаев А.Ш. Необходимое и достаточное условие существования сильного решения для параболического уравнения с обратным течением времени. - КазНУ им. АльФараби «Вестник», г. Алматы, №2 (53), 2007. – с. 58-72.
- [9] Шалданбаев А.Ш. О формулах следов одного класса операторов Штурма-Лиувилля. - Башкирский Государственный Университет, «Вестник», том 14, №2, 2009. – с.351-355.
- [10] Шалданбаев А.Ш. О сингулярно возмущенной задаче Коши в пространстве $L^2(0,1)$. // Математический журнал. г.Алматы, 2008, т.8, №4(30), с. 88-97.
- [11] Шалданбаев А.Ш. Решение сингулярно возмущенной задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами методом отклоняющегося аргумента. // Вестник КазНУ, серия мат.-мех., инф., 2010г, №1, с. 85-87.
- [12] Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш. Об одном рекуррентном методе решения сингулярно сингулярно возмущенной задачи Коши для уравнения второго порядка. // Математические труды. г.Новосибирск. 2010, т.13, №2, с. 128-138.
- [13] Kal'menov T.Sh., Shaldanbaev A.Sh. On a criterion of solvability of the inverse problem of heat conduction. Journal of Inverse and ill- posed problems.2010,v18,№4,p.352-369.

[14] Шалданбаев А.Ш. Спектральные разложения корректных-некорректных начально краевых задач для некоторых классов дифференциальных уравнений.- 193c, LAP LAMBERT Academic Publishing. <http://dnb.d-nb.de>. Email:info@lap-publishing.com,Saarbrucken 2011,Germanu.

REFERENCES

- [1] Marchenko V.A. Spektral'naja teorija operatorov Shturma-Liuvillja. - Kiev: 1972.
- [2] Aramanovich I.G. i dr. Matematicheskij analiz.- M.: Fizmatgiz, 1961, 350s.
- [3] Shaldanbaev A.Sh., Ahmetova S.T. O polnote sostvennyh vektorov zadachi Koshi. - Respublikanskij nauchnyj zhurnal «Nauka i obrazovanija JuK» № 27, 2002. s. 58-62.
- [4] Shaldanbaev A.Sh. Ob operatorah simmetrii. - Respublikanskaja nauchnaja konferencija “Differencial'nye uravnenija i teoriya kolebanij” – Almaty, 10-12 oktyabrya 2002g, s. 81-84.
- [5] Shaldanbaev A.Sh., Ashirbekova K.Sh. O kratnosti spektra operatora Shturma-Liuvillja. Respublikanskaja nauchnaja konferencija “Differencial'nye uravnenija i teoriya kolebanij”. – g. Almaty, 10-12 oktyabrya 2002g., s. 84-86.
- [6] Shaldanbaev A.Sh., Ahmetova S.T. O polnote sostvennyh vektorov periodicheskoy i antiperiodicheskoy zadachi. - Respublikanskij nauchnyj zhurnal «Nauka i obrazovanie JuK» №34, 2003g., - s. 25-30.
- [7] Shaldanbaev A.Sh., Ashirbekova Zh.Sh. Ob odnom neobhodimom priznake simmetrii zadachi Shturma-Liuvillja. - Respublikanskij nauchnyj zhurnal «Nauka i obrazovanie JuK» №34, 2003g., - s. 133-136.
- [8] Shaldanbaev A.Sh. Neobhodimoe i dostatochnoe uslovie sushhestvovaniya sil'nogo reshenija dlja parabolicheskogo uravnenija s obratnym techeniem vremeni. - KazNU im. Al'Farabi «Vestnik», g. Almaty, №2 (53), 2007. – s.58-72.
- [9] Shaldanbaev A.Sh. O formulah sledov odnogo klassa operatorov Shturma-Liuvillja. - Bashkirskij Gosudarstvennyj Universitet, «Vestnik», tom 14, №2, 2009. – s.351-355.
- [10] Shaldanbaev A.Sh. O singuljarno vozmushchennoj zadache Koshi v prostranstve $L^2(0,1)$. // Matematicheskij zhurnal. g.Almaty, 2008, t.8, №4(30), s. 88-97.
- [11] Shaldanbaev A.Sh. Reshenie singuljarno vozmushchennoj zadachi Koshi dlja sistemy obyknovennyh differencial'nyh uravnenij s peremennymi koeficientami metodom otklonjajushhegosja argumenta. // Vestnik KazNU, serija mat.-meh., inf., 2010g, №1, s. 85-87.
- [12] Kal'menov T.Sh., Shaldanbaev A.Sh. Ob odnom rekurrentnom metode reshenija singuljarno singuljarno vozmu-shchennoj zadachi Koshi dlja uravnenija vtorogo porjadka. // Matematicheskie trudy. g.Novosibirsk. 2010, t.13, №2, s. 128-138.
- [13] Kal'menov T.Sh., Shaldanbaev A.Sh. On a criterion of solvability of the inverse problem of heat conduction. Journal of Inverse and ill- posed problems.2010,v18,№4,p.352-369.
- [14] Shaldanbaev A.Sh. Spektral'nye razlozhenija korrektnyh-nekorrektnyh nachal'no kraevyh zadach dlja nekotoryh klassov differencial'nyh uravnenij.- 193c, LAP LAMBERT Academic Publishing. <http://dnb.d-nb.de>. Email:info@lap-publishing.com,Saarbrucken 2011,Germanu.

ШТУРМ-ЛИУВИЛЛ ОПЕРАТОРЫНЫҢ МЕНШІКТІ МӘНДЕРІНІҢ ШЕКАРАЛЫҚ КОЭФФИЦИЕНТКЕ ТӘУЕЛДІЛІГІНІҢ СЫЙПАТЫ

А. Б. Иманбаева, С. Т. Ахметова, А. Ш. Шалданбаев

М. О. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент, Қазақстан

Тірек сөздер:меншікті мәндер, Штурм-Лиувилл операторы.

Аннотация. Бұл еңбекте $Ly = -y''(x) = \lambda y(x)$, $y(0) = y'(1) + ay(1) = 0$ Штурм-Лиувилл операторының меншікті мәндерінің а параметріне тәуелділігі зерттелді.

Поступила 07.07.2015 г.