

[39] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. Unique solvability of nonlocal boundary value problems for systems of hyperbolic equations //Differential Equations. 2003. Vol. 39. No 10. P. 1414-1427.

[40] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. Well-posedness of nonlocal boundary value problems with integral condition for the system of hyperbolic equations //Journal of Mathematical Analysis and Applications. 2013. Vol. 402. No 1. P.167-178.

[41] Dzhumabayev D.S. Criteria for the unique solvability of a linear boundary-value problem for an ordinary differential equation // USSR Computational mathematics and mathematical Physics. 1989. Vol. 29. No 1. P.34-46.

## АРАЛАС ТУЫНДЫЛАРЫ БАР ГИПЕРБОЛАЛЫҚ ТЕНДЕУЛЕРДІҢ АРНАЙЫ ТҮРДЕГІ ЖҮЙЕСІ ҰШІН ЖАЗЫҚТАҒЫ ПЕРИОДТЫ ЕСЕП ТУРАЛЫ

А. Т. Асанова

ҚР БФМ Математика және математикалық моделдеу институты, Алматы, Қазақстан

**Тірек сөздер:** гиперболалық, период, шарт, шешілімділік, алгоритм.

**Аннотация.** Аралас тұындылары бар гиперболалық тендеулердің арнайы түрдегі жүйесі үшін жазықтықтағы периодты есеп қарастырылады. Қарастырылып отырған есептің жалғыз шешімінің бар болуы мәселелері және оны құру тәсілдері зерттеледі. Берілімдері периодты болған жағдайда зерттелінетін жазықтықтағы периодты есеп тіктөрбұрыштағы периодты шеттік есепке келтіріледі. Екінші ретті гиперболалық тендеулер жүйесі үшін периодты шеттік есепті шешу үшін қосымша функционалдық параметрлер енгізу әдісі қолданылады. Жаңа белгісіз функциялар ізделінді шешімінің характеристикалардағы мәндері ретінде енгізіледі. Гиперболалық тендеулер жүйесі үшін периодты шеттік есептің ізделінді шешімі жаңа белгісіз функция мен енгізілген функционалдық параметрлердің қосындысына алмастырылады. Қарастырылып отырған периодты шеттік есеп функционалдық параметрлері бар гиперболалық тендеулер жүйесі үшін Гурса есебінен және функционалдық қатынастардан тұратын пара-пар есепке келтіріледі. Алынған функционалдық параметрлері бар характеристикалардағы пара-пар есептің шешімін табудың алгоритмдері ұсынылған. Құрылған алгоритмнің жүзеге асырылымдығы мен жинақтылығы есептің берілімдері терминінде дәлелденген. Функционалдық параметрлері бар характеристикалардағы пара-пар есептің бірмәнді шешілімділігінің коэффициенттік жеткілікте шарттары тағайындалған. Арнайы түрдегі гиперболалық тендеулер жүйесі үшін жазықтықтағы периодты есептің жалғыз классикалық шешімінің бар болуы туралы теорема дәлелденген.

Поступила 07.07.2015 г.

## NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

## PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 4, Number 302 (2015), 117 – 120

## THE CALCULATION INDEX OF SCATTERING IN THE EARTH'S ATMOSPHERE

A. M. Karimov

Kazakh national university named after Al-Farabi, Almaty, Kazakhstan.  
E-mail: karalik0@yandex.ru

**Key words:** Index, indicatrix, scattering, atmosphere.

**Abstract.** In this article two options of calculation the index of scattering of sunlight passing through the Earth's atmosphere are discussed. Depending on the availability of certain parameters, it can be used in the calculation of one of the options. The essential components of computing are the latitude of observing site and the index of refraction in the Earth's atmosphere. In another instance, it is required more parameters: atmospheric density, refractive index, wavelength, and the number of drops of water vapor per unit volume, the number of dust

particles in the unit volume and the particle radius. These equations can be used in studies of the physical processes occurring in the Earth's atmosphere.

УДК 551.521

## ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ИНДИКАТРИСЫ РАССЕЯНИЯ В ЗЕМНОЙ АТМОСФЕРЕ

А. М. Каримов

Казахский Национальный университет им.аль-Фараби, Алматы, Казахстан

**Ключевые слова:** показатель, индикатриса, рассеяние, атмосфера.

**Аннотация.** Рассмотрены два варианта вычисления показателя индикатрисы рассеяния солнечного света проходящего через земную атмосферу. В зависимости от наличия тех или иных параметров, может быть использован в расчетах один из предложенных вариантов. Необходимыми компонентами вычислений являются значения широты места наблюдения и показатель преломления, в земной атмосфере. В другом случае, требуется большее количество параметров: плотность атмосферы, показатель преломления, длина волны, количество капель водяного пара в единичном объёме, количество частиц пыли в единичном объёме и радиус частиц. Полученные уравнения могут использоваться при исследованиях физических процессов происходящих в земной атмосфере.

**Введение.** При исследовании физических процессов протекающих в земной атмосфере, приходится учитывать рассеяние солнечного света частицами различных размеров, а также молекулами газов формирующих газовую оболочку Земли. Рассмотрение оптических свойств атмосферы, требует учёта функции ослабления приходящей к земной поверхности коротковолновой солнечной радиации. Одним из показателей снижения солнечного излучения проходящего через атмосферу Земли является индикатриса рассеяния. Которая определяется на основании спектрофотометрических измерений [1]. При обработке результатов измерений, имеют место затруднения при вычислениях и интерпретации их результатов.

**Цель работы.** Уточнения численных значений показателя индикатрисы рассеяния для расчётов в области физики земной атмосферы.

**Метод проведения работы.** Сопоставление накопленных закономерностей в данной области исследований, позволяет провести следующий метод анализа посвящённый этой проблематике: Показатель индикатрисы рассеяния  $\kappa$ , связан с показателем поглощения  $k$ , следующим соотношением [2]:

$$4\pi\kappa = k\lambda \quad \text{или} \quad \kappa = \frac{k\lambda}{4\pi} \quad (1)$$

где  $\lambda$  – длина волны нм;  $\pi$  – 3,1415926; показатель поглощения;  $k$ , определяется следующим соотношением:

$$k = \alpha_{\Sigma}\rho \quad (2)$$

$\alpha_{\Sigma}$  – интегральный коэффициент рассеяния, который вычисляется по уравнению (3);  $\rho$  – плотность атмосферы кг/м<sup>3</sup>. Коэффициент рассеяния  $\alpha_{\Sigma}$  можно рассматривать как сумму релеевского рассеяния, рассеяние молекулами водяного пара и рассеяние на частицах пыли в атмосфере [1]:

$$\alpha_{\Sigma} = \alpha_R + \alpha_w + \alpha_D \quad (3)$$

где  $\alpha_R$  - коэффициент релеевского рассеяния, вычисляется по уравнению (4);  $\alpha_w$  - рассеяние молекулами водяного пара, вычисляется по закону Ми (5);  $\alpha_D$  - рассеяние на частицах пыли вычисляется по уравнению Стреттона и Хоутона (6) [1]:

$$\alpha_R = \frac{32\pi^3(n-1)^2}{3\lambda^4 N} \quad (4)$$

где  $\pi$  – 3,1415926;  $n$  – показатель преломления;  $\lambda$  – длина волны нм;  $N$  – число Авогадро  $6,022 \times 10^{23}$  моль<sup>-1</sup> [1].

$$\alpha_w = q\lambda^{-n} \quad (5)$$

где  $q$  – количество капель водяного пара в единичном объёме;  $\lambda$  – длина волны нм;  $n$  – показатель преломления, значения которого существуют в пределах от 0 до 4 [1].

$$\alpha_D = \frac{4\pi^2 r^3 q_*}{\lambda} \quad (6)$$

где  $\pi = 3,1415926$ ;  $r$  – радиус частиц мкм;  $\lambda$  – длина волны нм;  $q_*$  – количество частиц пыли в единичном объёме. Таким образом, подставляя в уравнение (1) расписанные коэффициенты имеем:

$$\kappa = \frac{\rho\lambda}{4\pi} \left( \frac{32\pi^3(n-1)^2}{3\lambda^4 N} + q\lambda^{-n} + \frac{4\pi^2 r^3 q_*}{\lambda} \right) = \frac{8\rho\pi^2(n-1)^2}{3\lambda^3 N} + \frac{\rho q}{4\pi\lambda^{-n+1}} + \rho\pi r^3 q_* \quad (7)$$

С другой стороны, показатель индикатрисы рассеяния  $\kappa$  можно получить из уравнения (8) [2]:

$$m = n(1+i\kappa) \quad (8)$$

$m$  – оптическая масса (толщина) атмосферы;  $n$  – показатель преломления, значения которого существуют в пределах от 0 до 4;  $i$  – мнимое число равное -1. Из уравнения (8) имеем [2]:

$$\kappa = \frac{m-n}{ni} \quad (9).$$

$m$  – оптическую массу атмосферы можно найти из следующего соотношения [1,2]:

$$m = \sec z - \frac{2,8}{90-z} = \frac{90-z-2,8\cos z}{90\cos z-z\cos z} = - \int_0^\infty \rho ds \quad (10)$$

$z$  – угол падения солнечных лучей;  $\rho$  – плотность атмосферы;  $ds$  – элемент пути луча сквозь атмосферу [1]. Угол падения солнечных лучей  $z$ , можем получить из следующего уравнения [3]:

$$z = 90 \pm \delta - \varphi = 90 \pm 23,7 - \varphi \quad (11)$$

$z$  – угол падения солнечных лучей;  $\delta$  – угол наклона эклиптики к земному экватору, равный  $23,7^\circ$ . Для северного полушария эта величина берется со знаком плюс, для южного со знаком минус.  $\varphi$  – широта места наблюдения.

**Результаты работы.** Подставляя значение  $m$  из уравнения (10) в уравнение (9) получаем значение показателя индикатрисы рассеяния  $\kappa$ , которое можно приравнять с уравнением (7), в конечном итоге получаем выражение используемое для вычисления значения  $\kappa$ :

$$\kappa = -\frac{1}{n} \left( \frac{(\pm 23,7 - \varphi) - 2,8 \cos(90 \pm 23,7 - \varphi)}{90 \cos(90 \pm 23,7 - \varphi) - (90 \pm 23,7 - \varphi) \cos(90 \pm 23,7 - \varphi)} + n \right) = \frac{8\rho\pi^2(n^2-2n+1)}{3\lambda^3 N} + \frac{\rho q}{4\pi\lambda^{-n+1}} + \rho\pi r^3 q_* \quad (12)$$

**Область применения результатов.** Полученные формулы можно использовать при расчётах в оптике атмосферы, гелиоэнергетике, метеорологии и астрофизике.

**Выводы.** Показатель индикатрисы рассеяния  $\kappa$ , можно определить двумя способами по уравнению (11). В первом случае достаточно значений широты места наблюдения  $\varphi$  (с учётом полушария) и показателя преломления  $n$  в земной атмосфере. Во втором случае существенно увеличивается ряд необходимых параметров: плотность атмосферы  $\rho$ , показатель преломления  $n$ , длина волны  $\lambda$ , количество капель водяного пара в единичном объёме  $q$ , количество частиц пыли в единичном объёме  $q_*$  и радиус частиц  $r$ .

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Хромов С. П. Мамонтова Л. И. Метеорологический словарь. – Л.: Гидрометеоиздат, 1974. – 569 с.
- [2] Матвеев Л. Т. Курс общей метеорологии. Физика атмосферы. – Л.: Гидрометеоиздат, 1984. – 751 с.
- [3] Воронцов-Вельяминов Б. А. Астрономия. – М.: Просвещение, 1987. – 159 с.

## REFERENCES

- [1] Khromov S. P. Mamontova L. I. Meteorological dictionary. L. Gidrometeoizdat. 1974. 569 p. (in Russ.).
- [2] Matveev L. T. Course of general meteorology. Atmospheric physics. L. Gidrometeoizdat. 1984. 751 p. (in Russ.).
- [3] Vorontsov-Vel'iaminov B. A. Astronomy. M. Prosveshchenie. 1987. 159 p. (in Russ.).

**ЖЕР АТМОСФЕРАСЫНДАГЫ ШАШЫРАУДЫҢ ИНДИКАТРИСАНЫ ҚОРСЕТКІШІ ЕСЕПТІГІ**

**Ә. М. Қарімов**

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

**Тірек сөздер:** көрсеткіш, индикатриса, атмосфера, шашырау.

**Аннотация.** Макала екі нұсқасы Жер атмосферасындағы арқылы күн сәулесінің өту шашырау индексін есептеу талқылайды. Белгілі бір параметрлер болуына байланысты, ол опцияларының бірін есептеу кезінде пайдаланылуы мүмкін. есептеу маңызды компоненттері ендік мәндері болып табылады және Жер атмосферасындағы сыну көрсеткіші. Атмосфералық тығыздығы, сыну индексі, толқын ұзындығы, бірлік көлемі, бір су буынын тамшылардың саны, бірлік көлемі шаң бөлшектердің саны және бөлшектердің радиусы. Баска жағдайда, параметрлер көп талап етеді. Бұл тендеулер Жер атмосферасындағы жатқан физикалық процесстерді зерттеу кезінде пайдаланылуы мүмкін.

*Поступила 07.07.2015 г.*

**NEWS**

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES**

ISSN 1991-346X

Volume 4, Number 302 (2015), 120 – 124

**THE CRITERION OF ONE-VALUED SOLVABILITY OF DIRICHLET  
AND POINCARÉ SPECTRAL PROBLEMS  
FOR GELLERSTEDT MULTIDIMENSIONAL EQUATION**

**S. A. Aldashev<sup>1</sup>, B. Uaisov<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Kazakh National Pedagogical University named after Abai, Almaty, Kazakhstan,

<sup>2</sup>Kazakh Academy of Transport and Communications named after M.Tynyshbayev, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: Aldash51@mail.ru

**Ключевые слова:** критерий, спектральные задачи, многомерное, функция Бесселя.

**Abstract.** It has been shown in a plane that one of fundamental problems of Math Physics, i.e. studying the behavior of a hesitating string, is not correct when boundary conditions are given on the whole boundary of the domain. As it is shown below, Dirichlet problem is incorrect not just for a wave equation but for general hyperbolic equations.

The criterion of one-valued solvability of Dirichlet and Poincare spectral problems for Gellerstedt multidimensional equation is obtained in the article.

УДК 517.956

**КРИТЕРИЙ ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ  
СПЕКТРАЛЬНЫХ ЗАДАЧ ДИРИХЛЕ И ПУАНКАРЕ  
ДЛЯ МНОГОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ГЕЛЛЕРСТЕДТА**

**С. А. Алдашев<sup>1</sup>, Б. Уаисов<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Казахский национальный педагогический университет им. Абая, Алматы, Казахстан,

<sup>2</sup>Казахская академия транспорта и коммуникаций им. М. Тынышпаева, Алматы, Казахстан

**Ключевые слова:** критерий, спектральные задачи, многомерное, функция Бесселя.

**Аннотация.** На плоскости было показано, что одна из фундаментальных задач математической физики – изучение поведения колеблющейся струны некорректна, когда краевые условия заданы на всей границе