

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 5, Number 309 (2016), 124 – 128

**B. I. Demchenko<sup>1)</sup>, A. A. Komarov<sup>1)</sup>, I. E. Molotov<sup>2)</sup>,  
A. V. Serebryansky<sup>1)</sup>, L. I. Usoltseva<sup>1)</sup>, V. A. Voropaev<sup>2)</sup>**

<sup>1)</sup> Fesenkov Astrophysical Institute, Almaty, Kazakhstan

<sup>2)</sup> Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow, Russia

**SOME FEATURES OF GEOSTATIONARY  
SATELLITES ESSEMBLAGE**

**Abstract.** Geostationary satellites (GSS) are actively used in many different fields of activities. There are more than 1700 currently operational GSS. Most of them could be considered as space debris. In this paper we present raw criteria which can be used to specify if the satellite indeed belongs to GSS assemblage. Classification of GSS using three criteria (correctable, librating, drifting) is provided. The approximate formulas based on theory of motion of simple pendulum with two points of stable equilibrium for analysis of longitude behavior of the non-operational GSS (librating, drifting) are provided. Statistic of GSS distribution over three classes for period of 2016 is given. The evolution of GSS orbital plane for two periods of date is shown. We came to conclusion that avalanche like destruction of the geostationary zone due to dangerous encounters of GSS is likely will take place near longitude  $75^{\circ}$ .

**Keywords:** geostationary satellite, orbit evolution, space debris

УДК 523.4

**Б. И. Демченко<sup>1)</sup>, В. А. Воропаев<sup>2)</sup>, А. А. Комаров<sup>1)</sup>, И. Е. Молотов<sup>2)</sup>  
А. В. Серебрянский<sup>1)</sup>, Л.А. Усольцева<sup>1)</sup>**

<sup>1)</sup> Астрофизический институт им. Фесенкова, Алматы, Казахстан

<sup>2)</sup> ИГиМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

**НЕКОТОРЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МНОЖЕСТВА  
ГЕОСТАЦИОНАРНЫХ СПУТНИКОВ**

**Аннотация.** В настоящее время наземными пунктами наблюдений сопровождаются более 1700 геостационарных спутников (ГСС). Большинство из них являются космическим мусором. В статье сформулированы ориентировочные критерии, по которым данный ИСЗ можно считать геостационарным. Все ГСС можно разделить на три класса – корректируемые, либрационные, дрейфующие. Даны простые приближенные формулы для анализа поведения долготы неуправляемых ГСС (либрационных и дрейфующих) на основе теории движения математического маятника с двумя точками устойчивого равновесия. Приведена статистика распределения ГСС по трем классам на начало 2016 года. Показана эволюция плоскости орбит ГСС на два интервала дат. Сделан вывод о том, что лавинное разрушение объектов в геостационарной зоне за счет опасных сближений с большой вероятностью начнется вблизи долготы  $75^{\circ}$ .

**Ключевые слова:** геостационарный спутник, эволюция орбит, космический мусор

Обычно под множеством геостационарных спутников (ГСС) понимают космические объекты, имеющие период обращения вокруг Земли от 22 до 26 часов, наклон плоскости орбиты к плоскости экватора не более  $15^{\circ}$  и эксцентриситет до 0.15. Указанные пределы не являются общепринятыми. В настоящее время в каталоги ГСС включают такие объекты, которые трудно

отнести к геостационарным или даже геосинхронным, но которые способны периодически проходить вблизи геостационарной зоны, [1-3].

Период обращения идеального ГСС составляет ровно одни звездные сутки, или 1436.0682 минут солнечного времени, а эксцентриситет и наклон плоскости орбиты к плоскости земного экватора равны нулю. При таких параметрах космический объект в любой момент времени будет находиться над одной и той же точкой земной поверхности, причем сама эта «подспутниковая» точка расположена на земном экваторе. Движение реального ГСС всегда отличается от идеального по многим причинам. Главные из них – гравитационные возмущения от Луны, Солнца и от высших гармоник в разложении геопотенциала.

Все ГСС можно разделить на три больших класса: корректируемые, либрационные и дрейфующие. Корректируемые ГСС – это работающие спутники, которые удерживаются на заданной долготе с помощью собственных двигателей. Средний период между коррекциями – около 2 - 3 месяцев. На интервалах времени между коррекциями они двигаются по законам либрационных спутников.

Подавляющее большинство либрационных и дрейфующих ГСС – это брошенные пассивные спутники, представляющие собой фрагменты космического мусора (space debris). Дрейфующие спутники всегда двигаются в одном направлении, с востока на запад или с запада на восток. Либрационные ГСС совершают колебания по долготе около одной из двух точек устойчивого равновесия. Половину периода они двигаются с востока на запад, и половину периода – с запада на восток.

Под долготой ГСС понимается восточная долгота подспутниковой точки на поверхности Земли. Если известен «мгновенный» инерциальный период обращения ГСС вокруг Земли, то скорость изменения долготы (дрейф по долготе) в данный момент можно вычислить по формуле:

$$D = 360 \cdot \left( \frac{1440}{P_s} - 1.0027379093 \right) \text{ град/сутки,}$$

здесь  $P_s$  – сидерический период обращения ГСС в минутах солнечного времени. Если  $P_s = 1436.0682$ , то  $D = 0$ . При  $D < 0$  объект в данное время дрейфует с востока на запад (долгота убывает), при  $D > 0$  ГСС движется с запада на восток (долгота возрастает). Если инерциальный период  $P_s$  измерять в минутах звездного времени, то формула примет вид:

$$D = 360 \cdot \left( \frac{1440}{P_s} - 1 \right) \cdot 1.0027379093$$

Резонансное влияние долготных членов в разложении геопотенциала, прежде всего секториальной гармоники  $J_{2/2}$ , приводит к тому, что на геостационарной орбите имеются два устойчивых положения равновесия с долготами  $\lambda_1 = 75^\circ$  и  $\lambda_2 = 255^\circ$  (они же точки либрации), и два неустойчивых положения, отстоящих от устойчивых точек примерно на  $90^\circ$ . Первая точка либрации близка к долготе двух астрономических обсерваторий вблизи г. Алматы ( $\lambda \approx 77^\circ$ ) и пункта «Сажень-С», г. Приозерск ( $\lambda = 73^\circ$ ). Вторая точка близка к средней долготе США.

Для упрощенной трехосной модели Земли зависимость долготы  $\lambda$  пассивного ГСС от времени достаточно хорошо описывается дифференциальным уравнением типа уравнения математического маятника на жестком невесомом стержне, [3]:

$$\frac{d^2 \lambda}{dt^2} + \frac{D_k^2}{2} \cdot \sin(2(\lambda - \lambda_L)) = 0, \quad (1)$$

где  $\lambda_L = 75^\circ$  или  $255^\circ$ . Для нас удобнее брать первое значение,  $\lambda_L = 75^\circ$ . Параметр  $D_k = 0.437$  град/сутки имеет смысл критического дрейфа, [1,2].

Решение этого уравнения выражается через эллиптические функции, [3,4]. Введем следующие обозначения. Пусть  $D_0 = (d\lambda/dt)_0$  – дрейф в начальный момент  $t_0$ ,  $\lambda_0$  – долгота ГСС на этот же момент. Эти два параметра определяются из наблюдений и играют роль начальных условий. В рамках модели (1) максимальный дрейф ГСС по долготе  $D_m$ , т.е. есть дрейф при прохождении какой-либо точки либрации, равен:

$$D_m = \pm \sqrt{D_0^2 + D_k^2 \cdot \sin^2(\lambda_0 - \lambda_L)}; \quad (2)$$

Этот параметр вычисляется по начальным условиям. Формула (2) верна как для либрационных, так и для дрейфующих спутников. Знак  $D_m$  совпадает со знаком  $D_0$ . Для конкретного пассивного ГСС модуль  $D_m$  постоянен и может служить одной из его характеристик. Далее обозначим:

$$k^2 = (D_m/D_k)^2; \quad k_1 = 1/k; \quad K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2(\varphi)}}, \quad (3)$$

где  $K(k)$  – полный эллиптический интеграл 1-го рода. Для его вычисления можно воспользоваться алгоритмами, изложенными в [5,6]. Режим движения пассивного ГСС зависит от значения параметра  $k$ .

При  $k < 1$  – либрационный режим. Долгота ГСС совершает периодические колебания около одной из двух точек либрации:  $75^\circ$  или  $255^\circ$ . Амплитуда  $A$  (град) и период  $P$  (сутки) этих колебаний определяются формулами:

$$A = 57.29578 \cdot \arcsin(k); \quad P = \frac{4 \cdot K(k)}{D_k} \cdot 57.29578 \quad (4)$$

Параметры  $A$  и  $P$  также являются характеристиками конкретного либрационного ГСС, их можно использовать для идентификации объекта.

При  $k > 1$  – дрейфующий режим. Период изменения долготы определяется формулой:

$$P = \frac{4 \cdot K(k_1)}{D_m} \cdot 57.29578 \text{ (сутки)} \quad (5)$$

Реальное движение ГСС немного отличается от модели (1). Основные отличия:

- формулы (4, 5) дают завышенный период изменения долготы ГСС. Частично этот недостаток можно устранить вариацией параметра  $D_k$  в пределах от 0.480 до 0.437 (первое значение – для либрационных ГСС с небольшой амплитудой, второе – для ГСС с максимальным дрейфом, близким к критическому значению);

- долготы двух точек неустойчивого равновесия в действительности равны  $161^\circ$  и  $348^\circ$ , [1], а не  $165^\circ$  и  $345^\circ$ , как это следует из уравнения (1).

В настоящее время (2016 г.) в АФИФ имеется достаточно полный каталог ГСС, содержащий орбитальную и иную информацию примерно о 1700 объектах. Для сопровождения и постоянного обновления каталога используются собственные наблюдения и информация из внешних источников, [7-9]. Ниже приведено распределение ГСС по классам на начало 2016 года. В скобках дается процент данного класса от общего количества объектов, включенных в каталог.

Класс С – корректируемые ГСС (26%). Около 2/3 из них корректируются в плоскости экватора, то есть удерживаются на постоянной долготы и нулевой широте. Остальные корректируются в плоскости собственной орбиты. Они удерживаются только по долготы, а плоскость орбиты эволюционирует примерно так же, как у пассивных ГСС.

Класс L – либрационные ГСС (13%), из них 3/4 принадлежат точке  $75^\circ$  (класс L1), и только 1/4 – точке  $255^\circ$  (класс L2), то есть имеется явная асимметрия. Период колебаний либрационных ГСС меняется от 2 до 6 лет, амплитуда – до  $85^\circ$ .

Класс D – дрейфующие ГСС (61%). Примерно 2/3 из них постоянно двигаются с востока на запад (класс D1), и 1/3 – в обратном направлении (класс D2). Почти все эти объекты представляют собой космический мусор и находятся на так называемых «орбитах захоронения», выше или ниже геостационарной зоны. Однако многие из дрейфующих ГСС с большими эксцентриситетами способны проходить вблизи геостационарной зоны или пересекать ее.

Существует также небольшое количество объектов (менее 1%, класс L3) с максимальным дрейфом, близким к критическому. Под воздействием лунно-солнечных возмущений они способны переходить из одной точки либрации в другую, либо временно менять режим движения с либрационного на дрейфующий и обратно. При движении в либрационном режиме амплитуда либрации для таких ГСС превышает  $85^\circ$ .

Положение плоскости орбиты ГСС задается двумя параметрами:  $i$  – наклон плоскости орбиты к плоскости земного экватора, и  $\Omega$  – долгота восходящего узла орбиты, отсчитывается от точки весеннего равноденствия.

Как известно, если тело вращается, и на него действуют внешние силы, то плоскость вращения этого тела начинает медленно прецессировать вблизи некоторой основной плоскости.

Например, экваториальная плоскость Земли под воздействием лунно-солнечных возмущений прецессирует с периодом около 26 тыс. лет, а основная плоскость – это плоскость эклиптики, которая практически совпадает с плоскостью Лапласа для Солнечной системы. Под действием гравитационных возмущений орбиты пассивных ГСС также прецессируют, и здесь тоже есть своя «плоскость Лапласа». Период прецессии для ГСС составляет 54 года, [1,2].

На рисунке показаны две эволюционные диаграммы «наклон-узел» для ГСС в полярной системе координат на разные интервалы дат. По радиусу отложен угол наклона плоскости орбиты ГСС к плоскости экватора  $i$ , по полярному углу – долгота восходящего узла  $\Omega$ . Время существования ГСС на орбите увеличивается по часовой стрелке вдоль основной ветви диаграмм, начиная от точки  $(0,0)$ .

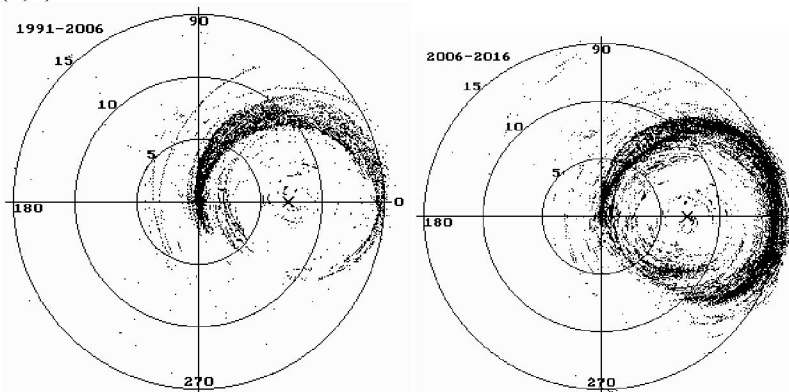


Рисунок – Эволюционная диаграмма «наклон-узел» для интервала 1991-2006 г.г. (слева) и 2006-2016 г.г. (справа). Крестиком отмечено положение плоскости Лапласа

Каждая точка на диаграммах соответствует положению некоторой плоскости орбиты. Начало координат – это плоскость экватора ( $i = 0$ ,  $\Omega$  не определено). Крестиком на горизонтальной оси отмечено положение плоскости Лапласа для ГСС ( $i = 7.3^\circ$ ,  $\Omega = 0$ ). Полное время одного оборота по диаграмме равно 54 года.

Как видно из этого рисунка, наклон орбиты ГСС к плоскости Лапласа почти постоянен. Можно также показать, что долгота восходящего узла относительно этой плоскости зависит от времени почти по линейному закону [1,3]. Если по радиусу откладывать не сам угол  $i$ , а  $\sin(i)$ , то каждая точка на диаграмме будет представлять собой проекцию конца единичного вектора, направленного вдоль момента импульса ГСС, на плоскость экватора.

Первый геостационарный спутник, Spucom-1, был выведен на орбиту в феврале 1963г. Следовательно, диаграмма «наклон-узел» должна полностью замкнуться в 2017 г. На рисунке хорошо видно, что фактически она замкнулась уже в 2016 г. Начиная с 2017 г. старые пассивные ГСС будут снова выходить в плоскость экватора, то есть в ту самую плоскость, где находится большинство работающих ГСС. Так будет повторяться каждые 54 года. Отметим два негативных следствия этого эффекта. Во-первых, повышается вероятность опасных сближений работающих ГСС со спутниками, запущенными 54 года назад. Во-вторых, затрудняется идентификация ГСС только по элементам орбиты. В этом смысле возрастает ценность фотометрической информации, см., например, [3, 10-13].

Самые яркие ГСС из нашего каталога имеют интегральную звездную величину около  $8.0^m$ , но некоторые из них в моменты зеркальных отражений от элементов конструкции могут повышать блеск до  $5^m$  -  $6^m$ . Многие ГСС периодически меняют яркость в результате собственного вращения. Особенно это характерно для пассивных объектов: либрационных и дрейфующих. По многолетним наблюдениям в АФИФ, основной период изменения блеска варьируется от 0.5 сек (дрейфующий, Transtage-17 rocket, запуск 1969 г, NORAD=03692, зв.вел.=13.1<sup>m</sup>) до 420 сек (либрационный, Kosmos-2085, запуск 1990 г, NORAD=20693, зв.вел.=11.2<sup>m</sup>).

Заметим, что «естественное» средство очистки околоземного пространства в результате торможения в верхних слоях атмосферы Земли, работает максимум до высоты 1000км. На геостационарной орбите это средство не работает. Время жизни пассивного ГСС оценивается в миллион лет. Как отмечено выше, количество либрационных спутников вблизи долготы  $75^\circ$  довольно велико, и с течением времени только возрастает. Поэтому можно предположить, что лавинное разрушение объектов в геостационарной зоне в результате опасных сближений начнется именно вблизи этой долготы, или, с меньшей вероятностью, вблизи долготы  $255^\circ$ . Такой же вывод следует из работы [14].

Работа выполнена в рамках проекта: «Информационные технологии в научном и образовательном процессах», шифр 0069/ГФ4.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Сочилина А. С., Вершков А. Н., Григорьев К. В., Киладзе Р. И., Гаязов И. С. Каталог улучшенных орбит неуправляемых геостационарных объектов // С.-Петербург, ИТА РАН. 1994. т.1. 102с. т.2. 95с.
- [2] Сочилина А. С., Киладзе Р. И., Григорьев К. В., Вершков А. Н. Каталог орбит геостационарных спутников // С.-Петербург, ИТА РАН.- 1996.- 104с.
- [3] Диденко А. В., Демченко Б. И., Усольцева Л. А., Афонин А. Н., Каложный Е. А., Гордыгага Н. Н., Старожилов Н. И., Зикрань В. А., Есенгали С. Р., Кабенко Ф. Х. Зональный каталог геостационарных спутников. Вып.2. // Алматы, Гылым.- 2000.- 108с.
- [4] Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М., Наука, 1971.- 576с.
- [5] Справочник по специальным функциям. под ред. М. Абрамовица и И. Стиган М., Наука.- 1979.- 832с.
- [6] Ageev M. I., Alik V. P., Markov I. Yu. Библиотека алгоритмов 151B-200B. Вып.4// М. - "Радио и связь". 1981. 184с.
- [7] <http://celestrak.com/NORAD/elements/geo.txt>
- [8] <http://www.planet4589.org/space/log/geo.log>
- [9] <http://spacedata.vimpel.ru/ru>
- [10] Didenko A.V., Usoltseva L.A. Methods of geostationary satellites' identification by the photometric information // Transaction of the KAU.- 2001.- № 2.- P. 83-91.
- [11] Диденко А.В., Усольцева Л.А. Определение типа геостационарного спутника по данным фотометрических наблюдений // Научно-технический сборник "Новости науки Казахстана". Алматы.- 2002.- № 2.- С. 17-22.
- [12] Didenko A.V., Demchenko B.I., Nifontov S.G., Usoltseva L.A. Zone Catalogue and Principles of Identification of Geostationary Satellites // Fifth US / Russian Space Surveillance Workshop. September 24-27.- 2003.- P.316-324.
- [13] Диденко А.В. Оптические и орбитальные характеристики некоторых ГСС США и их разгонных блоков // II Международная научная конференция «Наблюдение околоземных космических объектов», Звенигород, 24-28 января 2008 г., <http://fvn.astronomer.ru/report/0000027/index/htm>
- [14] Демченко Б. И., Диденко А. В. Фрактальная размерность взаимных сближений ГСС и некоторые статистические оценки. // Экологический Вестник ЧЭС.- т.3.- №4.- 2013.- С. 63-66.

#### REFERENCES

- [1] Didenko A. V., Demchenko B. I., Usoltseva L. A., Afonin A. N., Kaljuzhnyj E. A., Gordygaga N. N., Starozhilov N. I., Zikran' V. A., Esengali S. R., Kabenko F. H. *Zonal'nyj katalog geostacionarnyh sputnikov*. Vyp.2. Almaty, Gylym, 2000, p.108. (in Russ).
- [2] Kamke Je. *Spravochnik po obyknovennym differencial'nym uravnenijam*. M., Nauka, 1971, p.576. (in Russ).
- [3] Sochilina A. S., Vershkov A. N., Grigor'ev K. V., Kiladze R. I., Gajazov I. S. *Katalog uluchshennyh orbit neupravljajemyh geostacionarnyh objektov*. S.-Peterburg, ITA RAN, 1994, t.1, 102s: v.2, p.95. (in Russ).
- [4] Sochilina A. S., Kiladze R. I., Grigor'ev K. V., Vershkov A. N. *Katalog orbit geostacionarnyh sputnikov*. S.-Peterburg, ITA RAN, 1996, p.104. (in Russ).
- [5] *Spravochnik po special'nym funkcijam*. /pod red. M. Abramovica i I. Stigan/ M., Nauka, 1979, p.832. (in Russ).
- [6] Ageev M. I., Alik V. P., Markov I. Ju. *Biblioteka algoritmov 151B-200B*. Vyp.4, M., Radio i svjaz', 1981, p.184. (in Russ).
- [7] <http://celestrak.com/NORAD/elements/geo.txt>
- [8] <http://www.planet4589.org/space/log/geo.log>
- [9] <http://spacedata.vimpel.ru/ru>
- [10] Demchenko B. I., Didenko A. V. *Fraktal'naja razmernost' vzaimnyh sblizhenij GSS i nekotorye statisticheskie ocenki*, Jekologicheskij Vestnik ChJeS, t.3, №4, 2013, pp.63-66. (in Russ).

**Б. И. Демченко<sup>1)</sup>, В. А. Воропаев<sup>2)</sup>, А. А. Комаров<sup>1)</sup>, И. Е. Молотов<sup>2)</sup>  
А. В. Серебрянский<sup>1)</sup>, Л.А. Усольцева<sup>1)</sup>**

<sup>1)</sup> Фесенкова атындағы Астрофизика институты, Алматы, Қазақстан

<sup>2)</sup> РФА М.В. Келдыш атындағы ИПМ, Мәскеу, Россия

#### КӨПТЕГЕН ГЕОТҰРАҚТЫ СЕРІКТЕРДІҢ КЕЙБІР СИПАТТАМАЛАРЫ

**Аннотация.** Қазіргі таңда жердегі бақылау орындарымен 1700-ден аса геотұрақты серіктер бақыланады (ГТС). Олардың көпшілігі ғарыш қалдығы болып табылады. Мақалада ЖЖС мәліметтері бойынша геотұрақты деп есептеуге болатын бағдарлану белгілері қалыптасқан. Барлық ГТС үш топқа бөлуге болады – түзетілген, либрацияланған, ауытқыған. Тұрақты теңсіздік екі нүктесімен математикалық маятник қозғалысы теориясы негізінде басқарылмайтын ГТС (либрациялық және ауытқыған) ұзақтық жүрісі талдауы үшін қарапайым жақындастырылған формула берілді. 2016 жылдың басында үш тобы бойынша ГТС таралу статистикасы келтірілді. Күннің екі интервалына ГТС орбиталарының жазықтығының дамуы көрсетілді. Геотұрақты аймақта объектілердің селдік бұзылуы қауіпті жақындаудардың есебінен үлкен шамамен 75<sup>0</sup>С бойлыққа жақынырақ басталады деген шешім жасалды.

**Түйін сөздер:** геотұрақты серік, орбиталардың дамуы, ғарыш қалдығы.