N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 5, Number 309 (2016), 203 – 212

UDC 517.956.32

A. A. Kopzhasarova, G. A. Besbayev, E.A. Abylkassymova, A.SH. Shaldanbayev

M. Auezov South Kazakhstan State University
shaldanbaev51@mail.ru

SPECTRAL RESOLUTIONS OF SOLUTION OF VOLTAIRE NONLOCAL BOUNDARY VALUE PROBLEMS OF A WAVE EQUATION

Abstract. The wave equations are used in various branches of science and techniques, such as hydrologies, seismology and when studying the dynamics of an advance of waves in liquid and gas. Nevertheless, boundary value problems of this equation are little studied. In this work an attempt of studying of spectral properties of a nonlocal problem by methods of the theory of operators in spaces with indefinite metrics is made.

Keywords: wave equation, nonlocal boundary conditions, regular solubility, range, Voltairian operators, Crane space, self-conjugacy, automorphisms, basis of Riesz, spectrum analysis.

ӘОЖ 517.956.32

А.А. Көпжасарова, Г. А. Бесбаев, Э. А. Абылкасымова, А.Ш. Шалданбаев

Онтүстік-Қазақстан мемлекеттік университеті

ТОЛҚЫН ТЕҢДЕУІНІҢ ШАРТАРАПТЫ ВОЛТЕРЛІ ЕСЕПТЕРІНІҢ КРЕЙННІҢ КЕҢІСТІГІНДЕГІ СПЕКТРӘЛДІК ТАРАЛЫМДАРЫ

Аннотация. Толқындық теңдеулер гидрология, сейсмология сияқты ғылым мен техниканың әр түрлі салаларында кездеседі, алайда, сұйық және газ толқындардың таралу динамикасын зерттегенде теңдеудің осы шеттік мәселесі аз зерттелген. Шартарапты мәселелеріне арналған жұмыстар өте аз.

Бұл мақалада индефиниттік метрикалармен кеңістіктірде операторлар теориясының әдістерімен шартарапты есептің спектрлік қасиеттерін зерттеуге әрекет жасалынды.

Түйін сөздер: толқындық теңдеулер, шартарапты шекаралық шарттар, тұрақты шешілуі, спектр, волтерлі операторлары, Крейн кеңістігі, өзін-өзі түйіндес, Рисс базисі, спектрлік жүктеулер.

1. Кіріспе. Гиперболалық теңдеулердің шекаралық есептері аз зерттелген. Мұның бір себебі, оның характеристикалық формасының бір таңбалы болмауында болса керек, дәл осы себепті, вариациялық әдістер-де жарамайды. Тағы да, бір себебі [1], ертеректе француз ғалымы Ж-Адамар өз еңбектерінде гиперболалық теңдеулерге бастапқы есептер қолайлы, екеніне, назар аударған.

Өткен ғасырдың 60- жылдарынан бастап, математикалық физика саласына сызықтық операторлар теориясы қолданыла бастады, оған мұрындық болған К. Фридрихс [2], Дж.Ф. Нейман [3] және С.Л.Соболевтің [4] еңбектері болса керек . Нейманның еңбектерінен бастау алған, М.И.Вишик [5] өзінің әйгілі операторларды шыйрату теориясын жасады, бұл еңбек Қазақстанда М.Өтелбаев [6] пен Калменовтың [7] еңбектерінде жалғасын тапты. Өкінішке орай , бұл теориялар-да гиперболалық теңдеулерде сәтсіздікке ұшырады, оның себебі, мынада .Сызықтық операторлар теориясын шекаралық есептерге қолданған сәтте кішік (минимальный) оператор мен ұлық (максимальный) операторларды тұрғызу қажет болады, сонда L_0 кішік оператор болса оның сыңары (формально сопряженный) L_0^* ұлық оператор, болады, яғни көп жағдайда (әркез емес) $L_0 \subset L_0^*$ шарты орындалады. Сонда біздің шекаралық есебіміз осы екі оператордың арасында жатуы керек , яғни

$$L_0 \subset L \subset L_0^*$$

Әлгі, операторларды шыйрату (кеңіту) теориясында L_0 операторының қайтымды болуы талап етіледі [7,57 б], яғни шектеулі L_0^{-1} - кері операторы бар болуы қажет , бұл шарт әркез орындала бермейді , мысалы,

$$L_0 u = u_{xx} - u_{yy} \ , \qquad D(L_0) = C_0^{\infty}(\Omega) \ ,$$

$\Omega = [0,1]Ч[0,1]$, болса, онда

$$u_{xx}(x,y) = sinm\pi x \cdot sinm\pi y \quad , \quad n,m = 1,2,\ldots$$

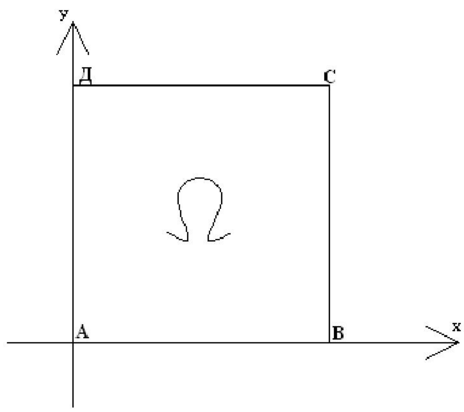
функциялары үшін

$$L_0 u_{mn} = \pi^2(m^2 - n^2)u_{mn} \quad , \quad m,n = 1,2,\ldots$$

теңдіктері орындалары, айдан анық , мұнан, біз $\lambda = 0$ шамасының L_0 операторының шексіз еселі меншікті мәні екенін көреміз, яғни L_0^{-1} операторы жоқ .

Десек-те, интегралдық кейіп пен Риман – Адамар, және алғы бағалау әдістері бойынша, гиперболалық теңдеулердің біраз шекаралық есептері Т.Ш. Калменовтың еңбектерінде зерттеледі , және оның монографиясында [7] көрініс тапты.Сондай-ақ, [8-15] еңбектер-де осы мәселенің төңірегінде,біздің зерттеуіміз барысында [16-19] еңбектер басшылыққа алынды,зерттеу нысанының кейбір мәселелері [20] еңбекте қарастырылды.

Толқын теңдеуінің бір ерекше қасиеті, оның нақты характеристикаларының болуында , алғы шартты , параллел жатқан екі характеристиканың тек біреуінде ғана беруге болады , екіншісі бос болуы керек, міне осы жай толқын теңдеуіне шартарапты (нелокальный) есепті қоюға негіз болды. Төменге, қара



1-сурет

$$\begin{cases} u_{xy} = f(x,y), & (x,y) \in \Omega \\ u|_{AB} = \alpha u|_{CD} \,, & u|_{AD} = \beta u|_{BC} \end{cases}$$

Бұрынырақ біз [14],[21] еңбектерде біз толқын теңдеуінің бұл шартарапты есебінің тұрлаулы шешілетінін көрсетеміз, яғни шешімнің бар екенін, және оның бастапқы шарттарға үзіксіз тәуелді екенін дәлелдегенбіз,ал [22] еңбекте бұл есептің вөлтерлі болуының үзілді кесілді шарттары табылған еді.Солардың ішінде екеуі бұрын соңды кездеспеген еді,енді солардың Крейннің кеңістігіндегі спектрәлдік таралымын алмақпыз [23].

Есептің қойылуы.

I. $\alpha = 0, \beta \neq 0$;болған жағдай.

Бұл сәтте есебіміз, мына,

$$Lu = u_{xy}(x, y) = f(x, y), (x, y) \in \Omega \tag{1}$$

$$u\big|_{AB} = 0, u\big|_{AD} = \beta \cdot u_{BC} \tag{2}$$

түрге енеді.

II. $\alpha \neq 0, \beta = 0;$ жағдай.

Бұл сәтте есебіміз, мына

$$Lu = u_{xy}(x, y) = f(x, y), (x, y) \in \Omega \tag{3}$$

$$u\big|_{AD} = 0, u\big|_{AB} = \alpha u\big|_{CD}, \alpha \neq 1, \alpha \neq 0 \tag{4}$$

түрге келеді. Бұл есептердің екеуі де вөлтерлі болғандықтан олардың $L^2(\Omega)$ кеңістігінде спектрәлдік таралымдары жоқ, сондықтан, оны Крейннің кеңістігінен іздейміз.

2.Зерттеу әдістері.

Зерттеу барысында индефинитті кеңістіктердегі сызықтық операторлар теориясы қолданылды [23],[24].

3.Зерттеу нәтиежелері.

Теорема 1. Егер

1) $\alpha = 0, \beta \neq 0;$

2) $\beta \neq 1$

болса, онда мына,

$$u_{xy}(x, y) = \lambda u(x, 1 - y), (x, y) \in \Omega \tag{5}$$

$$u\big|_{AB} = 0, u\big|_{AD} = \beta u\big|_{BC}, \beta \neq 1 \tag{6}$$

спектрәлді есептің меншікті мәндері, мынадай,

$$\lambda_{mn} = [\ln\left|\frac{1}{\beta}\right| + i\varphi_0 + 2m\pi i] \cdot (-1)^n \pi(n + \frac{1}{2}), \varphi_0 = \arg\frac{1}{\beta},$$
$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots; n = 0, 1, 2, \ldots$$

ал оларға сәйкес меншікті функциялары, мынадай,

$$u_{mn}(x, y) = C_m \mid \beta \mid^{-x} e^{ix \arg\frac{1}{\beta}} \cdot e^{2m\pi i x} \cdot \sqrt{2} \sin\left(n\pi + \frac{\pi}{2}\right)x, m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, n = 0, 1, 2, \ldots$$

болады, және олар $L^2(\Omega)$ кеңістігінде Рисстің базисін құрайды.

Теорема 2. Егер

1) $\alpha = 0, \beta \neq 0;$
2) $\beta \neq 1$

болса, онда (1) –(2) шартарапты шекаралық есебі әлді шешіледі және ол шешімнің түрі мынадай,

$$u(x,y) = \sum_{m,n} \frac{(f(x,1-y), v_{mn})}{\lambda_{mn}} u_{mn(x,y)}$$

болады, мұндағы,

$$\lambda_{mn} = [\ln\left|\frac{1}{\beta}\right| + i\varphi_0 + 2m\pi i](-1)^n \pi(n+\frac{1}{2}), m = 0,\pm1,\pm2,...; n = 0,1,2,...$$

$$\varphi_0 = \arg\frac{1}{\beta}$$

$$u_{mn}(x,y) = C_m \mid \beta \mid^{-x} e^{ix\arg\frac{1}{\beta}} \cdot e^{2m\pi ix} \cdot \sqrt{2}\sin\left(n\pi + \frac{\pi}{2}\right)y, m = 0,\pm1,\pm2,..., n = 0,1,2,...$$

$$(SL)^* v_{mn} = \overline{\lambda}_{mn} v_{mn}.$$

Теорема 3. Егер

1) $\alpha \neq 0, \beta = 0$
2) $\alpha \neq 1$

болса, онда (3) –(4) спектрәлдік есептің шешімі, мынадай,

$$\lambda_{mn} = (-1)^m \pi(m+\frac{1}{2}) \cdot [\ln\left|\frac{1}{\alpha}\right| + i\psi_0 + 2n\pi i], \psi_0 = \arg\frac{1}{\alpha}$$

$$u_{mn}(x,y) = \sqrt{2}\sin\left(m\pi + \frac{\pi}{2}\right)x \cdot C_n \mid \alpha \mid^{-y} e^{iy\arg\frac{1}{\alpha}} \cdot e^{2n\pi iy},$$

болады, мұндағы $C_n = const$.

Бұл сәтте $\{u_{mn}(x,y)\}$ меншікті функциялар системасы $L^2(\Omega)$ кеңістігіне Рисстің базисін құрайды.

Теорема 4. Егер

1) $\alpha \neq 0, \beta = 0$
2) $\alpha \neq 1$

болса, онда (3) –(4) шартарапты шекаралық есебі әлді шешіледі, және ол шешімнің түрі мынадай

$$u(x,y)=\sum_{m,n}\frac{(f(1-x,y),v_{mn})}{\lambda_{mn}}u_{mn}(x,y)$$

болады, мұндағы

$$\lambda_{mn}=(-1)^m\pi(m+\frac{1}{2})\cdot[\ln\left|\frac{1}{\alpha}\right|+i\psi_0+2n\pi i],\psi_0=\arg\frac{1}{\alpha}$$

4.Талқысы.

I. $\alpha=0,\beta\neq 0$ болған жағдай.

Алдымен, мынадай,

$$Su(x,y)=u(x,1-y)$$

оператор енгізейік. Енді (1) теңдеудің екі жағына-да осы оператормен әсер етіп, мына,

$$SLu=Su_{xy}(x,y)=Sf(x,y)$$

теңдеуді аламыз. Осы теңдеуге, мынадай

$$\begin{cases}Su_{xy}(x,y)=\lambda u(x,y)\\ u\big|_{AB}=0,u\big|_{AD}=\beta u\big|_{BC},\beta\neq 1\end{cases}$$

немесе

$$u_{xy}(x,y)=\lambda u(x,1-y) \quad (5)$$

$$u\big|_{AB}=0,u\big|_{AD}=\beta u\big|_{BC},\beta\neq 1 \quad (6)$$

спектрәлді есеп сәйкес келеді.

Бұл есептің айнымалыларын былай

$$u(x,y)=v(x)\cdot\omega(y)$$

бөліктесек, онда екі спектрәлдік есеп аламыз:

а) $v'(x)=\mu\cdot v(x),v(0)-\beta v(1)=0;$

б) $\omega'(y)=\nu\cdot\omega(1-y),v(0)=0$.

Біріншісінің шешімі бізге белгілі:

$$v_m(x)=C_m\,|\,\beta\,|^{-x}\,e^{xi\arg\frac{1}{\beta}}\cdot e^{2m\pi ix},m=0,\pm1,\pm2,...$$

Екінші спектрәлді есеп, егжей-тегжейлі [24] еңбекте зерттелген, оның ортонормаланған меншікті функциялары, мынадай,

$$\omega_n(y) = \sqrt{2}\sin\left(n\pi + \frac{\pi}{2}\right)y, n = 0,1,2,...$$

$$\nu_n = (-1)^n \pi\left(n + \frac{1}{2}\right)$$

Демек, (5) –(6) спектрәлдік есептің меншікті функциялары, мынадай,

$$u_{mn}(x,y) = C_m \mid \beta \mid^{-x} e^{ix\arg\frac{1}{\beta}} \cdot e^{2m\pi ix} \cdot \sqrt{2}\sin\left(n\pi + \frac{\pi}{2}\right)y, m = 0,\pm1,\pm2,..., n = 0,1,2,...$$

болады. Егер, мынадай,

$$e_{mn}(x,y) = e^{2m\pi ix} \cdot \sqrt{2}\sin\left(n\pi + \frac{\pi}{2}\right)y, m = 0,\pm1,\pm2,..., n = 0,1,2,...$$

белгілеу енгізсек, онда, былай

$$u_{mn}(x,y) = T \cdot e_{mn}(x,y) = \mid \beta \mid^{-x} \cdot e^{xi\arg\frac{1}{\beta}} \cdot e_{mn}(x,y)$$

жазуға болады.

Т-операторына кері оператор, мына

$$T^{-1}v(x,y) = \mid \beta \mid^{x} \cdot e^{-ix\arg\frac{1}{\beta}} \cdot v(x,y)$$

оператор. Бұл екі T, T^{-1} оператор-да шектеулі, ал $\{e_{mn}(x,y)\}$ системасы $L^2(\Omega)$ кеңістігінде ортонормаларған базис құрайды. Олай болса, $\{u_{mn}(x,y)\}$ системасы $L^2(\Omega)$ кеңістігінде Рисстің базисін құрайды.Бірінші теорема дәлелденді.

Әрі қарай, шешімнің спектрәлдік таралымын табайық.

$$Su_{xy} = Sf, SLu = Sf, \Rightarrow u = (SL)^{-1}Sf, \Rightarrow$$

$$u(x,y) = \sum_{m,n} < (SL)^{-1}Sf, v_{mn} > u_{mn} =$$

$$= \sum_{m,n}(Sf, \frac{v_{mn}}{\lambda_{mn}})u_{mn} = \sum_{m,n}\frac{(Sf, v_{mn})}{\lambda_{mn}}u_{mn}$$

$$(SL)^* v_{mn} = \overline{\lambda}_{mn} v_{mn}$$

Сонымен, екінші теорема да дәлелденді.

II. $\alpha \neq 0, \beta = 0;$ болған жағдай.

Бұл сәтте есебіміз, мына,

$$Lu = u_{xy}(x, y) = f(x, y), (x, y) \in \Omega \tag{3}$$

$$u|_{AD} = 0, u|_{AB} = \alpha u|_{CD}, \alpha \neq 1, \alpha \neq 0 \tag{4}$$

түрге келеді. Алдымен, мынадай

$$Su(x, y) = u(1 - x, y)$$

оператор енгізейік. Енді (3) теңдеудің екі жағына-да осы оператормен әсер етіп, мына

$$SLu = Su_{xy}(x, y) = Sf(x, y)$$

теңдеуді аламыз. Бұл теңдеуге, мынадай,

$$u_{xy}(x, y) = \lambda u(1 - x, y) \tag{7}$$

$$u|_{AD} = 0, u|_{AB} = \alpha u|_{CD} \tag{8}$$

спектрәлдік есеп сәйкес келеді.

Бұл есептің айнымалыларын, былай,

$$u(x, y) = v(x) \cdot \omega(y)$$

бөліктесек, онда екі спектрәлдік есеп аламыз:

а) $v'(x) = \mu v(1 - x),$

$v(0) = 0;$

б) $\omega(0) - \alpha\omega(1) = 0$.

Бірінші есептің шешімі, мынадай

$$v_m(x) = \sqrt{2}\sin\left(m\pi + \frac{\pi}{2}\right)x, m = 0,1,2,...$$

$$\mu_n = (-1)^m \pi(m + \frac{1}{2}), m = 0,1,2,...$$

ал екінші есептің шешімі, мынадай,

$$\omega_n(y) = C_n\, |\,\alpha\,|^{-y}\, e^{iy\arg\frac{1}{2}} \cdot e^{2n\pi i y}, n = 0, \pm 1, \pm 2, ...$$

Демек, жоғарыдағы, (7) –(8) есептің шешімі, мынадай,

$$u_{mn}(x,y)=\sqrt{2}\sin\left(m\pi+\frac{\pi}{2}\right)x\cdot C_n\,|\,\alpha\,|^{-y}\;e^{iy\arg\frac{1}{\alpha}}\cdot e^{2n\pi iy},$$

$$\lambda_{mn}=(-1)^m\pi(m+\frac{1}{2})\cdot[\ln\left|\frac{1}{\alpha}\right|+i\psi_0+2n\pi i],\psi_0=\arg\frac{1}{\alpha}$$

$$n=0,\pm1,\pm2,...;m=0,1,2,...$$

болады. Егер, мынадай,

$$e_{mn}(x,y)=\sqrt{2}\sin\left(m\pi+\frac{\pi}{2}\right)x\cdot e^{2n\pi iy},$$

белгілеу енгізсек, онда мұны, былай,

$$u_{mn}=Te_{mn}(x,y)=|\,\alpha\,|^{-y}\;e^{iy\arg\frac{1}{\alpha}}\cdot e_{mn}(x,y)$$

жазуға болады. Т-қайтымды оператор, оған кері оператор мынадай

$$T^{-1}v=|\,\alpha\,|^{y}\;e^{-iy\arg\frac{1}{2}}$$

болады. Бұл, T,T^{-1} операторларының екеуі де $L^2(\Omega)$ –кеңістігінде шектеулі, ал $e_{mn}(x,y)$ – системасы $L^2(\Omega)$ –кеңістігінде ортонормаларған базис құрайды. Олай болса $\{u_{mn}\}$ системасы осы кеңістікте Рисстің базисі болады.Осымен үшінші теорема дәлелденді.

Енді шешімнің спектрәлдік таралымын табайық.

$$Su_{xy}=Sf,SLu=Sf,\Rightarrow u=(SL)^{-1}Sf,\Rightarrow$$

$$u_{xy}=\sum_{m,n}<(SL)^{-1}Sf,v_{mn}>u_{mn}=$$

$$=\sum_{m,n}(Sf\frac{v_{mn}}{\lambda_{mn}})u_{mn}=\sum_{m,n}\frac{(Sf,v_{mn})}{\lambda_{mn}}u_{mn},$$

$$(SL)^*v_{mn}=\overline{\lambda}_{mn}v_{mn}.$$

Төртінші теорема да дәлелденді.

5.Қорытынды. Толқын теңдеуінің шартарапты есебі екі түрге бөлінеді,бірінші түрінің меншікті функциялары $L^2(\Omega)$ –кеңістігінде Рисстің базисін құрайды,ал екінші түрі бұл кеңістікте вөлтерлі,олар Крейнның кеңістігінде жіктеледі.

ӘДЕБИЕТ

[1] Адамар Ж. Задача Коши для линейных уравнений частными производным . -М, Наука , 1978 , -352с.

[2] Friedrichs K .O Symmetric . hyperbolic of Liner differential equations , Comm. Pure Apple 7 Mash., 7(1954) , 345-392.

[3] I. Von Neumahn. Allgemaine Eigenwertlheorie Hermit -esher funktional Operatoren, Math, 102, 1929, p.49-131.

[4] Соболев С.Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике , М, Наука , 1988 .

[5] Вишик М.И. Об общих краевых задачах для эллиптических уравнений , дифференциальных уравнений. Труды ММО, 1989, 1952, т.1, 152с .

[6] Отелбаев М. Кальменов Т .Ш. О регулярных краевых задачах для уравнения Лаврентьева - Бицадзе, Дифф. уравнения, 1981, Т.А. №5, с. 873-886 .

[7] Кальменов Т.Ш. Краевые задачи для линейных уравнений в частных производных гиперболического типа , Шымкент:Гылым, 1993,327с.

[8] Кальменов Т.Ш. О спектре одной сопреженной задачи для волнового уравнения , Весник А.Н Каз .1982, №2,с.63-66.

[9] Кальменов Т.Ш. Спектр краевых задачи со смещеннем для волнового уравнения , Диффенц. уравнения .1983 ,т19, №1,с.75-78

[10] Бияров Б.Н., Кальменов Т.Ш. О нелокальной вольнерровой задаче для гиперболического уравнения, Известия АН Каз ССР, сер. физ-математ, 1988, №5, с.13-16.

[11] Кальменов Т.Ш. О регулярных краевых задачах для волнового уравнения , Диффенц. уравнения.1981. т 17, №6, с.1105-1121.

[12] Садыбеков М.И, О задаче Дирихле для для волнового уравнения , Диффенц. уравнения . Функцион . анализ и по приложения Алма -Ата Каз . ГУ , 1988 ,т 17, №6,с.61-70.

[13] Садыбеков М.И, Кальменов Т.Ш. О задаче Дирихле и нелокольных краевых задачах для волнового уравнения, Диффенц. уравнения, 1990 , т.26, №1, с.60-65.

[14] Мелдебекова С . , Шалданбаев А.Ш. О реулярной разрешимости одной нелокальной краевой задачи волнового уравнения , Наука и образования ЮК , 2005 №6(46), с.105-109.

[15] Нахушев А.М. Об одном классе линейных уравненых задач для гиперболического и смешного типов уравнении второго порядка. Нальчих, Эльбурс. 1992, 155с.

[16] Мизохата С.Теория уравнений с частным производными. М. Мир, 1977, с. 504.

[17] Brislown C. Kernels of trace class operators , Proc . Amer 7 Nath. Soc , 1988 , v.104 , №4, P.1181-1190.

[18] Лидский В.Б. Несамосопряженные операторы имеющии след , Доклады А.Н ССР , 1959, т. 105, №3, P.485-488.

[19] Нерсесян А.Б. К теории интегральных уравнений типа Вольтера , Доклады А.Н ССР , 1964 , т. 155, №5, P.1049-1051.

[20] Шалданбаев А.Ш. Спектральные разложения корректных- некорректныхначально краевых задач для некоторых классов дифференциальных уравнений, Germanu, Saarbruchen: LAP LAMRET Acfdemic Pyblishing. http ;dob . d-nb. Dl. Emailinfa@lappyblishing com, 2011 ,193c.

[21] Сапрыгина М.Б., Байсейтова У.С., Шалданбаев А.Ш., Оразов И.О. О регулярной разрешимости нелокальной краевой задачи волнового уравнения., Известия Национальной академии наук РК, ISSN 1991-346X Серия физико-математическая. № 2. 2016,с.48.

[22] Сапрыгина М.Б., Шалданбаев А.Ш., Оразов И.О., Байсейтова У.С. Критерии вольтерровости нелокальной краевой задачи волнового уравнения .,Известия Национальной академии наук РК, ISSN 1991-346X Серия физико-математическая. № 2. 2016,с.147.

[23] СМБ,Функциональный анализ. –М.:Наука, 1972. -544с.

[24] Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т. К спектральной теории уравнения с отклоняющимися аргументами. - Институт математики МО и Н РК «Математический журнал».- Алматы 2004, т. 4, №3 (13) с. 41-48.

REFERENCES

[1] Hadamard Zh. An initial value problem for the simple equations quotients a derivant. - M, Science, 1978, - 352 pages.

[2] Friedrichs K. O Symmetric. hyperbolic of Liner differential equations, Comm. Pure Apple 7 Mash., 7(1954), 345-392.

[3] I. Von Neumahn. Allgemaine Eigenwertlheorie Hermit - esher funktional Operatoren, Math, 102, 1929, p.49-131.

[4] Sobolev S. L. Some applications of the functional analysis in mathematical physics, M, Science, 1988.

[5] Vishik M. I. About the common boundary value problems for elliptical equations, differential equations, Works MMO, 1989, 1952, t.1, 152 pages.

[6] Otelbayev M. Kalmenov T. Sh. About the regular boundary value problems for Lavrentyev's equation - Bitsadze, Diff. equations, 1981, T.A., No. 5, page 873-886.

[7] Kalmenov T.Sh. Boundary value problems for the simple equations in partial derivatives of hyperbolic type, Shymkent:gylym, 1993,327s.

[8] Kalmenov T.Sh. About a range of one conjugate task for a wave equation, Vesnik A.N Kaz.1982, No. 2, page 63-66.

[9] Kalmenov T.Sh. A boundary value problem range with smeshchenny for a wave equation, Diffents. equations.1983, t19, No. 1, page 75-78

[10] Biyarov B. N., Kalmenov T.Sh. About a nonlocal volnerrovy task for the hyperbolic equation, AN News Kaz SSR, is gray. physical-matemat, 1988, No. 5, page 13-16.
[11] Kalmenov T.Sh. About the regular boundary value problems for a wave equation, Diffents. equations.1981, t 17, No. 6, page 1105-1121.
[12] Sadybekov M. And, About a Dirichlet problem for for a wave equation, Diffents. equations. Funktsion. the analysis and on applications Alma-Ata Kaz. GU, 1988, t 17, No. 6, page 61-70.
[13] Sadybekov M. And, Kalmenov T.Sh. About a Dirichlet problem and nonlocal boundary value problems for a wave equation, Diffents. equations, 1990, t.26, No. 1, page 60-65.
[14] Meldebekova S., Shaldanbayev A.Sh. About a reulyarny solubility of one nonlocal boundary value problem of a wave equation, Science and formations of YuK, 2005 No. 6(46), page 105-109.
[15] Nakhushev A.M. About one class of the linear balanced problems for hyperbolic and ridiculous types a second-kind equation. Nalchikh, Эльбурс.1992, 155 pages.
[16] Mizokhata S. The theory of the equations with a quotient derivants, M. Mir, 1977, page 504.
[17] Brislown C. Kernels of trace class operators, Proc. Amer 7 Nath. Soc, 1988, v.104, No. 4, P.1181-1190.
[18] Lidsky V. B. Self-conjugate operators the having trace, A.N'S Reports of the Soviet Socialist Republic, 1959, t. 105, No. 3, P.485-488.
[19] Nersesyan A.B. To the theory of integral equations like Voltaire, A.N'S Reports of the Soviet Socialist Republic, 1964, t. 155, No. 5, P.1049-1051.
[20] Shaldanbayev A.Sh. Spectral resolutions of correct - nekorrektnykhnachalno boundary value problems for some classes of differential equations, Germanu, Saarbruchen: LAP LAMRET Acfdemic Pyblishing. http; dob. d-nb. Dl. Emailinfa@lappyblishing com, 2011, 193 pages.
[21] Saprygina M. B., Bayseytova U.S., Shaldanbayev A.Sh., I.O's Orazums. About the regular solubility of a nonlocal boundary value problem of a wave equation., News of National academy of Sciences of PK, ISSN 1991-346X Series physical and mathematical. No. 2. 2016, c.48.
[22] Saprygina M. B., Shaldanbayev A.Sh., I.O., Bayseytov U.S. Orazums. Criteria of a volterrovost of a nonlocal boundary value problem of a wave equation., News of National academy of Sciences of PK, ISSN 1991-346X Series physical and mathematical. No. 2. 2016, c.147.
[23] SMB, the Functional analysis. – M of a.:nauk, 1972. - 544 pages.
[24] Kalmenov T.Sh., Shaldanbayev A.Sh., Akhmetova S. T. To the spectral theory of the equation with the deviating arguments. Institute of mathematics of MO and N of RK "Mathematical Magazine".-Almaty 2004, t. 4, No. 3 (13) of page 41-48.

А.А. Көпжасарова, Г.А. Бесбаев, Э. А. Абылкасымова, А.Ш. Шалданбаев

Южно-казахстанский государственный университет

СПЕКТРАЛЬНЫЕ РАЗЛОЖЕНИЯ РЕШЕНИИ ВОЛЬТЕРРОВЫХ НЕЛОКАЛЬНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

Аннотация. Волновые уравнения встречаются в различных отраслях науки и техники, например, гидрологии, сейсмолологии, и при изучении динамики распространения волн в жидкости и газе, тем не менее, краевые задачи этого уравнения мало изучены. Работы посвященные нелокальным задачам очень мало. В данной работе предпринята попытка изучения спектральных свойств нелокальной задачи методами теории операторов в пространствах с индефинитными метриками.

Ключевые слова:волновое уравнение,нелокальные краевые условия, регулярная разрешимость, спектр, вольтерровые операторы, пространства Крейна, самосопряженность, автоморфизмы, базисы Рисса, спектральные разложения.