

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 5, Number 309 (2016), 50 – 54

UDK 524.85

A. T. Zulpykharov², T.K. Konysbayev², L.M. Chechin^{1,2}

¹Fessenkov Astrophysical Institute, Almaty, Kazakhstan,

²Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

z.adilet.t@mail.ru, talgar_777@mail.ru, chechin-lm@mail.ru

ESTIMATION OF RELAXATION TIME FOR GALAXIES WITH ACCOUNT OF DARK MATTER

Abstract. In this article the problem of estimation the time of galaxies' relaxation under accounting the concrete dark matter distribution, with comparing the time of galaxies' relaxation during the epoch of galaxies formation in the Universe is considered. The final result correlates with the well-known results on the Universe evolution.

The time of galaxy relaxation under accounting of dark matter contribution was calculated by Lagrange-Jacobi's equation usage. The distribution of dark matter has been choosing in the form of Navarro-Frenk-White profile. As the result, it was shown that relaxation time radically depends on the number of particles in a galaxy and on the parameter of dark matter state.

As this parameter must be less than unit (extremely rigid equation of a condition of substance corresponds), parameter as the first member among Taylor, has to be less (at least much).

It is obvious that further reduction of size of parameter and increase in number of particles does not make sense.

Keywords: dark matter distribution, Lagrange-Jacobi equation.

УДК 524.85

А. Т. Зулпыхаров², Т.К. Конысбаев², Л.М. Чечин^{1,2}

¹Астрофизический институт им. В.Г.Фесенкова, Алматы, Казахстан,

²Казахский Национальный Университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан

ОЦЕНКА ВРЕМЕНИ РЕЛАКСАЦИИ ГАЛАКТИК С УЧЕТОМ ТЕМНОЙ МАТЕРИИ

Аннотация. В статье ставится задача оценить время релаксации галактик с учетом конкретного распределения темной материи, сопоставить время релаксации галактик с эпохой формирования галактик во Вселенной. Конечный результат хорошо согласуется с известными результатами эволюции Вселенной. Время релаксации галактики с учетом вклада темной материи было рассчитано с помощью уравнения Лагранжа-Якоби. В качестве распределения темной материи была выбрана профиль Наварро-Френка-Уайта. Как результат, выявлено, что время релаксации галактик радикально зависит от числа частиц в галактике и от параметра состояния темной материи.

Так как этот параметр должен быть меньше единицы (сверхжесткое уравнение состояния) то как параметр первый член в ряду Тейлора, должен быть меньше (как минимум на порядок).

Очевидно, что дальнейшее уменьшение размера параметра и увеличение числа частиц не имеет смысла.

Ключевые слова: распределение темной материи, уравнение Лагранжа-Якоби.

Введение

Одной из актуальных проблем современной космологии является исследование свойств темной материи. Согласно современным представлениям в состав любой галактики входят темная

материя. Темная материя - это особый вид космической субстанции, которая в общем энергетическом балансе Вселенной составляет примерно 26,5% (см., например [1]).

Сама идея о существовании темной материи, как известно [2], была предложена для объяснения устойчивости галактик и их систем. Дело заключается в том, что численные оценки кинетической энергии галактики как системы N-тел, дают величину, большую, чем ее внутренняя потенциальная энергия. Соответствующую разность в энергиях и призвана обеспечить темная материя.

Однако устойчивость галактики существенно зависит от ее формы, что описывается конкретным моментом инерции. Изменение момента инерции галактик со временем связано с определенным соотношением между ее внутренними кинетической и потенциальной энергиями. Существующая зависимость описывается уравнением Лагранжа-Якоби [3].

При использовании уравнения Лагранжа-Якоби следует иметь в виду, что момент инерции галактики существенно зависит не только от формы, но и от пространственного распределения темной материи. Поэтому важно исследовать устойчивость системы N-тел, при различных распределениях темной материи.

Дело в том, что распределение темной материи в гало галактик является неоднородным, концентрируясь в их центрах и спадая к периферии. Конкретная функция распределения темной материи или ее профиль обычно находится методами численного моделирования динамики звезд в галактиках. На сегодняшний день известен ряд таких профилей [4 - 8].

Целью настоящей работы является оценка времени релаксации галактик с учетом выбранного распределения темной материи. Время релаксации фактически является временем окончательного формирования галактик как замкнутых гравитирующих систем [9]. Поэтому важно сопоставить время релаксации галактик с эпохой формирования галактик во Вселенной.

1. О времени релаксации галактик с учетом темной материи

Запишем уравнение Лагранжа-Якоби [3]

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 J}{dt^2} = 2h - W \quad (1)$$

В уравнении (1) h - полная энергия системы которую будем считать квазипостоянной, W - потенциальная энергия взаимодействия галактик между собой, и между каждой галактикой и общим гало темной материи, I - общий момент инерции всей системы. Если система N тел находится во внешнем поле темной материи, то

$$W = -G \sum_{i=1}^N \frac{m_i M}{r_i}, \quad (2)$$

где масса гало темной материи

$$M = \frac{4}{3} \pi \rho R^3 = \frac{4}{3} \pi \int \rho_{DM}(r) r^3 dr. \quad (3)$$

Причем область скопления галактик будем считать сферическо-симметричной. Для исследования уравнению (1) с учетом темной материи необходимо добавить уравнение состояния в виде

$$P = \omega \rho, \quad (4)$$

где P - давление, ρ - плотность и ω - постоянный коэффициент или параметр состояния темной материи.

Обычно параметр темной материи задается как постоянный коэффициент. Однако при исследовании эволюции галактики состояние темной материи меняется со временем. Поэтому необходимо использовать переменный во времени параметр состояния $\omega(t)$. Стандартным выражением уравнения состояния, получаемым при разложении $\omega(t)$ в ряд Тейлора, является [10] следующее -

$$P_{DM} = \left[\omega_{DM} \rho_{DM} = \omega_0 - \omega_1 H_0 \left(\frac{t}{1 - H_0 t} \right) \right] \rho_{DM}(r) \quad (5)$$

где H_0 - постоянная Хаббла, t - время релаксации, ω_0, ω_1 - постоянные величины, $\rho_{DM}(r)$ - пространственное распределение плотности темной материи или профиль темной материи. В качестве такового мы выбрали наиболее распространённый профиль Наварро-Френка-Уайта [11].

$$\rho(r) = \frac{\rho_{DM}}{\frac{r}{r_0} \left[1 + \left(\frac{r}{r_0} \right) \right]^2}. \quad (6)$$

Здесь ρ_{DM} - центральная плотность гало темной материи, r_0 - размер гало галактики и r - текущий радиус.

Обобщим теперь выражение для момента инерции тела $I = \int r^2 [\rho(r) + 3P(r)] dV$ на случай релятивистской космологии. Дело в том, что при описании момента инерции протяженных тел с использованием темной материи необходимо учитывать не только пространственное распределение ее плотности, но и распределение соответствующего давления. Поэтому, в согласии с [12], выражение для момента инерции будет иметь вид

$$J = \int r^2 [\rho(r) + 3P(r)] dV, \quad (7)$$

Подставляя сюда выражение (5), получаем

$$J = \left(1 + 3\omega_0 - 3\omega_1 H_0 \frac{t}{1 - H_0 t} \right) \int r^2 \rho(r) dV \quad (8)$$

Для дальнейших расчетов рассмотрим сферическо-симметричную галактику. Анализ выражения (8) показывает что подинтегральное выражение зависит только от пространственной координаты. Вводя сюда профиль Наварро-Френк-Уайта (6), получаем

$$J = \int r^2 \rho_{DM}(r) dV = \frac{4\pi}{3} r_0 \rho_0 \int_0^R \frac{r^3 dr}{\left(1 + \frac{r}{r_0} \right)^2}. \quad (9)$$

Точное вычисление этого интеграла дает

$$J = \frac{4\pi}{3} \rho_0 r^5 (3 \ln 2 - 2), \quad (10)$$

Таким образом, искомый момент инерции галактики принимает вид

$$J = J_0 + J_1(t), \quad (11)$$

где постоянная часть

$$J_0 = \frac{4\pi}{3} (1 + 3\omega_0) (3 \ln 2 - 2) \rho_{DM} R^5, \quad (12)$$

а переменная во времени компонента

$$J_1(t) = -\frac{4\pi}{3} 3\omega_1 H_0 (3 \ln 2 - 2) \rho_{DM} R^5 \left(\frac{t}{1 - H_0 t} \right). \quad (13)$$

Условие полной релаксации галактики состоит в том что $\frac{d^2 J}{dt^2} = 0$. Таким образом, получаем уравнение

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} \left(\frac{t}{1-H_0 t} \right) \right) = 2h - W(r), \quad (14)$$

Отсюда находим время релаксации галактики с учетом эволюции темной материи

$$t = \frac{1}{H_0} \left\{ 1 - \left[\frac{6\pi R^5 \omega_1 H_0^2 \rho_{DM}}{5(W-2h)} \right]^{\frac{1}{3}} \right\}. \quad (15)$$

Из формулы (15) видно, что она существенно зависит от количества частиц N в галактике, так как $W = wN$, где w - потенциальная энергия частицы единичной массы. Для типичных галактик $r_0 = 10^{18}$ см, $\rho_{DM} = 10^{-29} \frac{г}{см^3}$ [13] постоянная Хаббла $H_0 \approx 10^{-18} c^{-1}$. Тогда при количестве частиц $N = 10^{13}$ и $\omega_1 = 0.01$ из (15) находим время релаксации галактики - $t = 0.3T \approx 3 \cdot 10^9$ лет.

Выбор $\omega_1 = 0.01$ обусловлен следующими соображениями. Согласно [10] величины ω_0 и ω_1 постоянны. Так как ω_0 должно быть меньше единицы ($\omega_0 = 1$ для сверхжесткого уравнения состояния [14]), то ω_1 должно быть как минимум на порядок меньше ω_0 , то есть $\omega_1 \sim 0,01$.

Полученная нами оценка хорошо согласуется с известными результатами по эволюции Вселенной [15]. Заметим, что обычно используемое количество частиц в галактике составляет меньшую величину - $N = 10^8 \div 10^9$. Выявленное нами различие, по-видимому, может быть связано с тем, что указанное число описывает количество видимых звезд в галактике, в то время как число $N = 10^{13}$ описывает реальное количество звезд, включая огромное число чрезвычайно слабых - невидимых звезд, или соответствует фону темного барионного вещества.

Заключение

В работе, используя уравнение Лагранжа-Якоби, вычислено время релаксации галактики с учетом вклада темной материи. В качестве распределения темной материи был использован профиль Наварро-Френка-Уайта. Из (15) видно, что время релаксации существенно зависит от количества частиц в галактике и от параметра ω_1 . Так как параметр ω_0 должен быть меньше единицы [14] (предельно жесткое уравнение состояния вещества соответствует $\omega_0 \approx 0.3$), то параметр ω_1 , как первый член в ряду Тейлора, должен быть меньше (как минимум на порядок) ω_0 . Полагая нижнее значение второго параметра $\omega_1 \sim 0,01$, получаем верхнюю оценку числа частиц - она не должна превышать 10^{13} . Очевидно, что дальнейшее уменьшение величины параметра ω_1 и увеличение числа частиц не имеет смысла.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Березинский В.С., Докучаев В.И., Ерошенко Ю.Н. Мелкомасштабные сгустки темной материи // Успехи Физических Наук. - 2014. - Т. 184 - С. 3-42.
- [2] Rubin V. C., Ford W. K. Jr., Thonnard N. Rotational Properties of 21 SC Galaxies with a Large Range of Luminosities and Radii, from NGC 4605 /R = 4kpc/ to UGC 2885 /R = 122 kpc // Astrophysical Journal. - 1980 - V. 238 - P. 471-487.
- [3] L. G. Lukyanov, L. P. Nasonova, G. I. Shirmin. The Lagrange-Jacobi Equation in the Finite-Size Many-Body Problem // Astronomy Letters. - 2003 - V.29 - P. 635-639.
- [4] Avila-Reese V., Firmani C., Klypin A., Kravtsov A.V. Density Profiles of Dark Matter Haloes: Diversity and Dependence on Environment // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. - 1999 - V.310 - P. 527-539.
- [5] Burkert A. The Structure of Dark Matter in Dwarf Galaxies // The Astrophysical Journal Letters. - 1995 - V.447 - P. 171-175.
- [6] Catena R., Ullio P. A Novel Determination of the Local Dark Matter Density // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. - 2010 - V.8 - P. 1-21.

- [7] Einasto J. The Dark Matter and Large Scale Structure // *Astronomical Soc. Pacific Conference Series*. – 2000 – V.252 – P. 85.
- [8] Evans N.W., An J. Distribution Function of Dark Matter // *Phys.Rev.* – 2006 – V.73 – P. 023524.
- [9] Чандрасекар С., Принципы звездной динамики М., ИЛ 1948.
- [10] Linder E. V., Jenkins A. Cosmic Structure Growth and Dark Energy // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 2005 – V.362 – P. 799-825.
- [11] Navarro J.F., Frenk C.S., White S.D.M. The Structure of Cold Dark Matter Halos // *The Astrophysical Journal*. – 2003 – V.346 – P. 573-583.
- [12] Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Строение и эволюции Вселенной. М., Наука. 1975.
- [13] Чернин А. Д. Космический вакуум // *Успехи Физических Наук*. – 2001. - Т. 171 – С. 1153 –1175.
- [14] Фортвов В.Е., Уравнение состояния вещества. От идеального газа до кварк-глюонной плазмы. М., ФИЗМАТЛИТ., 2013.
- [15] Maraston C. Evolutionary Population Synthesis: Models, Analysis of the Ingredients and Application to High-z Galaxies // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 2005 – V.362 – P. 799-825.

REFERENCES

- [1] Berezinsky B.S., Dokuchaev B.I., Eroshenko Y.N. Small-Scale Clumps of Dark Matter // *Advances in Physical Sciences*, 2014. Т. 184 – С. 3-42. (in Russ.).
- [2] Rubin V. C., Ford W. K. Jr., Thonnard N. Rotational Properties of 21 SC Galaxies with a Large Range of Luminosities and Radii, from NGC 4605 /R = 4kpc/ to UGC 2885 /R = 122 kpc // *Astrophysical Journal*. 1980. V. 238 – P. 471-487.
- [3] L. G. Lukyanov, L. P. Nasonova, G. I. Shirmin. The Lagrange-Jacobi Equation in the Finite-Size Many-Body Problem // *Astronomy Letters*. – 2003 – V.29 – P. 635-639.
- [4] Avila-Reese V., Firmani C., Klypin A., Kravtsov A.V. Density Profiles of Dark Matter Haloes: Diversity and Dependence on Environment // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 1999 – V.310 – P. 527-539.
- [5] Burkert A. The Structure of Dark Matter in Dwarf Galaxies // *The Astrophysical Journal Letters*. – 1995 – V.447 – P. 171-175.
- [6] Catena R., Ullio P. A Novel Determination of the Local Dark Matter Density // *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*. – 2010 – V.8 – P. 1-21.
- [7] Einasto J. The Dark Matter and Large Scale Structure // *Astronomical Soc. Pacific Conference Series*. – 2000 – V.252 – P. 85.
- [8] Evans N.W., An J. Distribution Function of Dark Matter // *Phys.Rev.* – 2006 – V.73 – P. 023524.
- [9] Chandrasekhar S. Principles of Stellar Dynamics М., ИЛ 1948 (in Russ.).
- [10] Linder E. V., Jenkins A. Cosmic Structure Growth and Dark Energy // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 2005 – V.362 – P. 799-825.
- [11] Navarro J.F., Frenk C.S., White S.D.M. The Structure of Cold Dark Matter Halos // *The Astrophysical Journal*. – 2003 – V.346 – P. 573-583.
- [12] Zel'dovich, Ya. B., Novikov I.D. The Structure and Evolution of the Universe. М., Nauka, 1975 (in Rus.).
- [13] Chernin A. D. Space Vacuum // *Advances in Physical Sciences*. – 2001. - Т. 171 – С. 1153 –1175 (in Rus.).
- [14] Fortov B.E., The equation of state of a substance from the ideal gas to the quark-gluon plasma. М., PHYSMATH LIT., 2013
- [15] Maraston C. Evolutionary Population Synthesis: Models, Analysis of the Ingredients and Application to High-z Galaxies // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 2005 – V.362 – P. 799-825.

А. Т. Зултыхаров², Т.К. Қонысбаев², Л.М. Чечин^{1,2}

¹В.Г. Фесенков атындағы астрофизикалық институт, Алматы, Қазақстан

²Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық Университеті, Алматы, Қазақстан

ҚАРАҢҒЫ МАТЕРИЯНЫ ЕСЕПКЕ АЛУМЕН ГАЛАКТИКАЛАРДЫҢ РЕЛАКСАЦИЯ УАҚЫТЫН БАҒАЛАУ

Аннотация. Мақаланың негізгі мақсаты - галактикалардың қараңғы материя таралуы арқылы релаксация уақытын анықтау. Түпкі нәтиже Жер жүзі эволюциясының белгілі нәтижелерімен жақсы үйлеседі. Галактиканың релаксация уақыты, қараңғы материя үлесімен қоса, Лагранж-Якоби теңдеуі арқылы шығарылды. Қараңғы материяның үлестіруі ретінде Наварро-Френка-Уайттың профилі алынған. Нәтижесі ретінде, мәліметтер бойынша айта алатынымыз релаксация уақыты галактикадағы бөлшектер санына тәуелді деген тұжырым айқындалды.

Бөлшектер саны бірден аз болуының салдарынан (аса қатты күй теңдеуі) тейлор қатарында бірінші болады.

Әлбетте, бөлшектер санының мөлшерін одан әрі қысқарту мен арттыру мағынасыз болып табылады.

Түйін сөздер: қараңғы материя таралуы, Лагранж-Якоби теңдеуі.