

**NEWS**

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES**

ISSN 1991-346X

Volume 6, Number 304 (2015), 57 – 61

**RESEARCH OF DYNAMIC TERMS ON FRONTS  
OF LONGITUDINAL AND TRANSVERSAL WAVES**

**A. Barayev<sup>1</sup>, M. Zh. Zhumabayev<sup>1</sup>, A. Zh. Baimisheva<sup>1</sup>, A. D. Niyazymbetov<sup>1</sup>, M. Bariyev<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>South-Kazakhstan state pedagogical institute, Shymkent, Kazakhstan,

<sup>2</sup>Tashkent state technical university, Uzbekistan.

E-mail: barayev42@mail.ru

**Keywords:** dynamic terms longitudinal are transversal, waves, flexibility.

**Abstract.** Dynamic terms that have a substantial value for determination of the tensely-deformation state of flexible filament at affecting it by dynamic loading are investigated on longitudinal and transversal fronts.

The flexible elements made from natural, artificial, composition materials possessing high durability, flexibility and stability of true-to-shape of cross-sectional in the process of exploitation, are inculcated in all industries of technique. In many cases at the calculation of such elements flexural and turning inflexibility it is possible to ignore and to examine them as ideal, i.e. as flexible

УДК539.625

**ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ  
НА ФРОНТАХ ПРОДОЛЬНЫХ И ПОПЕРЕЧНЫХ ВОЛН**

**А. Бараев<sup>1</sup>, М. Ж. Жумабаев<sup>1</sup>, А. Ж. Баймишева<sup>1</sup>, А. Д. Ниязымбетов<sup>1</sup>, М. Баринев<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Южно-Казахстанский государственный педагогический институт, Шымкент, Казахстан,

<sup>2</sup>Ташкентский государственный технический университет, Узбекистан

**Ключевые слова:** динамические условия, продольные, поперечные, волны, гибкость.

**Аннотация.** Исследованы на продольных и поперечных фронтах динамические условия, которые имеют существенное значение для определения напряженно-деформационного состояния гибкой нити при воздействии на ее динамические нагрузки.

Гибкие элементы, изготовленные из натуральных, искусственных, композиционных материалов, обладающие высокой прочностью, гибкостью и устойчивостью заданной формы поперечного сечения в процессе эксплуатации, внедряются во все отрасли техники. Во многих случаях при расчете таких элементов изгибной и крутильной жесткостью можно пренебречь и их рассматривать как идеальную, т.е. как гибкую нить.

Известно, что схема волнового движения гибкой нити зависит от закона деформирования материала, от способа приложения и от величины внешней нагрузки. Однако качественное и количественное влияние названных и других параметров на напряженное состояние материала и на конкретные схемы движения гибких связей изучено недостаточно. Так как схемы волнового движения играют существенную роль при определении напряженно-деформированного состояния и формы движения, гибких связей, то изучение влияния этих параметров на текущие напряженные состояния материала, на установлению пределов влияния этих параметров, на конкретные схемы движения упруго-пластических гибких связей и исследования динамических условий на фронтах продольных и поперечных волнах представляют научный и практический интерес и являются актуальными.

**1°. Динамические условия, имеющие место на фронте упругой продольной волны.**

Пусть вдоль прямолинейной и невозмущенной первоначально линейно-упругой нити распространяется продольная волна со скоростью звука в местной среде  $\tilde{k}_1$  (рисунок 1).

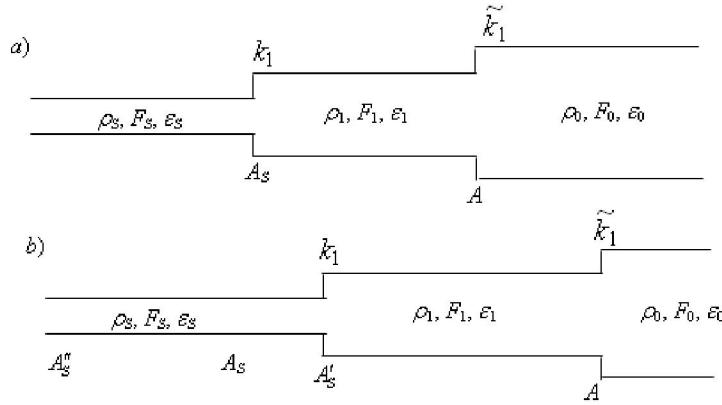


Рисунок 1

Здесь и дальнейшем  $\dot{x}_i, \varepsilon_i, \sigma_i, \phi_i, F_i, \rho_i$  – означают соответственно скорости частицы, деформация, напряжения, угол излома, площадь поперечного сечения, плотность область “ $i$ ”. Скорости распространения упругих волны обозначены волнистой кривой сверху, пластические волны без этих кривой.  $t$  – время,  $s$  – лагранжевый координат.

Если начальные условия впереди продольной волны  $A$  нулевые:  $\dot{x}_0(0)=0, \varepsilon_0(0)=0, \sigma_0(0)=0$  при  $t < 0$  и граничные условия на левом конце нити кусочно-постоянные:  $\dot{x}_i(l, t)=u(l, t)=const$  при  $t \geq 0$ , где  $i = 1, \dots, k$ , а деформация нигде не превосходит предела пропорциональности материала, то динамические условия, имеющие места на фронтах последовательно возникающих продольных волн:  $A, A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$  имеет вид: [1]:

- на волне  $A$ :  $\dot{x}_1 = -\tilde{k}_1 \varepsilon_1$ .
- на волне  $A_1$ :  $\dot{x}_2 - \dot{x}_1 = \tilde{k}_1 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$
- на волне  $A_2$ :  $\dot{x}_3 - \dot{x}_2 = \tilde{k}_1 (\varepsilon_2 - \varepsilon_3);$
- .....
- на волне  $A_k$ :  $\dot{x}_k - \dot{x}_{k-1} = \tilde{k}_1 (\varepsilon_{k-1} - \varepsilon_k)$ .

Если направления движения продольных волн  $A, A_1, A_2, \dots, A_k$  не совпадают с направлением горизонтальной оси  $x$ , то условия на фронтах волн принимают вид:

- на волне  $A$ :  $\dot{x}_1 = \tilde{k}_1 \varepsilon_1$ .
- на волне  $A_1$ :  $\dot{x}_2 - \dot{x}_1 = \tilde{k}_1 (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)$ .
- на волне  $A_2$ :  $\dot{x}_3 - \dot{x}_2 = \tilde{k}_1 (\varepsilon_3 - \varepsilon_2)$
- .....
- на волне  $A_k$ :  $\dot{x}_{k-1} - \dot{x}_k = \tilde{k}_1 (\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1})$ .

Если первоначальные скорости движения частиц нити нулевые, а деформация  $\varepsilon_0$  отлична от нуля, то условия, имеющие место на фронтах волн  $A$ , идущих в сторону роста и убывания оси  $x$ , сводятся к виду:

$$\dot{x}_1 = \pm \tilde{k}_{1,2} (\varepsilon_0 - \varepsilon_1). \quad (1)$$

Если первоначально частицы нити двигались со скоростью  $\dot{x}_0(s, t) = const$  и начальная деформация  $\varepsilon_0$  отлична от нуля, то динамические условия (1) принимают вид:

$$\dot{x}_1 - \dot{x}_0 = \pm \tilde{k}_1 (\varepsilon_0 - \varepsilon_1). \quad (2)$$

В уравнениях (1) и (2) верхние знаки имеют место в том случае, когда направление движения продольной волны  $A$  совпадает с направлением оси  $x$ , нижние же знаки – наоборот, когда направление движения продольной волны  $A$  противоположно направлению оси  $x$ .  $\tilde{k}_1 = \sqrt{E/\rho_0}$  – скорость распространения продольной упругой волны [2].

### 2°. Динамические условия, имеющие место на фронте пластической продольной волны.

Пусть материал деформируется по закону:

$$\sigma = E\varepsilon \text{ при } \varepsilon < \varepsilon_s \quad (3)$$

$$\sigma = E\varepsilon_s + E_1(\varepsilon - \varepsilon_s) \text{ при } \varepsilon \geq \varepsilon_s, \quad (4)$$

где  $\varepsilon_s$  – деформация, соответствующая пределу пропорциональности материала. В данном случае, сначала возникает волна Римана, идущая по нити со скоростью звука в местной среде, а вслед за ней, распространяется пластическая волна (рисунок 1) со скоростью [2]:  $k_1 = \pm \sqrt{E_1/\rho_0}$ , причем  $k_1 < \tilde{k}_1$ .

Продольная пластическая волна  $A_s$  распространяется вдоль нити в абсолютной системе координат со скоростью  $k_1 - u_1$ , так как в упругой области частицы двигаются со скоростью  $|u_1| = -u_1$ .

Пластическая волна  $A_s$ , двигаясь в относительной системе координат со скоростью  $k_1$ , за время  $dt$  проходит расстояние  $k_1 dt$ , и оказывается в положении  $A'_s$ , в свою очередь материальное сечение (точка)  $A_s$ , двигаясь со скоростью:

$$u_s = -k_1 \varepsilon_s, \quad (5)$$

оказывается в положении  $A''_s$ . Масса элемента нити, имеющая длину  $ds_1 = k_1 dt$ , равна  $\rho_1 F_1 ds_1 = \rho_1 F_1 k_1 dt$ , аналогично масса элемента нити, имеющей длину  $ds_s = (k_1 + |u_s|) dt = (k_1 - u_s) dt$ , равно:

$$\rho_s F_s ds_s = \rho_s F_s (k_1 + |u_s|) dt = \rho_s F_s (k_1 - u_s) dt. \quad (6)$$

В абсолютной системе координат длина элемента нити  $A_s A'_s$  равна  $(k_1 + |u_1|) dt = (k_1 - u_1) dt$ , а длина элемента нити  $A_s A''_s$  равна  $(|u_s| + |u_1|) dt = (-u_s - u_1) dt$ . Исходя из этого, общая длина участка нити  $A'_s A''_s$  в абсолютной системе координат составляет

$$(k_1 + |u_1| + |u_s| + u_1) dt = (k_1 - u_s - 2u_1) dt. \quad (7)$$

Закон сохранения количества движения на фронте продольной волны  $A_s$  имеет вид:

$$\rho_1 k_1 (\dot{x}_s - \dot{x}_1) = -E_1 (\varepsilon_s - \varepsilon_1).$$

Отсюда:

$$\dot{x}_s - \dot{x}_1 = k_1 (\varepsilon_1 - \varepsilon_s). \quad (8)$$

Если направление движения волны  $k_1$  противоположно направлению оси  $x$ , то последнее уравнение принимает вид:

$$\dot{x}_s - \dot{x}_1 = k_1 (\varepsilon_s - \varepsilon_1). \quad (9)$$

### 3°. Динамические условия, имеющие место на фронте упругой поперечной волны.

Поперечная волна, вдоль неподвижной первоначально и имеющей напряжение  $\sigma_0$  и относительную деформацию  $\varepsilon_0$  нити, распространяется со скоростью [2]:

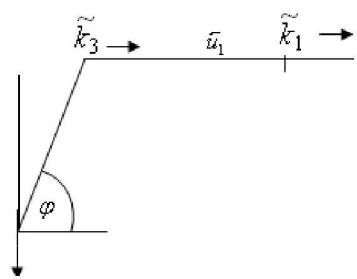


Рисунок 2

$$\tilde{k}_3 = \pm \sqrt{\sigma_0 / \rho_0 (1 + \varepsilon_0)}. \quad (10)$$

Пусть поперечная волна распространяется за продольной волной  $\tilde{k}_1$  навстречу движущимся со скоростью  $u_1$  частицам прямолинейной нити как это показано на рисунке 2. Такая картина движения возникает, например, в правой части нити при поперечном ударе по ней острым концом клина. В этом случае упругая поперечная волна в относительной системе координат распространяется со скоростью:

$$\tilde{k}_3 = \pm \sqrt{\sigma_1 / \rho_0 (1 + \varepsilon_1)} = \pm \tilde{k}_1 \sqrt{\varepsilon_1 / (1 + \varepsilon_1)}, \quad (11)$$

а абсолютная скорость распространения поперечной волны равна:

$$b' = \tilde{k}_3 + |u_1| = \tilde{k}_3 - u_1,$$

так как, скорость частицы в области «1»  $u_1 = -\tilde{k}_1 \varepsilon_1$ . то скорости  $\tilde{k}_3$  и  $b'$  связаны между собой следующим образом  $b' = (1 + \varepsilon_1) \tilde{k}_3$ , или:  $b' = \pm \tilde{k}_1 \sqrt{\varepsilon_1 (1 + \varepsilon_1)} = \pm \tilde{k}_1 \lambda$ ,  $\lambda = \sqrt{\varepsilon_1 (1 + \varepsilon_1)}$ .

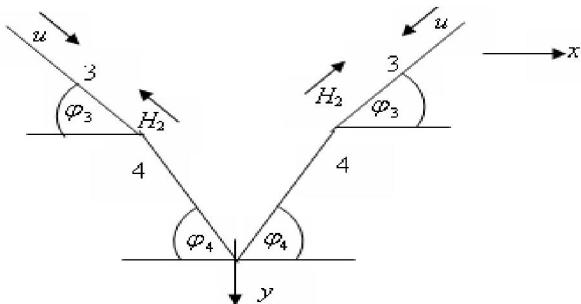


Рисунок 3

Пусть части нити, расположенные перед и за фронтом поперечной волны  $H_2$  (рисунок 3), образуют с осью  $x$  углы  $\varphi_3$  и  $\varphi_4$  соответственно. Если частицы нити вдоль первоначального ее направления двигались со скоростью  $u$ , то за фронтом поперечной волны они также будут продолжать двигаться вдоль нового направления нити со скоростью  $u$ . Справедливость данного утверждения обосновывается следующим образом. Во-первых, на фронте поперечной волны  $H_2$  имеют разрывы только касательные составляющие скорости в данной точке

нити, а относительная деформация не терпит разрыва. Во-вторых, на фронте поперечной волны модуль скорости  $u$  остается непрерывным – на оси координат имеют разрывы только ее составляющие. В противном случае происходили бы накопление или разряжение частиц перед и за фронтом поперечной волны, а также нарушение законов неразрывности движения и сохранения массы элемента нити.

Если деформация упругая, то закон сохранения количества движения, написанный в проекциях на оси  $x$  и  $y$ , принимает вид

$$\dot{x}_4 - \dot{x}_3 = \pm \tilde{k}_1 \sqrt{\varepsilon_3 (1 + \varepsilon_3)} (\cos \varphi_3 - \cos \varphi_4), \quad (12)$$

$$\dot{y}_4 - \dot{y}_3 = \pm \tilde{k}_1 \sqrt{\varepsilon_3 (1 + \varepsilon_3)} (\sin \varphi_4 - \sin \varphi_3). \quad (13)$$

Если деформация пластическая, то закон сохранения количества движения, написанный в проекциях на оси  $x$  и  $y$ , принимает вид:

$$\dot{x}_4 - \dot{x}_3 = \pm k_1 \sqrt{\varepsilon_3 (1 + \varepsilon_3)} (\cos \varphi_3 - \cos \varphi_4),$$

$$\dot{y}_4 - \dot{y}_3 = \pm k_1 \sqrt{\varepsilon_3 (1 + \varepsilon_3)} (\sin \varphi_4 - \sin \varphi_3).$$

#### 4°. Динамические условия на фронте упруго-пластической поперечной волны.

Найдем общий вид уравнения (12) – (13) для случая, когда деформация превосходит предел пропорциональности материала, то есть поперечная волна  $H_2$  распространяется по нити, имеющей деформацию  $\varepsilon_4 \geq \varepsilon_s$  – пластическая деформация.

Предположим, что волновая картина, изображенная на рисунке 4, возникла в результате нормального поперечного удара по нити точкой, движущейся с постоянной скоростью  $v$ . Тогда из

краевых условий следует, что  $\dot{x}_4 = 0$ ,  $\dot{y}_4 = v$ ,  $\dot{y}_3 = u$  используя это выражение и условие  $b_4 + |u| = (1 + \varepsilon_4) b'_4$ , напишем динамическую условию на поперечном фронте:

$$\dot{x}_4 - \dot{x}_3 = \pm(1 + \varepsilon_4) b'_4 (\cos \varphi_3 - \cos \varphi_4), \dot{y}_4 - \dot{y}_3 = \pm(1 + \varepsilon_4) b'_4 (\sin \varphi_4 - \sin \varphi_3) \quad (14)$$

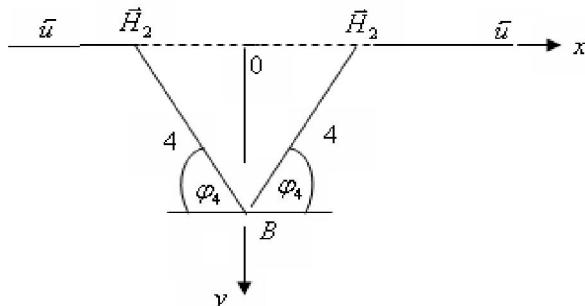


Рисунок 4

Если  $\sigma_4 = \sigma_s + E_1(\varepsilon_4 - \varepsilon_s)$ , то скорость  $b'_4$  равна:

$$b'_4 = \sqrt{\sigma_4 / \rho_0(1 + \varepsilon_4)} = \sqrt{(E\varepsilon_s + E_1(\varepsilon_4 - \varepsilon_s)) / \rho_0(1 + \varepsilon_4)} = \sqrt{(\tilde{k}_1^2 \varepsilon_s + k_1^2(\varepsilon_4 - \varepsilon_s)) / \rho_0(1 + \varepsilon_4)} \quad (15)$$

или:

$$b'_4 = \tilde{k}_1 \sqrt{(\varepsilon_s(1 - \xi^2) + \xi^2 \varepsilon_4) / (1 + \varepsilon_4)}, \xi = k_1 / \tilde{k}_1.$$

Таким образом, общий вид динамических условий, имеющих место на фронтах поперечных волн, распространяющихся в области упругих (12) – (13) и пластических деформаций (14), существенно различается.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Бараев А. Вопросы теории распространения нелинейных волн в нитях и гибких связях. – Алматы: Наш мир, 2006. – 272 с.
- [2] Рахматулин Х.А., Демьянов Ю.А. Прочность при интенсивных кратковременных нагрузках: изд.2-е, дополненное. – М.: Университетская книга; Логос, 2009. – 512 с.

## REFERENCES

- [1] Baraev A. Problems in the theory of nonlinear waves in the strands and flexible connections – Almaty: Nash mir, 2006. – 272 p. (in Russ.).
- [2] Rakhmatulin H.A., Demyanov Yu.A. Durability under intensive short-term loads: Ed.2 supplemented. - M.: University Book; Logos, 2009.-512p. (in Russ.).

## БОЙЛЫҚ ПЕН КӨЛДЕНЕҢ БАҒЫТТАРЫНДАҒЫ СЕРПІНДІ КҮЙЛЕРІН ЗЕРТТЕУ

**А. Бараев<sup>1</sup>, М. Ж. Жұмабаев<sup>1</sup>, А. Ж. Баймишева<sup>1</sup>, А. Д. Ниязымбетов<sup>1</sup>, М. Баринев<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік педагогикалық институты, Шымкент, Қазақстан,

<sup>2</sup>Ташкент мемлекеттік техникалық университеті, Өзбекстан

**Тірек сөздер:** динамикалық күйлер, бойлық, көлденен, толқындар, ілгіштік.

**Аннотация.** Илгішті тізбектің динамикалық күшіне әсер ету арқылы қызу-деформациялық жағдайын анықтау үшін елеулі мағынасы бар бойлық пен көлденең бағыттарындағы динамикалық күйлері зерттелген.

Пайдалану үдерісіндегі көлденең кимасының берілген үлгісінің жоғары беріктігі мен тұрактылығы бар табиғи, жасанды, композициялық материалдардан жасалған илгішті элементтер техниканың барлық салаларына енгізілген. Көптеген жағдайда ілісті және айналма қаттылығы бар элементтерді қарастырганда оларды елемей мінсіз, демек икемді тізбек түрінде қарастыруға болады.

Поступила 03.11.2015 г.