

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 6, Number 316 (2017), 78 – 84

G.S. Nurbakova^{1,2}, N. Habyl^{1,2}, D.S. Valiolda^{1,2}, Zh. Zh. Tyulemisov^{2,3}

¹Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Republic of Kazakhstan;

²Scientific Research Institutes of Experimental and theoretical physics, Almaty, Republic of Kazakhstan;

³Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russian Federation)

g.nurbakova@gmail.com, nuigui@mail.ru

FORM FACTORS FOR $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c$ TRANSITION

Abstract. Using the covariant quark model with infrared confinement we calculate the form factors of the $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c$ transitions. Form factors are used to calculate the physical observables for this hadron decays.

The results of our numerical two-loop calculation are well represented by a double-pole parametrization with high accuracy: the relative error is less than 1%. We obtain the values for slope and convexity parameters. We compare our results with the experimental data and other theoretical works.

In the framework of the covariant quark model we can calculate the transition form factors in the full kinematical region of momentum transfer.

Keywords: Covariant quark model, transition form factors, heavy quarks.

УДК 530.145; 530.12; 539.12-17

Г.С. Нурбакова^{1,2}, Н. Хабыл^{1,2}, Д.С. Валиолда^{1,2}, Ж.Ж. Тюлемисов^{2,3}

¹Казахский Национальный Университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Республика Казахстан;

²Научно-исследовательский институт экспериментальной и теоретической физики, г. Алматы, Республика Казахстан;

³Объединенный Институт Ядерных Исследований, г. Дубна, Российская Федерация)

ФОРМФАКТОР ДЛЯ ПЕРЕХОДА $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c$

Аннотация. В данной работе были вычислены формфакторы для перехода $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c$ в рамках ковариантной кварковой модели с инфракрасным конфайнментом. Формфакторы необходимы для расчётов физических наблюдаемых распадов данных адронов.

Результаты численных двухпетлевых расчетов были изображены двухполюсной параметризацией с высокой точностью: относительная погрешность составляет менее 1%. Получены численные значения для параметра наклона и параметра выпуклости. Приведено сравнение полученных результатов с имеющимися экспериментальными данными и предсказаниями других теоретических подходов.

Ковариантная кварковая модель с инфракрасным конфайнментом позволяет вычислять формфакторы во всей кинематической области квадрата переданного импульса.

Ключевые слова: ковариантная кварковая модель, переходный формфактор, тяжелые кварки.

Введение

В настоящее время значительно вырос интерес к исследованию процессов с участием адронов, содержащих тяжелые кварки. Например, кварк-антикварковые состояния B и D мезоны, и трёхкварковые состояния Λ_b и Λ_c барионы. Данные состояния распадаются лишь за счёт слабых взаимодействий с изменением флэйвора (аромата) кварков. Распады данных тяжелых адронов достижимы на современных экспериментальных установках и характеристики данных распадов измеряются во всё более увеличивающейся точностью.

Теоретические исследования полупертоновых и редких распадов тяжелых адронов можно разделить на две части. Первая часть связана с описанием вкладов малых расстояний в рамках теории возмущений, стандартной модели с привлечением методов ренормализационной группы и операторных разложений. Результатом является вывод эффективных слабых гамильтонианов, которые описывают слабые переходы кварков и лептонов. Эффективные гамильтонианы представляют собой набор локальных кварк-кварковых и кварк-лептонных операторов, умноженных на так называемые коэффициенты Вильсона [1]. Численные значения коэффициентов Вильсона вычисляются по теории возмущений с достаточно высокой точностью. Вторая часть исследований полупертоновых и редких распадов связана с вычислением матричных элементов локальных операторов между начальными и конечными состояниями. Эта часть, связанная с учётом вкладов больших расстояний, привносит наибольшую неопределённость при вычислении физических наблюдаемых, поскольку в этом случае необходимо привлекать непертурбативные методы, т.е. выход за рамки теории возмущений. Здесь мы сталкиваемся с проблемой адронизации, т.е. с проблемой описания механизма построения адронов из кварков. Технически, любой матричный элемент локального оператора может быть выражен через набор лоренцовских структур, умноженных на скалярные функции, которые зависят от кинематических переменных. Данные скалярные функции называются формфакторами и их вычисление является основной задачей теории.

Существует достаточно много теоретических подходов для вычисления необходимых адронных формфакторов. В данной работе для вычисления адронных формфакторов используется ковариантная модель кварков. Данная модель является эффективным квантовополевым подходом к адронным взаимодействиям, основанным на определённых предположениях об адронизации и конфайнменте кварков. Исходным объектом является лагранжиан взаимодействия адрона с его составляющими кварками. Константа связи, характеризующая данное взаимодействие, определяется из так-называемого условия связности, которое требует равенства нулю константы перенормировки волновой функции адрона, возникающей в результате взаимодействия адрона с кварками. Матричные элементы физических процессов определяются набором кварковых диаграмм. Следует отметить, что модель позволяет описывать единым образом как простейшие кварк-антикварковые состояния (мезоны), так и более сложные образования, например, барионы, состоящие из трёх кварков. Для запрета появления свободных кварков в наблюдаемом адронном спектре, называемого конфайнментом кварков, в модели используется процедура инфракрасного обрезания по единственному размерному параметру интегрирования в пространстве параметров Фока-Швингера. Ковариантная модель кварков содержит несколько свободных параметров: массы конститuentных кварков, параметр инфракрасного обрезания, характеризующий область конфайнмента, и параметры, которые описывают эффективные размеры адронов. Их численные значения определены с помощью фита хорошо установленных величин к их экспериментальным значениям. Модель нашла широкое применение как в физике лёгких адронов [2-6], так и в физике тяжёлых кварков [7-12]. В частности, модель позволяет вычислять адронные формфакторы, возникающие в распадах B -мезона и Λ_b -бариона во всей кинематической области квадрата переданного импульса.

Спиральные амплитуды

Будем рассматривать распад $\Lambda_b^0(p_1) \rightarrow \Lambda_c^+(p_2) + l^+ l^-(q)$. Где, p_1 и p_2 – импульсы начального и дочернего барионов, q – суммарный импульс лептона и антилептона.

Матричный элемент процесса $\Lambda_b^0(p_1) \rightarrow \Lambda_c^+(p_2) + W_{off-shell}^-(q)$ выражается через матричный элемент векторного и аксиально-векторного тока, которые могут быть записаны по полному набору инвариантов:

$$M_\mu^V(\lambda_1, \lambda_2) = \langle B_2, \lambda_2 | J_\mu^V | B_1, \lambda_1 \rangle$$

$$= \bar{u}_2(p_2, \lambda_2) \left[F_1^V(q^2) \gamma_\mu - \frac{F_2^V(q^2)}{M_1} i \sigma_{\mu\nu} q^\nu + \frac{F_3^V(q^2)}{M_1} q_\mu \right] u_1(p_1, \lambda_1), \quad (1)$$

$$M_\mu^A(\lambda_1, \lambda_2) = \langle B_2, \lambda_2 | J_\mu^A | B_1, \lambda_1 \rangle$$

$$= \bar{u}_2(p_2, \lambda_2) \left[F_1^A(q^2) \gamma_\mu - \frac{F_2^A(q^2)}{M_1} i \sigma_{\mu\nu} q^\nu + \frac{F_3^A(q^2)}{M_1} q_\mu \right] \gamma_5 u_1(p_1, \lambda_1), \quad (2)$$

где $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu)$ и $q = p_1 - p_2$. Буквами $\lambda_i = \pm \frac{1}{2}$ обозначены спиральности двух барионов. В данном случае $B_1 = \Lambda_b$ и $B_2 = \Lambda_c$.

В стандартной модели ток не сохраняется. Он представляет собой суперпозицию компонент со спином 1 и со спином 0, где J^P содержит векторный ток J_μ^V и аксиально-векторный J_μ^A ток, которые соответственно имеют вид $(0^+, 1^-)$ и $(0^-, 1^+)$. Спиральные амплитуды определяются в следующем виде

$$H_{\lambda_2 \lambda_W}^{V/A} = M_\mu^{V/A}(\lambda_2) \epsilon^{+\mu}(\lambda_W), \quad (3)$$

где спиральность эффективного тока $W_{off-shell}^-$ имеет четыре компоненты $\lambda_W = \pm 1, 0$ ($J=1$) и $\lambda_W = 0$, ($J=0$). Под $J=1, 0$ обозначены два угловых момента системы покоя $W_{off-shell}^-$. Для того, чтобы отличить два $\lambda_W = 0$ состояния, сделаем следующие обозначения: $\lambda_W = 0$ для $J=1$ и $\lambda_W = t$ для $J=0$. Из закона сохранения углового момента имеем: $\lambda_1 = -\lambda_2 + \lambda_W$.

Спиральные амплитуды легко вычисляются в системе покоя начального бариона B_1 . Они определяются следующим образом:

$$H_{+\frac{1}{2}t}^{V/A} = \frac{\sqrt{Q_\pm}}{\sqrt{q^2}} \left(M_{\mp} F_1^{V/A} \pm \frac{q^2}{M_1} F_3^{V/A} \right),$$

$$H_{+\frac{1}{2}+1}^{V/A} = \sqrt{2Q_\pm} \left(F_1^{V/A} \pm \frac{M_\pm}{M_1} F_2^{V/A} \right), \quad (4)$$

$$H_{+\frac{1}{2}0}^{V/A} = \frac{\sqrt{Q_\mp}}{\sqrt{q^2}} \left(M_\pm F_1^{V/A} \pm \frac{q^2}{M_1} F_2^{V/A} \right),$$

где мы использовали обозначения $M_\pm = M_1 \pm M_2$ и $Q_\pm = M_\pm^2 - q^2$. Из четности или из явных вычислений имеем

$$H_{-\lambda_2, -\lambda_W}^V = H_{\lambda_2, \lambda_W}^V \quad H_{-\lambda_2, -\lambda_W}^A = -H_{\lambda_2, \lambda_W}^A. \quad (5)$$

Полная лево-киральная спиральная амплитуда определяется соотношением

$$H_{\lambda_2, \lambda_W} = H_{\lambda_2, \lambda_W}^V - H_{\lambda_2, \lambda_W}^A.$$

Формфакторы для перехода $\Lambda_b(bud) \rightarrow \Lambda_c(cud)$

Мы используем ковариантную кварковую модель с инфракрасным кофайнментом, для описания динамику переходов $\Lambda_b = (b[ud])$ к $\Lambda_c = (c[ud])$ [13-15]. Результаты наших численных двухпетлевых расчетов хорошо изображается двухполюсной параметризацией

$$F(q^2) = \frac{F(0)}{1 - as + bs^2}, \quad s = \frac{q^2}{M_1^2} \quad (7)$$

с высокой точностью: относительная погрешность составляет менее 1%. На рисунках 1,2,3 показаны сравнения точных результатов для релятивистских формфакторов F_i^V и F_i^A ($i = 1, 2, 3$) с результатами двухполюсной параметризации. Параметры аппроксимированного вида формфакторов для $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c$ перехода приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Параметры аппроксимированного вида формфакторов для $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c$ перехода

	F_1^V	F_2^V	F_3^V	F_1^A	F_2^A	F_3^A
F(0)	0.549	0.110	-0.023	0.542	0.018	-0.123
a	1.459	1.680	1.181	1.443	0.921	1.714
b	0.571	0.794	0.276	0.559	0.255	0.828

Зависимость доминирующих формфакторов $F_1^V(q^2)$ и $F_1^A(q^2)$ от q^2 очень близки друг другу. Поскольку можно пренебречь другими формфакторами, результаты расчетов нашей модели очень близки к результатам ведущего порядка теории тяжелых кварков (ЭТТК) $F_1^A(q^2) = F(q^2)$, $F_{2,3}^{V/A} = 0$. На самом деле, наши численные результаты довольно близки к тому, что можно было бы ожидать в ведущем порядке эффективной ЭТТК (рисунки 1-3).

Остановимся на зависимости формфакторов $F_1^V(q^2) \approx F_1^A(q^2)$ от q^2 . Их зависимость от q^2 очень близка к поведению диполя, так как в обоих случаях имеется $\sqrt{b} \sim a/2$ с дипольной массой $m_{dipole} = M_1/\sqrt{a/2} \sim 606 \text{ GeV}$. Дипольная масса довольно близка к ожидаемой ($b\bar{c}$) массе 6.28 ГэВ установленной массой B_c мезона [16]. Далее будем рассматривать поведение $F_1^V(q^2)$ и $F_1^A(q^2)$ в области близкой к нулевой отдаче. Для того, чтобы исследовать поведение формфакторов в области близкой к нулевой отдаче мы переходим к переменной $w = (M_1^2 + M_2^2 - q^2)/(2M_1M_2)$, так что $w = 1$ в точке нулевой отдачи $q^2 = q_{\max}^2 = (M_1 - M_2)^2$. Разложение тейлора любой заданной функции $f(w)$ по точке нулевой отдачи $w = 1$ записывается в следующем виде

$$f(w) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(1)}{n!} (w-1)^n = f(1) \left\{ 1 + \frac{f'(1)}{f(1)} (w-1) + \frac{f''(1)}{2f(1)} (w-1)^2 + \dots \right\} \quad (8)$$

$$\equiv f(1) \left\{ 1 - \rho^2 (w-1) + c (w-1)^2 + \dots \right\}$$

где ρ^2 называется параметром наклона, а c параметром выпуклости. Не трудно выразить параметры $f(w=1)$, ρ^2 и c с помощью исходных параметров $F(0)$, a , b используемых в двухполюсной параметризации (ур. (7)). Получим

$$f(w=1) = \frac{F(0)}{1 - as_{\max} + bs_{\max}^2}$$

$$\rho^2 = \frac{2r(a - 2bs_{\max})}{1 - as_{\max} + bs_{\max}^2} \quad (9)$$

$$c = \frac{4r^2[a^2 - b - 3abs_{\max} + 3b^2s_{\max}^2]}{[1 - as_{\max} + bs_{\max}^2]^2}$$

где $r = M_2/M_1$ и $s_{\max} = (1-r)^2$. Численные результаты для $F_1^V(q^2)$ и $F_1^A(q^2)$ можно вычислить как

	$f(w=1)$	ρ^2	c
F_1^V	0.985	1.543	1.704
F_1^A	0.966	1.521	1.654

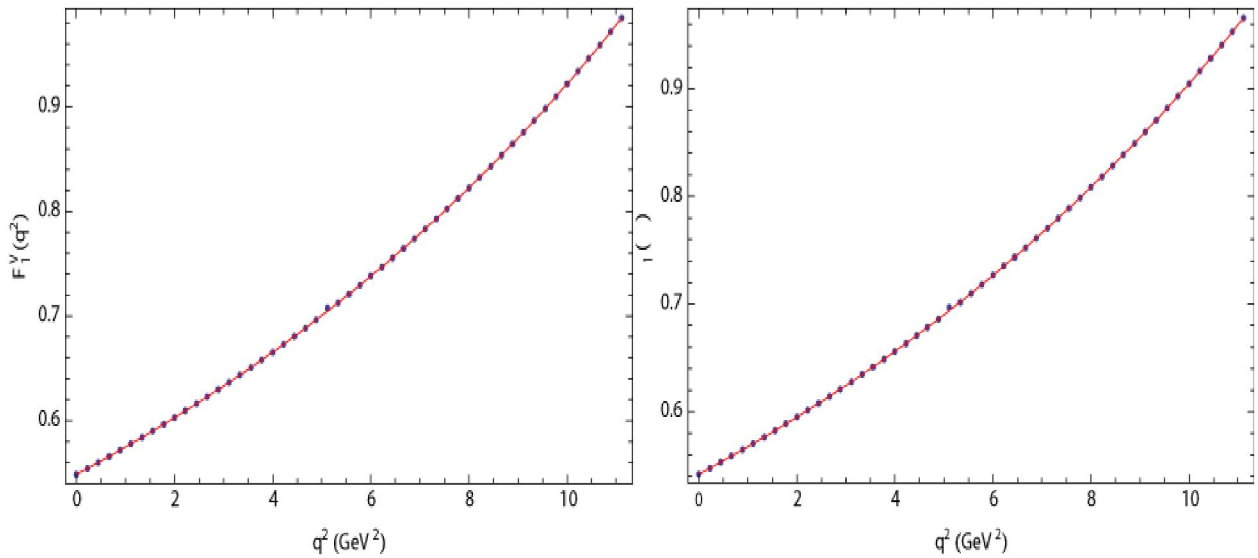
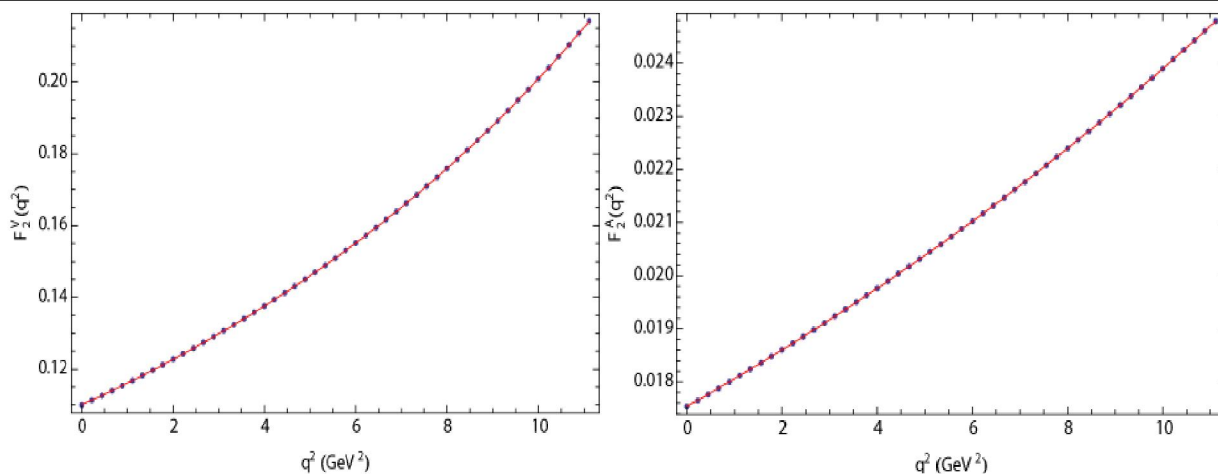
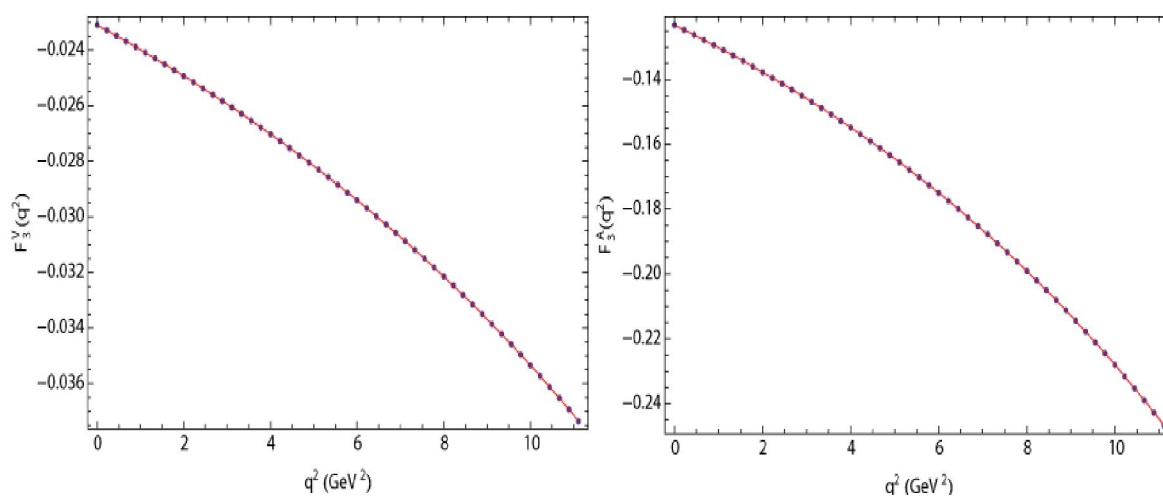
(10)


Рисунок 1 – Формфакторы $F_1^V(q^2)$ и $F_1^A(q^2)$

Рисунок 2 – Формфакторы $F_2^V(q^2)$ и $F_2^A(q^2)$ Рисунок 3 – Формфакторы $F_3^V(q^2)$ и $F_3^A(q^2)$

Выводы

Нормировка нулевой отдачи очень близка к 1 для F_1^V и F_1^A , как и в предсказаниях ведущего порядка ЭТТК. Значения для двух параметров наклона совпадают с единственным экспериментальным результатом опубликованным коллаборацией DELPHI: $\rho^2 = 2.03 \pm 0.46(stat)_{-1.00}^{+0.72}(syst)$ [17]. Экспериментальных результатов по параметру выпуклости пока еще нет. Есть ряд теоретических модельных расчетов для параметра наклона для $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c$ перехода, многие, из которых находятся около $\rho^2 \approx 1.5$ [18-22].

Благодарность

Данная статья выполнена в рамках грантового финансирования научных проектов Министерства образования и науки Республики Казахстан по теме 3091/ГФ4, номер государственной регистрации №0115РК01041, а также гранта «ЛП ВУЗа-2016».

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Buchalla G., Buras A.J., Lautenbacher M.E. Weak decays beyond leading logarithms // Rev. Mod. Phys. 1996. Vol.68. P.1125-1144.
- [2] Ivanov M.A., Lyubovitskij V.E. The $\gamma^* \pi^0 \rightarrow \gamma$ Form Factor // Phys. Lett. B. 1997. Vol.408. P.435.
- [3] Faessler A. et al. Pion and Sigma Meson Properties in a Relativistic Quark Model // Phys. Rev. D. 2003. Vol.68. P. 014011.

- [4] Ivanov M. A., Locher M. P., Lyubovitskij V. E. Electromagnetic Form Factors of Nucleons in a Relativistic Three-Quark Model // *Few Body Syst.* 1996. Vol.21. P.131.
- [5] Faessler A. et al. Semileptonic Decays of the Light $J(P) = 1/2(+)$ Ground State Baryon Octet // *Phys. Rev. D.* 2008. Vol.78. P.094005.
- [6] Dalkarov O.D., Ryabov V.A., Sadykov T.Kh., Zhukov V.V., Nam R.A., Piskal V.V., Zastrozhnova N.N. Hadron-55 complex setup for study of hadron interactions within the central part of EAS cores // *The 34-th ICRC The Hauge, The Netherlands.* -2015. http://pos.sissa.it/archive/conferences/236/570/ICRC2015_570.pdf
- [7] Ivanov M. A. et al. Λ_b and Λ_c Baryon Decays at Finite Values of Heavy Quark Masses // *Phys. Lett. B.* 2000. Vol.476. P.58.
- [8] Faessler A. et al. Semileptonic Decays of Double Heavy Baryons // *Phys. Lett. B.* 2001. Vol.518. P.55.
- [9] Faessler A. et al. Magnetic Moments of Heavy Baryons in the Relativistic Three-Quark Model // *Phys. Rev. D.* 2006. Vol.73. P.094013.
- [10] Faessler A. et al. Semileptonic Decays of Double Heavy Baryons in a Relativistic Constituent Three-Quark Model // *Phys. Rev. D.* 2009. Vol.80. P. 034025.
- [11] Branz T. et al. Radiative Decays of Double Heavy Baryons in a Relativistic Constituent Three-Quark Model Including Hyperfine Mixing // *Phys. Rev. D.* 2010. Vol.81. P.114036.
- [12] Ivanov M. A., Santorelli P. Leptonic and Semileptonic Decays of Pseudoscalar Mesons // *Phys. Lett. B.* 1999. Vol.456. -P.248.
- [13] Kadeer A., Körner J. G. and Moosbrugger U. Helicity analysis of semileptonic hyperon decays including lepton mass effects // *Eur. Phys. J. C.* 2009. Vol.59. P.27.
- [14] Gutsche T., Ivanov M. A., Körner J. G., Lyubovitskij V. E. and Santorelli P. Rare baryon decays $\Lambda_b \rightarrow \Lambda^+ l^-$ ($l = e, \mu, \tau$) and $\Lambda_b \rightarrow \Lambda \gamma$: Differential and total rates, lepton - and hadron-side forward-backward asymmetries // *Phys. Rev. D.* -2013. -Vol.87. -P.074031.
- [15] Gutsche T., Ivanov M. A., Körner J. G., Lyubovitskij V. E. and Santorelli P. Polarization effects in the cascade decay $\Lambda_b \rightarrow \Lambda(p\pi^-) + J/\psi(\rightarrow l^+ l^-)$ in the covariant confined quark model // *Phys. Rev. D.* 2013. Vol.88. P.114018.
- [16] Olive K. A. et al. Particle Data Group Review of particle physics // *Chin. Phys. C.* 2014. Vol.38. P.090001.
- [17] Abdallah J. et al. DELPHI Collaboration Measurement of the Λ_b^0 decay form factor // *Phys. Lett. B.* 2004. Vol.585. P.63.
- [18] König B., Körner J. G., Krämer M. and Kroll P. Infinite momentum frame calculation of semileptonic heavy $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c$ transitions including HQET improvements // *Phys. Rev. D.* 1997. Vol.56. P.4282.
- [19] Ivanov M. A., Lyubovitskij V. E., Körner J. G. and Kroll P. Heavy baryon transitions in a relativistic three quark model // *Phys. Rev. D* 1997. Vol.56. P.348.
- [20] Körner J. G. and Melic B. Exclusive inclusive ratio of semileptonic Λ_b decays // *Phys. Rev. D.* 2000. Vol.62. P.074008.
- [21] Hussain F., Körner J. G., Krämer M. and Thompson G. On heavy baryon decay form-factors // *Z. Phys. C.* 1991. Vol.51. P.321.
- [22] Amhis Y. et al. Heavy Flavor Averaging Group Averages of b-hadron, c-hadron, and τ -lepton properties as of summer 2014 // <http://arxiv.org/abs/1412.7515>.

Г.С. Нурбакова^{1,2}, Н. Хабыл^{1,2}, Д.С. Валиолда^{1,2}, Ж.Ж. Тюлемисов^{2,3}

¹Эл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық Университеті, Алматы қ-сы, Қазақстан Республикасы,

²Эксперименттік және теориялық физика ғылыми-зерттеу институты, Алматы қ-сы, Қазақстан Республикасы,

³Біріккен ядролық зерттеулер институты, Дубна қ-сы, Ресей Федерациясы)

$\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c$ АУЫСУЫ ҮШІН ФОРМФАКТОРЛАР

Аннотация. Бұл жұмыста инфрақызыл конфайнменті бар ковариантты кварктік модельді қолданып $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c$ өтуінің формфакторлары анықталды. Жалпы, формфакторлар көмегімен көрсетілген адрондардың ыдыраулары кезіндегі физикалық шамалар анықталады.

Қос ілмектік сандық есептеу нәтижелері екі полюсті параметризация көмегімен жоғары дәлдікте көрсетілді: салыстырмалы қателігі 1% жетпейді. Қисықтық және дөңестік параметрлерінің сандық мәндері анықталды. Алынған нәтижелер эксперимент нәтижелерімен және басқа теориялық жұмыстардың нәтижелерімен салыстырылды.

Ковариантты кварктік модель форм факторларды берілген импульс квардатының мүмкін болатын кинематикалық мәндерін толық қамти отырып есептеуге мүмкіндік береді.

Тірек сөздер: Ковариантты кварктік модель, өту формфакторы, ауыр кварктер.

Сведения об авторах:

Нурбакова Г. С. – к.ф.-м.н., доцент Казахского национального университета им. аль-Фараби, ведущий научный сотрудник НИИЭТФ, Алматы, Республика Казахстан Алматы, тел. + 7 707 724 67 80, email: g.nurbakova@gmail.com;

Хабыл Н. – PhD доктор, ст.преподаватель Казахского национального университета им. аль-Фараби, научный сотрудник НИИЭТФ, Алматы, Республика Казахстан Алматы, email: nuigui@mail.ru;

Валиолда Д.С. – PhD докторант Казахского национального университета им. аль-Фараби, научный сотрудник НИИЭТФ, Алматы, Республика Казахстан Алматы, email: valiolda.dinara@gmail.com;

Тюлемисов Ж.Ж. - научный сотрудник НИИЭТФ, Алматы, Республика Казахстан Алматы, научный сотрудник в ЛТФ им. Н. Н. Боголюбова, ОИЯИ, Дубна, Российская Федерация, email: zhomart161@mail.ru.